

УДК 338.3

**ЄПФАНОВА Ірина Юріївна**

доктор економічних наук, професор  
проректор з наукової роботи, професор кафедри фінансів та інноваційного менеджменту  
Вінницький національний технічний університет, Україна  
ORCID ID: 0000-0002-0391-9026  
e-mail: yepifanova@vntu.edu.ua

**ДЖЕДЖУЛА В'ячеслав Васильович**

доктор економічних наук, професор,  
професор кафедри фінансів та інноваційного менеджменту  
Вінницький національний технічний університет, Україна  
ORCID ID: 0000-0002-2740-0771  
e-mail: djedjulavv@gmail.com

**ОПТИМІЗАЦІЯ ВИРОБНИЧИХ ПРОЦЕСІВ ПРОМИСЛОВОГО ПІДПРИЄМСТВА**

*В роботі розглянуто шляхи оптимізації виробничих процесів промислового підприємства. Запропоновано використати підхід на базі рівнянь Вейбула для оцінки витрат праці і капіталу на виробництво продукції. Здійснено пошук локальних екстремумів виробничої функції, за результатами моделювання надано рекомендації, щодо оптимальних показників витрат праці і капіталу.*

**Ключові слова:** оптимізація, виробнича функція, формула Вейбула

JEL classification: G11; L60; M21

DOI: <https://doi.org/10.31649/ins.2024.2.6.10>

**1. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ**

Оптимізація виробничих потужностей, пошук нових шляхів зменшення витрат праці і капіталу при виробництві товарів потребує використання сучасних підходів з побудови виробничих функцій, пошуку їх екстремумів і надання рекомендацій щодо змін виробництва. На даний час існує низка відомих виробничих функцій, зокрема Кобба-Дугласа, Бертрана, Леонтєва, Вейбула, але їх використання потребує ретельного вибору для конкретного виробництва і подальший пошук складових функцій. Для оптимізації виробничого процесу виготовлення металевих виробів постає задача у виборі виробничої функції і пошуку її екстремумів.

**2. АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ПУБЛІКАЦІЙ**

Питання, пов'язані із оптимізацією виробничих процесів промислового

підприємства є об'єктом досліджень значної кількості як західних, так і вітчизняних вчених. В роботі [1] розглянуто теоретичні аспекти формування та розвитку виробничої системи підприємства за сучасного стану ринкової економіки, наведено основні компоненти виробничої системи підприємства та окремі прийоми її оптимізації, запропоновано оптимізацію виробничої системи у створенні взаємопов'язаних підсистем: ідеологія управління і інструмент «бережливого виробництва». Функціональний аспект управління витратами підприємства розглядається в роботі [2]. Вакуленко В., Мялковський В., Сяovej, Л. акцентують увагу на важливості інформаційного забезпечення системи управління витратами [3]. В роботі [4] запропоновано цілісний підхід до оптимізації процесів планування та контролю виробництва.

**3. ВИДІЛЕННЯ НЕВИРІШЕНИХ РАНІШЕ ЧАСТИН ЗАГАЛЬНОЇ**

## ПРОБЛЕМИ, КОТРИМ ПРИСВЯЧУЄТЬСЯ ОЗНАЧЕНА СТАТТЯ

Стаття присвячена аналізу оптимальної виробничої функції для підприємства з виробництва металевих виробів з метою максимізації прибутку.

### 4. ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Метою статті є вибір оптимальної виробничої стратегії промислового підприємства за використання виробничих функцій на прикладі метало оброблювального підприємства.

### 5. ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ З ПОВНИМ ОБҐРУНТУВАННЯМ ОТРИМАНИХ НАУКОВИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Виробництво продукції на підприємствах супроводжується затратами багатьох ресурсів, головними з яких є витрати праці і капіталу. Кожен виробничий процес має свої індивідуальні характеристики та залежності кількості виробленої продукції і витрачених ресурсів і часу. Важливим є також забезпечити достатню точність і гнучкість відображення технологічного виробничого процесу у вигляді виробничої функції з визначеними коефіцієнтами. Незважаючи на те, що виробничі функції як поняття виникли досить давно, вони не втрачають актуальність і використовуються у процесах пошуку оптимальних виробничих програм. Об'єктом дослідження є виробниче підприємство, яке випускає однорідну металеву продукцію. Постає задача оптимізувати виробничий процес таким чином, щоби мінімізувати витрати праці і капіталу при максимальному виході продукту. На даний час існує низка відомих виробничих функцій, зокрема Кобба-Дугласа, Бертрана, Леонтєва, функції побудовані на базі експонентних моделях Вейбула, але кожні з них мають свої переваги і недоліки [5-7]. Проаналізувавши наведені функції було виявлено, що оптимальною функцією для опису даного виробництва є функції на базі експонентних моделей, які дозволяють описувати нелінійні процеси і досить гнучко адаптується до різних типів виробництва. Взавши за основу експонентну функцію і модифікувавши її введенням в неї в якості аргументу капітал і працю, отримаємо наступний вираз:

