

УДК 681.325.2

**Н. І. Заболотна, к. т. н., доц.; Г. Л. Лисенко, к. т. н., доц.; В. В. Вітюк****МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК  
ПРОПУСКАННЯ СВІТЛА БАГАТОШАРОВИМИ ПЕРІОДИЧНИМИ  
СТРУКТУРАМИ В СКЛАДНИХ СИСТЕМАХ**

*Проведено математичне моделювання й отримано спектральні характеристики пропускання світла багатошаровими періодичними структура, це дозволило обрати матеріал та геометрію напівпровідникової структури для оптичного модулятора.*

**Ключові слова:** моделювання, характеристики пропускання світла, оптичний модулятор, метод перехідних матриць, багатошарова структура, фотонна заборонена зона.

У результаті бурхливого розвитку інформаційних технологій в сучасному світі постає цілий ряд проблем, пов'язаних з передачею великих обсягів інформації та з обчислювальними потужностями для обробки цієї інформації.

Постає питання розробки нових підходів до реалізації елементів обчислювальних систем та інформаційних мереж, які дозволили б підвищити швидкість передачі інформації та її обробки.

Наявні телекомунікаційні системи значною мірою залежать від модуляторів, що кодують дані в пучках світла. Модулятори швидко змінюють свою відбиваючу здатність, регулюючи інтенсивність променів, що проходять через них. Але нинішні модулятори мають недолік: вони не можуть працювати швидше, ніж електронні схеми, які ними керують. Щоб підвищити швидкість передачі даних, потрібні альтернативні технології контролю. У цій роботі розглядатиметься можливість створення оптичного керованого транспаранта для модуляції лазерного випромінювання в оптичних мережах або для реалізації операцій в обчислювачах.

Розвиток науки й технології ще відносно недавно презентував можливість утворення заборонених фотонних зон у періодичних структурах, а сьогодні цей напрямок викликає неабиякий інтерес у науковців, відкриваючи шлях до якісного стрибка в технологіях, зумовленого переходом до повністю оптичних методів передачі та обробки інформації. Такі структури, будучи своєрідними „оптичними аналогами” напівпровідників, яким властива наявність електронних заборонених зон, отримали назву фотонних кристалів.

Поєднання матеріалів із фотонними забороненими зонами та нелінійної оптики представляє значний інтерес для створення оптичного просторово-часового модулятора (керованого транспаранта). Утворені в періодичній структурі фотонні заборонені зони дозволяють досить ефективно керувати світловим потоком. Їх можна підстроювати за рахунок залежності оптичних властивостей нелінійних матеріалів, які можуть бути використані як композити фотонних кристалів, від інтенсивності випромінювання. Це дозволить на високому рівні контролювати світловий потік, локалізований у фотонному кристалі, й створювати нові активні елементи (перемикачі, модулятори), які можна буде інтегрувати в багатофункціональні фотонні інтегральні схеми. Перемикання властивостей у фотонних кристалах може бути здійснено, наприклад, за допомогою зовнішніх полів (електричного або магнітного), а також у результаті використання температурної залежності коефіцієнта відбиття або електрооптичного ефекту.

Нанотехнологічне виготовлення фотонного кристалу дозволить за рахунок товщини шару порядку десятків нанометрів при невисоких напругах отримати потрібну для нелінійних ефектів напруженість електричного поля (порядку  $10^5$  В/м). Крім того, матеріали з фотонними забороненими зонами можуть бути використані для значного покращення нелінійної характеристики цих матеріалів за рахунок строгої локалізації випромінювання. Це

зробить доступними нелінійні ефекти для комерційних малопотужних напівпровідникових лазерів.

Значну частину дослідницьких робіт з очевидних причин присвячено одновимірним фотонним кристалам. Їх відносно легко виготовити з точним контролем товщини шарів та гладкості поверхні, крім того, такі структури є економічно вигідними й простішими для проектування та виготовлення [1].

