УДК 621.313.333

М. Й. Бурбело, д. т. н., проф.; А. В. Гадай; І. В. Бальзан

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМІВ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ

Розроблено математичну модель асинхронного двигуна, в якій враховано насичення і втрати в сталі, а в якості змінних стану використані струми статора та ротора.

Ключові слова: *асинхронний двигун, математична модель, перехідні режими.*

Розгляд проблеми і постановка завдання

Важливим і часто визначальним для розв’язування задач аналізу перехідних режимів вузлів електричних мереж, що містять потужні асинхронні або синхронні електроприводи, є вибір математичних моделей електричних двигунів. Найефективнішим при вирішені таких задач є використання математичних моделей в ортогональних координатах, де в якості вихідних змінних використовуються ортогональні напруги і струми електричних машин. Така координатна система забезпечує простий аналітичний зв’язок між змінними параметрами електричних машин і елементами електричної мережі за допомогою диференціальних рівнянь першого порядку.

Для математичних моделей електричних двигунів під час аналізу перехідних режимів вузлів електричних мереж зазвичай приймають такі спрощення:

– не враховуються насичення магнітопроводу й втрати в сталі;

– магнітне поле умовно поділяють на дві частини – основне поле і поле дисипації (розсіювання);

– основне поле вважається плоскопаралельним;

– зубчасті зони представлені суцільними анізотропними магнітними шарами;

– враховуються лише перші просторові гармоніки магніторушійних сил;

– обмотки фаз вважаються такими, що зчіплюються лише з потоком першої гармоніки індукції в повітряному проміжку.

У цій статті пропонується математична модель асинхронного двигуна (АД), в якій враховано насичення магнітопроводу і втрати в ньому, однак, на відміну від [1], в якості змінних стану, замість основного потокозчеплення, використаний струм ротора. Використання струмів статора та ротора дозволить більш точно визначати параметри керування під час перехідних процесів частотнокерованих АД з короткозамкненим ротором, а також АД з фазним ротором.

Обґрунтування результатів

Диференціальні рівняння асинхронної машини в узагальненій ортогональній системі координат з довільною частотою її обертання отримують на основі закону рівноваги напруг та електрорушійних сил

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{\Psi}_s}{dt} &= \mathbf{U}_s + \mathbf{\Omega}_s \mathbf{\Psi}_s - \mathbf{R}_s \mathbf{I}_s; \\ \frac{d\mathbf{\Psi}_r}{dt} &= \mathbf{U}_r + \mathbf{\Omega}_r \mathbf{\Psi}_r - \mathbf{R}_r \mathbf{I}_r, \end{aligned} \tag{1}$$

де $\mathbf{\Psi}_s, \mathbf{U}_s, \mathbf{I}_s$; $\mathbf{\Psi}_r, \mathbf{U}_r, \mathbf{I}_r$ – вектори повних потокозчеплень, напруг і струмів відповідно статора та ротора; $\mathbf{\Omega}_s, \mathbf{\Omega}_r$ – матриці частот обертання; $\mathbf{R}_s, \mathbf{R}_r$ – матриці опорів відповідно статора та ротора.

У розгорнутій формі вирази (1) мають такий вигляд [1]:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{d\Psi_{s\alpha}}{dt} \\ \dfrac{d\Psi_{s\beta}}{dt} \\ \dfrac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} \\ \dfrac{d\Psi_{r\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega_k & 0 & 0 \\ -\omega_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_k - \omega_r \\ 0 & 0 & -(\omega_k - \omega_r) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{s\alpha} \\ \Psi_{s\beta} \\ \Psi_{r\alpha} \\ \Psi_{r\beta} \end{bmatrix} - , \quad (2)$$

$$- \begin{bmatrix} R_s + R_m & 0 & R_m & 0 \\ 0 & R_s + R_m & 0 & R_m \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}.$$