$$P = A \times e^{-\left(\frac{L}{b}\right)^{\alpha} - \left(\frac{K}{d}\right)^{\beta}} \quad (1)$$

де  $A$  – унікальний коефіцієнт для виробничого процесу даного підприємства;  $L$  – витрати праці в людино-годинах для виробництва продукції;  $K$  – витрата капіталу в тис грн для виробництва продукції,  $b, d$  – коефіцієнти виробничої функції.

Підприємство, що розглядається має наступні значення коефіцієнтів:  $A=0.005$ ,  $b=0.35$ ,  $d=0.27$ ,  $\alpha=8$ ,  $\beta=10$ . Виробнича функція дозволяє визначити виробництво продукції в мільйонах штук в залежності від витрат праці в млн люд×год і витрат капіталу в млн грн. Графік виробничої функції (1) наведено на рис 1, там же наведено контурний графік проекції функції на площину.

Постає необхідність дослідити дану функцію на мінімум і максимум у діапазоні витрат праці і капіталу від 0 до 10. Це типовий діапазон роботи підприємства, за такого діапазону будувалася функція і перевірялася на адекватність.

Для пошуку точок екстремуму можна використати градієнтні методи дослідження, метод Ньютона, Квазі-Ньютона, методи вільного пошуку, генетичні алгоритми, методи комбінованої оптимізації, метод оптимізації з обмеженнями [8].

Метод градієнтного спуску є одним з найпоширеніших алгоритмів оптимізації [8], який використовується для знаходження мінімуму (або максимуму) нелінійної функції. Основна ідея полягає в тому, щоби кроками, пропорційними до градієнту функції, рухатися в напрямку, в якому функція спадає найшвидше. Основні кроки методу градієнтного спуску: вибираємо початкове значення  $x_0$  і параметри алгоритму, такі як крок навчання  $\gamma$  і максимальну кількість ітерацій. Далі обчислюємо градієнт функції в поточній точці  $x_k$ , позначимо його як  $\nabla f(x_k)$ . Оновлюємо значення  $x_k$  в напрямку протилежному до градієнта:

$$x_{k+1} = x_k - \gamma \nabla f(x_k) \quad (2)$$

Перевіряємо критерій зупинки, який може бути, наприклад, досягнення максимальної кількості ітерацій або досягнення деякої точності.