На сьогодні процес виготовлення тривимірних фотонних кристалів з необхідною структурою є достатньо складним, оскільки в структурі дуже важко контролювати значення діелектричної проникності із просторовою точністю, вищою за розмірність довжини світлової хвилі. Однак, при підвищенні вимог до лазерів, яке є характерним для багатьох їх застосувань, лазерний промінь є близьким до плоских хвиль. У цьому випадку немає необхідності саме в тривимірних фотонних кристалах, оскільки можна обійтися одновимірними кристалами, тобто багатошаровими структурами.

Отже, розглянемо одновимірні періодичні структури на основі  $AlGaAs/GaAs$  та  $AlGaAs/AlAs$ , які представляють собою пари шарів даних напівпровідників, що періодично повторюються. Для розрахунку забороненої фотонної зони таких структур використаємо метод перехідних матриць.

### 1. Метод перехідної матриці

За умови розгляду лише лінійних процесів, для знаходження комплексного коефіцієнта пропускання одновимірної структури можна застосовувати добре відомий метод перехідної матриці. У цьому методі для того, щоб пов'язати комплексні амплітуди хвиль з правого боку структури з комплексними амплітудами таких же хвиль з лівого боку, скомпонується перехідна матриця. Цей метод використовується при когерентній взаємодії хвиль, багатократно відбитих від кожної межі розділу середовищ, для знаходження сталого поля [1].

Методи перехідних матриць є зручними для геометрій, в яких елементи мають нескінчену поперечну протяжність і обмежену товщину [2]. При товщині шарів, яка складає 5% від довжини сторін періодичної структури в напрямках  $x$  та  $y$  (періодичність наявна лише в напрямку  $z$ ), можна вважати протяжність структури в цих напрямках нескінченною. У цьому випадку відпадає необхідність розглядати граничні умови на переходах в напрямку вищезазначених осей.

Для створення перехідної матриці використовується два типи матриць: матриця розриву (розривності) для переходу крізь межу поділу середовищ і матриця розповсюдження для переходу крізь шар до наступної межі поділу.

Уже було прийнято, що показник заломлення змінюється лише в напрямку  $z$ , який є напрямком розповсюдження. Показник заломлення прийнято постійним в напрямках  $x$  та  $y$ . Позначимо  $E_m^+$  двовимірний вектор, що складається з комплексної амплітуди й фази хвиль, що розповсюджуються в правому та лівому напрямках, на правій стороні від межі розділу  $m$ -го шару, а  $E_m^-$  – двовимірний вектор, що складається з хвиль, що розповсюджуються в правому та лівому напрямках, на лівій стороні від межі розділу в  $m$ -му шарі (рис. 1):

$$E_m^+ = \begin{pmatrix} E_m^{+R} \\ E_m^{+L} \end{pmatrix}, \quad E_m^- = \begin{pmatrix} E_m^{-R} \\ E_m^{-L} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Отже, падаюча хвиля  $E_I$ , відбита хвиля  $E_R$  та хвиля, що пройшла  $E_T$ , будуть мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} E_I &= E_i e^{i(kz-\omega t)} = E_0^{-R} e^{i(kz-\omega t)} \\ E_R &= E_r e^{i(kz+\omega t)} = E_0^{-L} e^{i(kz+\omega t)} \\ E_T &= E_t e^{i(kz-\omega t)} = E_4^{+R} e^{i(kz-\omega t)}. \end{aligned} \quad (2)$$

1.1. Матриця розриву

Спершу розглянемо матрицю розриву. Ця матриця повинна задовольняти три різні граничні умови для межі поділу між  $m$ -им та  $(m+1)$ -им шарами. Перша умова полягає в тому, що повне електричне поле повинно бути неперервним крізь цю межу:

$$E_m^{-R} + E_m^{-L} = E_{m+1}^{+R} + E_{m+1}^{+L}. \quad (3)$$

Наступна гранична умова полягає в тому, що хвиля, яка розповсюджується в правому напрямку, з правої сторони межі поділу повинна дорівнювати сумі хвилі, яка падала на межу в правому напрямку з лівої сторони цієї межі, та відбитої від цієї межі хвилі, яка розповсюджується в лівому напрямку:

$$E_{m+1}^{+R} = r_{m+1,m} E_{m+1}^{+L} + t_{m,m+1} E_m^{-R}. \quad (4)$$

Тут  $r_{m,k}$  та  $t_{m,k}$  – коефіцієнти Френеля при нормальному падінні для відбиття й проходження з шару  $m$  в шар  $k$ :

$$r_{m,k} = \frac{(n_m - n_k)}{(n_m + n_k)}, \quad t_{m,k} = \frac{2n_m}{(n_m + n_k)}. \quad (5)$$

