

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**до виконання самостійних робіт з дисципліни**  
**«Теорія електричних та магнітних кіл»**  
**для здобувачів спеціальності 123**  
**«Комп'ютерна інженерія»**

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**до виконання самостійної роботи з дисципліни**  
**«Теорія електричних та магнітних кіл»**  
**для здобувачів спеціальності 123**  
**«Комп'ютерна інженерія»**

Вінниця  
ВНТУ  
2025

Рекомендовано до видання Радою з якості освіти Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 3 від 24.10.2024 р.)

Рецензенти:

**М. Й. Бурбело**, доктор технічних наук, професор

**О. Д. Азаров**, доктор технічних наук, професор

Методичні вказівки до виконання самостійних робіт з дисципліни «Теорія електричних та магнітних кіл» для студентів спеціальності 123 «Комп'ютерна інженерія» [Електронний ресурс] / уклад. С. Ш. Каців. – Вінниця : ВНТУ, 2025. – 58 с.

У методичних вказівках наведено основні теоретичні дані до виконання розрахунково-графічних робіт з дисципліни «Теорія електричних та магнітних кіл» та рекомендовану літературу. Методичні вказівки розроблено відповідно до навчальної програми дисципліни «Теорія електричних та магнітних кіл».

## ЗМІСТ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 1 Розрахунок електричного кола синусоїдного струму з керованими джерелами живлення.....	4
РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 Аналіз електричного кола несинусоїдного струму .....	13
РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 3 Аналіз перехідного процесу в колі другого порядку.....	30
РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 4 Аналіз перехідного процесу в колі першого порядку при східчастому вхідному сигналі.....	42
ЛІТЕРАТУРА.....	57

**РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 1**  
**РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА СИНУСОЇДНОГО**  
**СТРУМУ З КЕРОВАНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ЖИВЛЕННЯ**

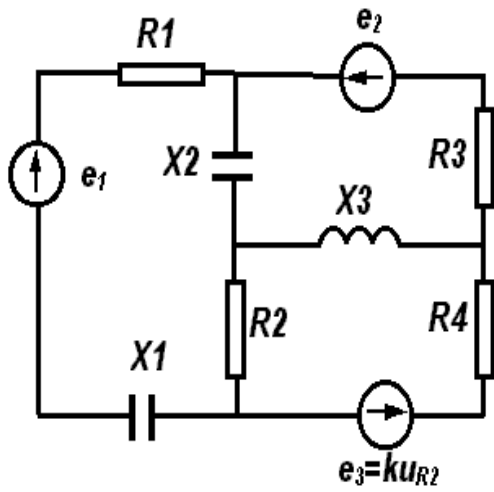
1. За даними свого варіанту розрахувати струми у вітках кола.
2. Скласти баланс комплексних потужностей.

Таблиця 1.1 – Параметри активних та реактивних опорів кола

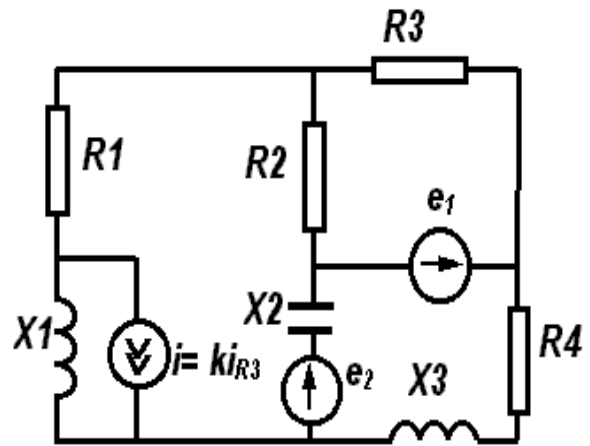
№ вар.	$X_1$ Ом	$X_2$ Ом	$X_3$ Ом	$X_4$ Ом	$R_1$ Ом	$R_2$ Ом	$R_3$ Ом	$R_4$ Ом
1	20	24	30	40	10	11	8	14
2	10	8.5	14.5	30	12	8	9	10
3	12.5	16	21	14	24	16	18	8
4	14	16	14.5	27	18	22	17	9
5	8.5	10	12	14	9	10.5	8	14
6	31	24	18	20	16	10	14	18
7	45	18	21	16	15	13	10	22
8	14	16	8.5	9	14.5	10	12	16
9	25	20	16	14	10	22	18	31
10	28	22.5	18.5	30	15	18	20	12

Таблиця 1.2 – Параметри незалежних та залежних джерел кола

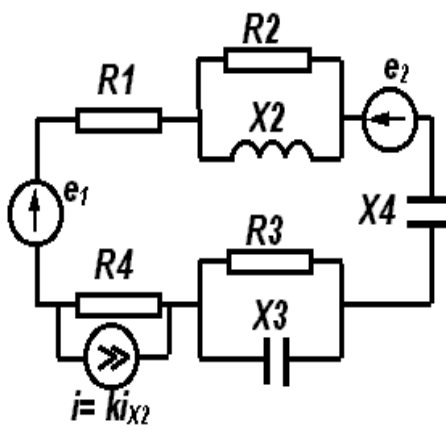
№ вар.	<i>Незалежні джерела</i>				<i>Залежні джерела</i>	
	$e_1$		$e_2$		$e_3$	$i$
	$E_{m1}, \text{В}$	$\beta_1, ^\circ$	$E_{m2}, \text{В}$	$\beta_2, ^\circ$	$k$	$k$
1	120	-30	60	10	0.7	0.9
2	140	-40	70	20	0.6	0.85
3	150	-50	50	25	0.55	0.8
4	160	-60	40	15	0.45	0.75
5	170	-75	45	40	0.4	0.7
6	180	-80	75	-55	0.65	0.6
7	190	10	90	-10	0.8	0.5
8	210	25	100	-20	0.25	0.4
9	220	30	80	-45	0.3	0.2
10	240	45	55	70	0.2	0.1