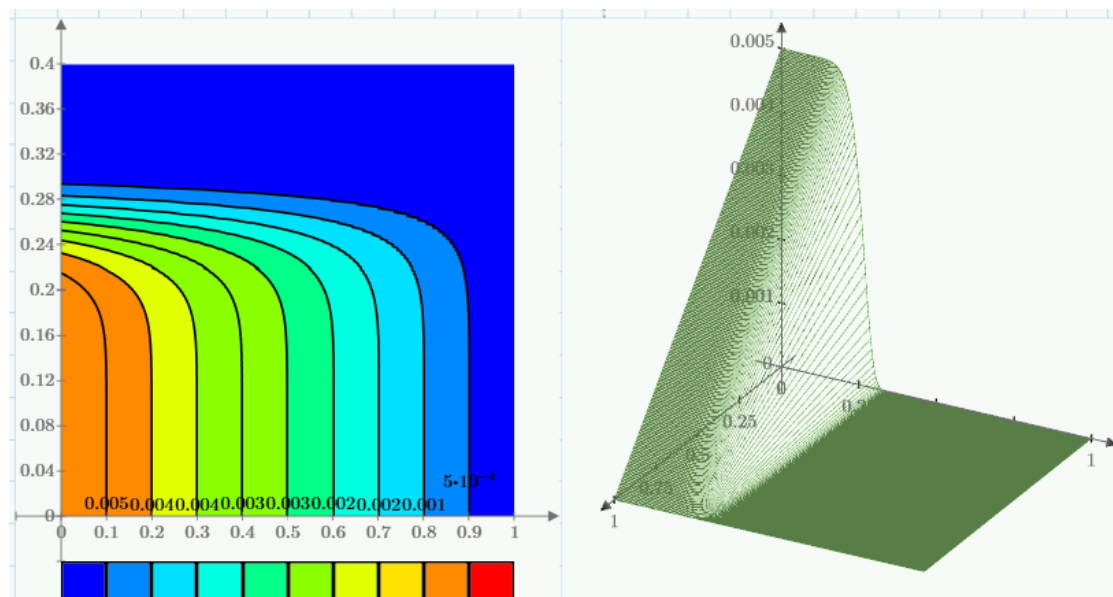


Рис. 1. Графіки виробничої функції для підприємства, що розглядається

Метод градієнтного спуску може бути застосований до нелінійних функцій з будь-якою кількістю аргументів. Він особливо ефективний для функцій, які гладкі та мають єдиний локальний мінімум, хоча він також може застосовуватися до більш складних функцій з деякими модифікаціями, такими як стохастичний градієнтний спуск або метод моменту.

За результатами моделювання визначено, що максимуму функція набуває в точці  $[0,007, 0,024]$ . Значення функції в цій точці складає 0,005 млн штук продукту. Таким чином, можна зробити висновки, що оптимальним планом випуску продукту витрата 0,007 млн люд год і 0,024 млн гривен. Також можна дослідити дану функцію на мінімум і визначити, в якій точці зі співвідношенням витрати праці і капіталу є мінімальне виробництва. Точка мінімуму функції  $[0,627, 0,428]$ .

## 6. ВИСНОВКИ З ДАНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ І ПЕРСПЕКТИВИ

## ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМКУ

Розглянуто шляхи оптимізації виробничих процесів промислового підприємства. Запропоновано використати підхід на базі рівнянь Вейбула для оцінки витрат праці і капіталу на виробництво продукції. Здійснено пошук локальних екстремумів виробничої функції, за результатами моделювання надано рекомендації, щодо оптимальних показників витрат праці і капіталу. За результатами моделювання визначено, що максимуму функція набуває в точці  $[0,007, 0,024]$ . Значення функції в цій точці складає 0,005 млн штук продукту. Таким чином, можна зробити висновки, що оптимальним планом випуску продукту витрата 0,007 млн люд год і 0,024 млн гривен. Також можна дослідити дану функцію на мінімум і визначити, в якій точці зі співвідношенням витрати праці і капіталу є мінімальне виробництва. Точка мінімуму функції  $[0,627, 0,428]$ .

## Література

1. Олійник Т. І., Копильченко К. І. Оптимізація виробничих систем — перехід до бережливого виробництва: теоретичний аспект становлення та розвитку вітчизняних підприємств. Інвестиції: практика та досвід. 2017. № 23. С. 65-68.
2. Чумак Г. Управління витратами підприємства: функціональний аспект. Modeling the development of the economic systems. 2022. Випуск № 4. С. 160–165.

3. Вакуленко, В., Мялковський, В., Сяovej, Л. (2023). Організація системи інформаційного забезпечення управління витратами сільськогосподарських підприємств. *Економіка та суспільство*, (57). <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2023-57-45>.
4. Robert Joppen, Sebastian von Enzberg, Arno Kühn, Roman Dumitrescu. A practical Framework for the Optimization of Production Management Processes. *Procedia Manufacturing*. 2019. № 33. p. 406–413
5. Aghion P., Howitt P., *The economics of growth*, The MIT Press, Cambridge, MA, 2008.
6. Smirnov, R.G., Wang, K. (2021). The Cobb-Douglas Production Function Revisited. In: Kilgour, D.M., Kunze, H., Makarov, R., Melnik, R., Wang, X. (eds) *Recent Developments in Mathematical, Statistical and Computational Sciences*. AMMCS 2019. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol 343. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-63591-6\\_66](https://doi.org/10.1007/978-3-030-63591-6_66).
7. Чижевська М. Б., Щербініна С. А., Красун Я. А. Застосування виробничої функції для аналізу діяльності промислового підприємства. *Ефективна економіка*. 2022. № 1. – URL: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=9905> (дата звернення: 02.07.2024). DOI: [10.32702/2307-2105-2022.1.93](https://doi.org/10.32702/2307-2105-2022.1.93)
8. Ravindran A. *Engineering Optimization Methods and Application*. /A. Ravindran A., Ragsdell K.M., Reklaitis G.V. / - Publication John Willy and sons, Inc, NJ, 2006, 2nd ed.- 688p.