Аналогічно другій, третя гранична умова полягає в тому, що хвиля, яка розповсюджується в лівому напрямку з лівої сторони повинна дорівнювати сумі пропущеної хвилі, яка розповсюджується в лівому напрямку з правої сторони межі поділу, та відбитої від цієї межі хвилі, яка розповсюджується в правому напрямку.

$$E_m^{-L} = r_{m,m+1} E_m^{-R} + t_{m,m+1} E_{m+1}^{+L}. \quad (6)$$

На рис. 1 показано приклад структури з трьох шарів з різними показниками заломлення, для якої проілюстровано розподіл хвиль та граничні умови при переході з одного шару в інший.

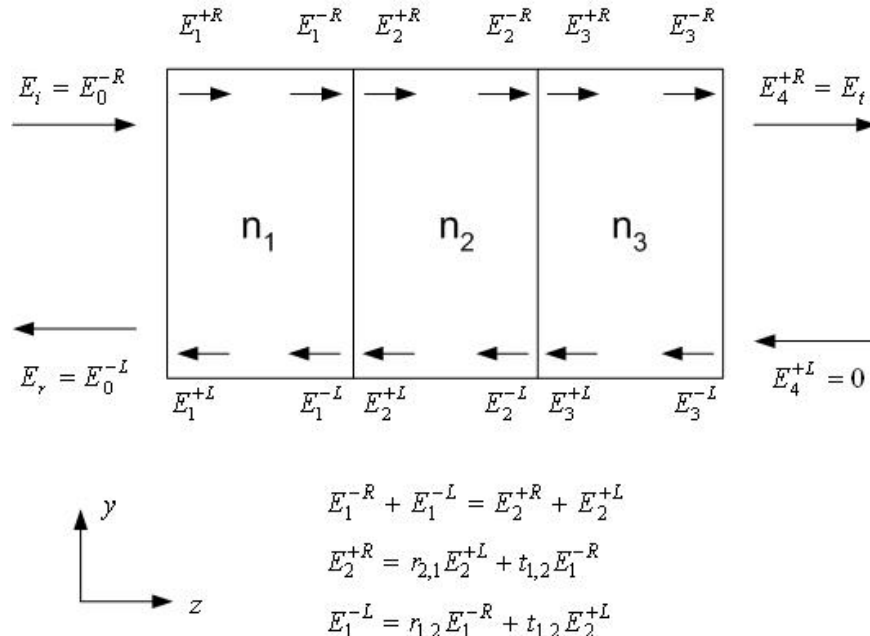


Рис. 1. Ілюстрація до методу перехідної матриці

Використовуючи прості алгебраїчні перетворення, можна об'єднати ці три умови в матричну форму:

$$\begin{pmatrix} E_{m+1}^{+R} \\ E_{m+1}^{+L} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + n_{m+1}/n_m & 1 - n_{m+1}/n_m \\ 1 - n_{m+1}/n_m & 1 + n_{m+1}/n_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_m^{-R} \\ E_{m+1}^{-L} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Отже, матриця розриву матиме такий вигляд:

$$\Delta(m, m+1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + n_{m+1}/n_m & 1 - n_{m+1}/n_m \\ 1 - n_{m+1}/n_m & 1 + n_{m+1}/n_m \end{pmatrix}, \quad (8)$$

так що  $E_{m+1}^+ = \Delta(m, m+1)E_m^-$  [3].