Вектори повних потокозчеплень статора і ротора виразимо через вектор основного потокозчеплення та вектори потокозчеплень розсіювання відповідно статора і ротора

$$\mathbf{\Psi}_s = \mathbf{\Psi}_\delta + \mathbf{L}_{\sigma s}\mathbf{I}_s; \;\; \mathbf{\Psi}_r = \mathbf{\Psi}_\delta + \mathbf{L}_{\sigma r}\mathbf{I}_r, \quad (3)$$

де $\mathbf{\Psi}_\delta$ – вектор основного потокозчеплення; $\mathbf{L}_{\sigma s}$, $\mathbf{L}_{\sigma r}$ – матриці індуктивностей розсіювання відповідно статора і ротора.

Вектор основного потокозчеплення можна виразити через вектор струму намагнічування й вектори струмів статора та ротора

$$\mathbf{\Psi}_\delta = \mathbf{I}_m \mathrm{L} = (\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r)\mathrm{L}, \quad (4)$$

де $\mathbf{I}_m$ – вектор струму намагнічування; $L = L_0$ – статична індуктивність намагнічування, $L = \dfrac{\psi_m}{i_m} = L(\psi_m)$.

Продиференціюємо основне потокозчеплення за часом

$$\frac{d\mathbf{\Psi}_\delta}{dt} = L\frac{d\mathbf{I}_m}{dt} + \mathbf{I}_m\frac{dL}{dt}. \quad (5)$$

Похідну $\dfrac{dL}{dt}$ запишемо як повну

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dL}{di_m}\left(\frac{\partial \mathrm{i}}{\partial \mathrm{i}_\alpha}\frac{\partial \mathrm{i}_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial \mathrm{i}}{\partial \mathrm{i}_\beta}\frac{\partial \mathrm{i}_\beta}{\partial t}\right). \quad (6)$$

Диференціюючи статичну індуктивність за струмом, маємо

$$\frac{dL}{di_m} = \frac{L_\partial - L_0}{i_m}, \quad (7)$$

де L_∂ – диференціальна індуктивність, яка визначається за кривою намагнічування $L_\partial = \dfrac{d\psi_m}{di_m} = L_\partial(\psi_m)$.

Враховуючи, що компоненти основного потокозчеплення

$$\Psi_{\delta\alpha} = \mathrm{L}\, I_{m\alpha}; \;\; \Psi_{\delta\beta} = \mathrm{L}\, I_{m\beta}, \quad (8)$$

а модуль основного потокозчеплення

$$\Psi_{\delta m}=\sqrt{\Psi_{\delta\alpha}{}^{2}+\Psi_{\delta\beta}{}^{2}}\,, \tag{9}$$

отримаємо розгорнутий вираз (5) у вигляді

$$\begin{bmatrix}\dfrac{d\Psi_{\delta\alpha}}{dt}\\ \dfrac{d\Psi_{\delta\beta}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_{11} & L_{12}\\ L_{12} & L_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{di_{s\alpha}}{dt}+\dfrac{di_{r\alpha}}{dt}\\ \dfrac{di_{s\beta}}{dt}+\dfrac{di_{r\beta}}{dt}\end{bmatrix}\;, \tag{10}$$

де L_{11}, L_{12}, L_{22} – індуктивності кола намагнічування: $L_{11}=L_0+(L_\partial-L_0)\left(\dfrac{i_\alpha}{i_m}\right)^2$; $L_{12}=(L_\partial-L_0)\left(\dfrac{i_\alpha i_\beta}{i_m{}^2}\right)$; $L_{22}=L_0+(L_\partial-L_0)\left(\dfrac{i_\beta}{i_m}\right)^2$.