### References

1. Oliynyk T. I., Kopilchenko K. I. *Optymizatsiia vyrobnychykh system — perekhid do berezhlyvoho vyrobnytstva: teoretychnyi aspekt stanovlennia ta rozvytku vitchyznianskykh pidpriemstv*. [Optimization of production systems — transition to lean production: theoretical aspect of formation and development of domestic enterprises]. *Investments: practice and experience*. 2017. No. 23. P. 65-68.
2. Chumak H. *Upravlinnia vytratamy pidpriemstva: funktsionalnyi aspekt*. [Enterprise cost management: functional aspect]. *Modeling the development of the economic systems*. 2022. Issue No. 4. P. 160–165.
3. Vakulenko, V., Myalkovskyi, V., Xiaowei, L. (2023). *Orhanizatsiia systemy informatsiynoho zabezpechennia upravlinnia vytratamy silskohospodarskykh pidpriemstv*. [Organization of the information support system for cost management of agricultural enterprises]. *Economy and society*, (57). <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2023-57-45>.
4. Robert Joppen, Sebastian von Enzberg, Arno Kühn, Roman Dumitrescu. A practical Framework for the Optimization of Production Management Processes. *Procedia Manufacturing*. 2019. No. 33. pp. 406–413
5. Aghion P., Howitt P., *The economics of growth*, The MIT Press, Cambridge, MA, 2008.
6. Smirnov, R.G., Wang, K. (2021). The Cobb-Douglas Production Function Revisited. In: Kilgour, D.M., Kunze, H., Makarov, R., Melnik, R., Wang, X. (eds) *Recent Developments in Mathematical, Statistical and Computational Sciences*. AMMCS 2019. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol 343. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-63591-6\\_66](https://doi.org/10.1007/978-3-030-63591-6_66).
7. Chyzhevska M. B., Shcherbinina S. A., Krasun Ya. A. *Zastosuvannia vyrobnychoi funktsii dlia analizu diialnosti promysloвого pidpriemstva* [Application of the production function for the analysis of the activity of an industrial enterprise]. *Efficient economy*. 2022. No. 1. – URL: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=9905> (access date: 07/02/2024). DOI: [10.32702/2307-2105-2022.1.93](https://doi.org/10.32702/2307-2105-2022.1.93)
8. Ravindran A. *Engineering Optimization Methods and Application*. /A. Ravindran A., Ragsdell K.M., Reklaitis G.V. / - Publication John Willy and sons, Inc, NJ, 2006, 2nd ed. - 688p.

### Abstract

#### **YEPIFANOVA Iryna, DZHEDHULA Viacheslav** **Optimization of the production processes of the industrial enterprise**

*Optimizing production capacities and finding new ways to reduce labour and capital costs in producing goods requires modern approaches to building production functions, finding their extremes and providing recommendations for production changes. There are several well-known production functions, including Cobb-Douglas, Bertrand, Leontiev, and Weibull. Still, their use requires careful selection for specific production and further search for constituent functions, such as the cost or production functions. To optimize the production process of manufacturing metal products, the task is to choose the production function and find its extremes.*

*After analyzing the given functions, it was found that the optimal function for describing this production is functions based on exponential models, which allow describing non-linear processes and are flexible enough to adapt to different types of production.*

*The work considers ways of optimizing industrial enterprise production processes. It proposes using an approach based on the Weibull equations to estimate labour and capital costs for product production. The search for local extrema of the production function was carried out. Based on the modelling results, recommendations were given regarding the optimal indicators of labour and capital costs.*

*It was determined that the optimal product release plan is the consumption of 0.007 million person-hours and 0.024 million hryvnias. It is also possible to study this function for a minimum and determine at which point, with the ratio of labour and capital costs, there is a minimum production.*

**Key words:** *optimization, production function, Weibull formula.*

---

**Бібліографічний опис статті:**

Єпіфанова І. Ю., Джеджула В. В. Оптимізація виробничих процесів промислового підприємства. *Innovation and Sustainability*. 2024. № 2. С. 6-10.

Yepifanova I., Dzhedhula V. (2024) Optimization of the production processes of the industrial enterprise. *Innovation and Sustainability*, no. 2, pp. 6-10.