## 1.2 Матриця розповсюдження

Тепер можна розглянути матрицю розповсюдження. Ця матриця повинна враховувати фазу, яка змінюється при проходженні кожного шару. Співвідношення між полями на кожній стороні  $m$ -го шару мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} E_m^{-R} &= E_m^{+R} e^{i \frac{2\pi m_m d_m}{\lambda}}, \\ E_m^{-L} &= E_m^{+L} e^{-i \frac{2\pi m_m d_m}{\lambda}}. \end{aligned} \quad (9)$$

У рівнянні (9)  $d_m$  – фізична товщина  $m$ -го шару, а  $\lambda$  – довжина світла у вакуумі. Перетворюючи це в матричну форму, отримаємо матрицю розповсюдження:

$$\Pi(m) = \begin{pmatrix} e^{i \frac{2\pi m_m d_m}{\lambda}} & 0 \\ 0 & e^{-i \frac{2\pi m_m d_m}{\lambda}} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

так що  $E_m^- = \Pi(m)E_m^+$ .

Поєднання матриці розповсюдження й матриці розриву можна використовувати для опису будь-якого дискретного профілю показника заломлення, застосовуючи їх для розрахунку розповсюдження поля всередині структури. Для прикладу профілю показника заломлення, показаного на рис. 1, поле з лівої сторони останньої межі поділу в цій структурі може бути прийняте як падаюче поле з такою послідовністю кроків:

$$\begin{aligned} E_1^+ &= \Delta(0,1)E_0^- \\ E_1^- &= \Pi(1)E_1^+ \\ E_2^+ &= \Delta(1,2)E_1^- \\ E_2^- &= \Pi(2)E_2^+. \end{aligned} \quad (11)$$

Продовжуючи, цим самим способом ми отримаємо кінцевий результат:

$$E_4^+ = \Delta(1,0)\Pi(3)\Delta(2,3)\Pi(2)\Delta(1,2)\Pi(1)\Delta(0,1)E_0^- \quad [3].$$

Якщо позначити перехідну матрицю для всієї структури  $M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}$ , отримаємо:

$$M = \Delta(1,0)\Pi(3)\Delta(2,3)\Pi(2)\Delta(1,2)\Pi(1)\Delta(0,1),$$

$$E_4^+ = ME_0^-.$$

При цьому накопичення добутку в перехідній матриці не залежить від напрямку руху по Науковій праці ВНТУ, 2009, № 1

структурі, але вимагає врахування шарів у послідовності, в якій вони розташовані. У цьому випадку матриця формується послідовним рухом від останньої межі розділу середовищ до найпершої [4].

Оскільки  $E_4^+ = \begin{pmatrix} E_4^{+R} \\ E_4^{+L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_t \\ 0 \end{pmatrix}$  і  $E_0^- = \begin{pmatrix} E_0^{-R} \\ E_0^{-L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_i \\ E_r \end{pmatrix}$ , можна записати:

$$\begin{pmatrix} E_t \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_i \\ E_r \end{pmatrix}, \text{ тобто}$$

$$\begin{cases} E_t = m_{11}E_i + m_{12}E_r \\ 0 = m_{21}E_i + m_{22}E_r. \end{cases}$$

$$E_r = -\frac{m_{21}}{m_{22}}E_i, \quad (12)$$

$$E_t = m_{11}E_i + m_{12} \cdot \left(-\frac{m_{21}}{m_{22}}\right)E_i = \left(m_{11} - \frac{m_{12}m_{21}}{m_{22}}\right)E_i. \quad (13)$$

Отриманий вираз пов'язує поле на виході структури з падаючим вхідним полем з урахуванням френелівського відбиття та накопиченої за час проходження фази. Відношення квадратів модулів напруженостей поля, що пройшло, та падаючого поля дасть коефіцієнт пропускання структури, який, в свою чергу, покаже діапазони довжин хвиль, у межах яких світло не розповсюджується в структурі – фотонні заборонені зони [5].