Підставляючи (10) у (2) та беручи до уваги (4), одержимо таку систему диференціальних рівнянь

$$\begin{bmatrix}L_{\sigma s}+L_{11} & L_{12} & L_{11} & L_{12}\\ L_{12} & L_{\sigma s}+L_{22} & L_{12} & L_{22}\\ L_{11} & L_{12} & L_{\sigma r}+L_{11} & L_{12}\\ L_{12} & L_{22} & L_{12} & L_{\sigma r}+L_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{di_{s\alpha}}{dt}\\ \dfrac{di_{s\beta}}{dt}\\ \dfrac{di_{r\alpha}}{dt}\\ \dfrac{di_{r\beta}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_{s\alpha}\\ u_{s\beta}\\ u_{r\alpha}\\ u_{r\beta}\end{bmatrix}-$$
$$-\begin{bmatrix}R_s+R_m & -\omega_k(L_{\sigma s}+L_0) & R_m & -\omega_k L_0\\ \omega_k(L_{\sigma s}+L_0) & R_s+R_m & \omega_k L_0 & R_m\\ 0 & -(\omega_k-\omega_r)L_0 & R_r & -(\omega_k-\omega_r)(L_{\sigma r}+L_0)\\ (\omega_k-\omega_r)L_0 & 0 & (\omega_k-\omega_r)(L_{\sigma r}+L_0) & R_r\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{s\alpha}\\ i_{s\beta}\\ i_{r\alpha}\\ i_{r\beta}\end{bmatrix}. \tag{11}$$

Розглянутій математичній моделі адекватна *T*-подібна схема заміщення АД (рисунок).

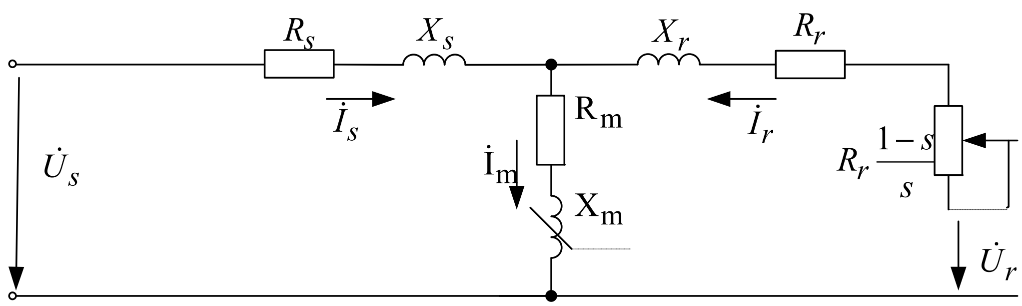

Рис. 1. Схема заміщення асинхронного двигуна

Для аналізу диференціальні рівняння (11) необхідно доповнити рівнянням механічного руху

$$\frac{d\omega_r}{dt}=\frac{\frac{3}{2}\mathrm{p}_0\mathrm{L}_0(i_{s\beta}i_{r\alpha}-i_{s\alpha}i_{r\beta})-M(t)}{J}\,, \tag{12}$$

де $M(t)$ – механічний момент; J – момент інерції; p_0 – кількість пар полюсів машини.

Диференціальні рівняння (11), (12) – модель насиченої асинхронної машини в ортогональних координатах, яку можна використати для аналізу перехідних режимів. Перевагою моделі є те, що використання струмів статора та ротора дозволить більш точно визначати параметри керування під час перехідних процесів частотнокерованих АД з короткозамкненим ротором, а також АД з фазним ротором.

Висновки

Розроблено математичну модель асинхронного двигуна, в якій враховано насичення магнітопроводу і втрати в ньому, а в якості змінних стану використані струми статора та ротора.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Беспалов В.Я., Мощинский Ю.А., Петров А.П. Математическая модель асинхронного двигателя в обобщенной ортогональной системе координат // Электричество. – 2002. – № 8. – С. 33 – 39.

Бурбело Михайло Йосипович – завідувач кафедри електротехнічних систем електроспоживання та енергетичного менеджменту.
Вінницький національний технічний університет.

Гадай Андрій Валентинович – асистент кафедри електропостачання.
Луцький національний технічний університет.

Бальзан Ігор Вікторович – студент інституту електроенергетики та електромеханіки.
Вінницький національний технічний університет.