## 2. Результати

Розглянемо структуру з шарів  $Al_{0,9}Ga_{0,1}As$  та  $GaAs$ , що періодично повторюються. Для орієнтації забороненої зони на довжину хвилі  $\lambda = 1500$  нм, підбираємо товщину шарів, використовуючи умову Брегга [5]:

$$d \cdot n = \frac{\lambda}{4}, \quad (14)$$

де  $d$  – товщина шару,  $n$  – показник заломлення шару. Тобто, така структура складається з так званих півхвильових пластинок і є розподіленим бреггівським дзеркалом. Для  $n(Al_{0,9}Ga_{0,1}As) = 3,008$  та  $n(GaAs) = 3,535$ , отримаємо відповідно товщини шарів  $d_1 = 124,7$  нм та  $d_2 = 106,1$  нм.

За допомогою пакета MathCad було отримано графічне зображення забороненої зони (рис. 2).

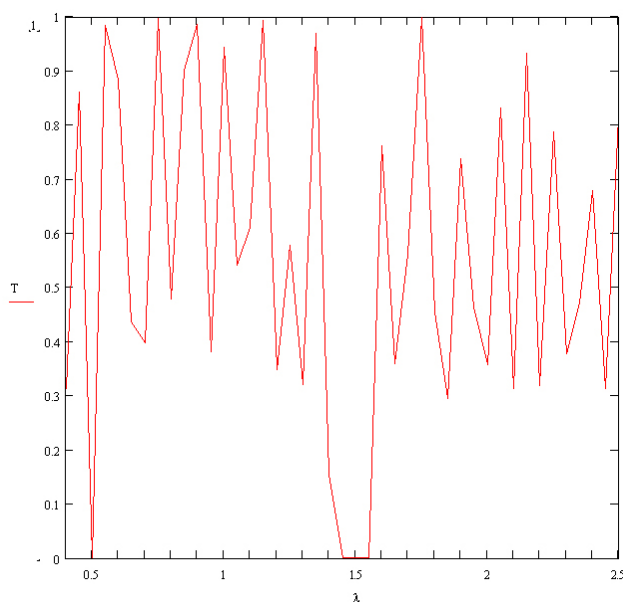


Рис. 2. Залежність коефіцієнта пропускання структури з 30 пар шарів  $Al_{0.9}Ga_{0.1}As/GaAs$  від довжини хвилі падаючого випромінювання

Фотонна заборонена зона знаходиться в околі довжини хвилі 1,5 мкм. На рис. 3 та рис. 4 представлені заборонені зони для  $Al_{0.2}Ga_{0.8}As/Al_{0.9}Ga_{0.1}As$  ( $n = 3,467/3,04$ ) та  $Al_{0.38}Ga_{0.62}As/AlAs$  ( $n = 3,345/2,968$ ). Крок сітки по осі абсцис складає 50 нм.

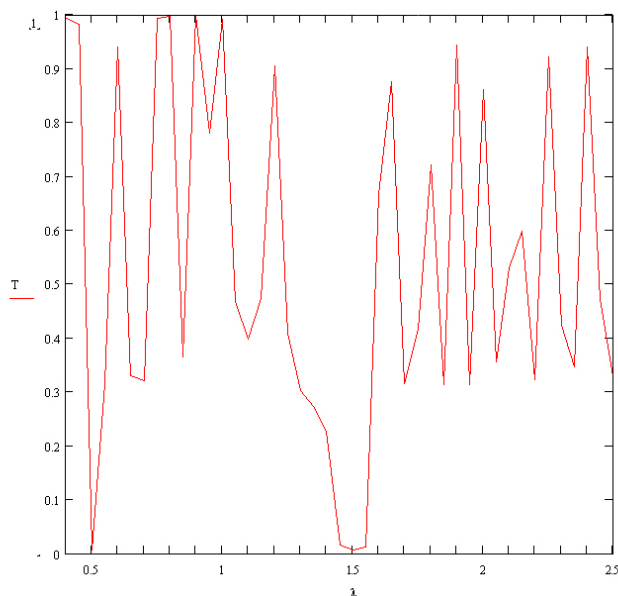


Рис. 3. Залежність коефіцієнта пропускання структури з 24 пар шарів  $Al_{0.2}Ga_{0.8}As/Al_{0.9}Ga_{0.1}As$  від довжини хвилі падаючого випромінювання

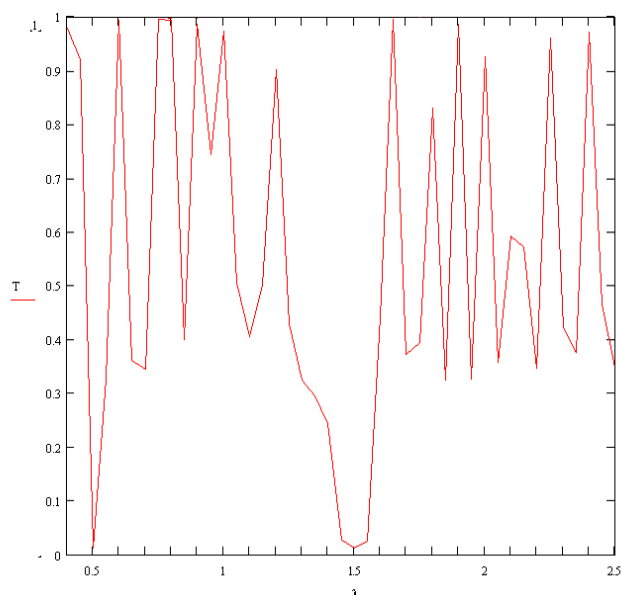


Рис. 4. Залежність коефіцієнта пропускання структури з 24 пар шарів  $Al_{0,38}Ga_{0,62}As/AlAs$  від довжини хвилі падаючого випромінювання

### 3. Висновок

Налагоджена технологія нарощування тонких плівок досліджених матеріалів дозволяє довільно обирати кількість пар шарів, відштовхуючись від необхідного найменшого коефіцієнта пропускання всередині забороненої зони. Ширина забороненої зони залежить переважно від контрасту зміни показників заломлення. Серед розглянутих матеріалів найбільшу ширину забороненої зони має структура на  $Al_{0,9}Ga_{0,1}As/GaAs$ . Зменшивши дискретні відліки по довжині хвилі, отримали діапазон, в якому коефіцієнт пропускання для цього матеріалу не перевищує 0,1:  $1,43 \leq \lambda \leq 1,58$ . Діапазон довжин хвиль, в якому може працювати модулятор на основі такої структури, складає  $\Delta\lambda = 150$  нм. Для хвильового мультиплексування з  $\delta\lambda = 3$  нм можлива робота пристрою з 50-ма каналами.

Досліджена математична модель може бути успішно використана для отримання спектральних характеристик пропускання не тільки періодичних структур, а й багатошарових структур довільної геометрії з дефектними шарами, які є особливо привабливими для створення оптичних фільтрів.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Макаров Д. Г. Многослойные структуры с управляемым магнитным полем пропусканием света / Д. Г. Макаров, В. В. Данилов, В. Ф. Коваленко // Журнал технической физики. – 2004. – Т. 74, № 5. – С. 6–9.
2. Голубев В. Г. Фотонные кристаллы с перестраиваемой запрещенной зоной на основе заполненных и инвертированных композитов опал-кремний / В. Г. Голубев, В. А. Кособукин, Д. А. Курдюков // Физика и техника полупроводников. – 2000. – Т. 35, № 6. – С. 710–713.
3. Darryl Keith Jones. The dynamics of controllable transmissive resonant structures with applications to optical phased arrays and electro-optic switches // Dissertation. – 1999. – The University of Alabama in Huntsville.
4. Вітюк В. В. Методи розрахунку фотонних кристалів / В. В. Вітюк, В. А. Губернаторов // Тези XXXIV науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу, співробітників та студентів університету з участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств. – Вінниця, 2005. – С. 3.
5. Вітюк В.В. Оптичний керований транспарант на основі фотонних кристалів // Тези XXXVI науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу, співробітників та студентів університету з участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств. – Вінниця, 2007. – С. 3.

**Заболотна Наталія Іванівна** – к. т. н., доцент кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, декан ФФЕЛТ, тел. (0432)-598337.

**Лисенко Геннадій Леонідович** – к. т. н., доцент кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, тел. (0432)-513368.

**Вітюк В'ячеслав Вікторович** – аспірант кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, тел. (0432)-695346.

Вінницький національний технічний університет.