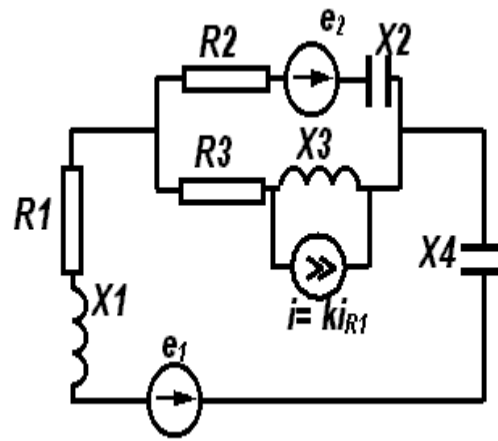
01



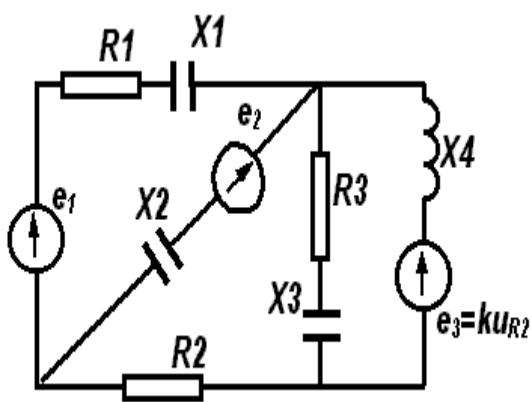
02



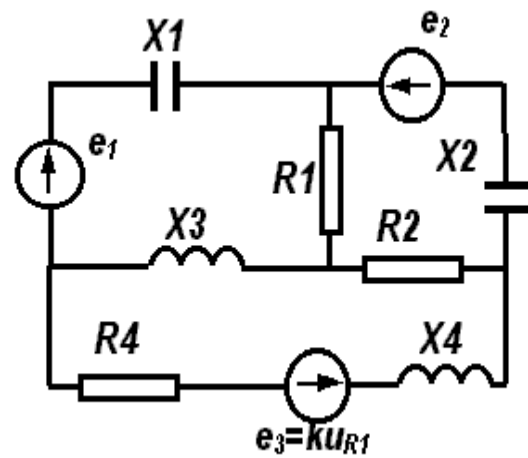
03



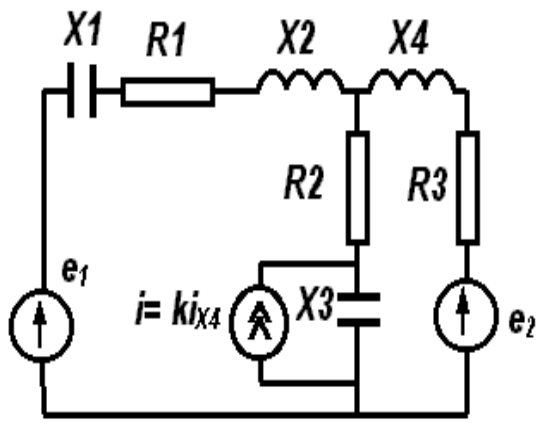
04



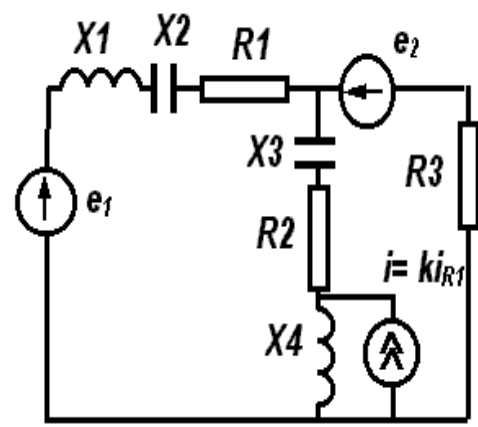
05



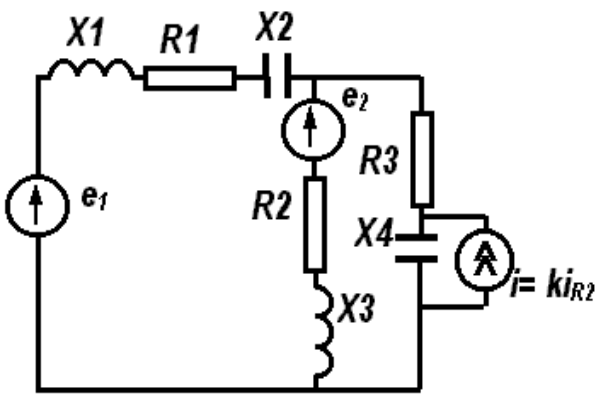
06



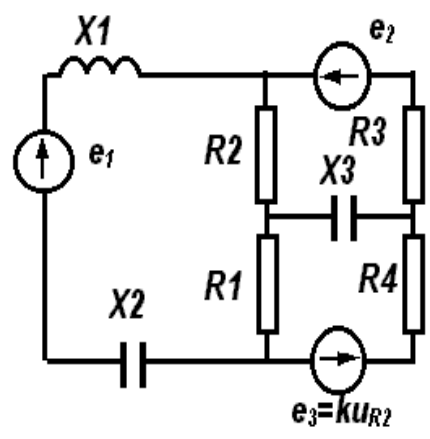
07



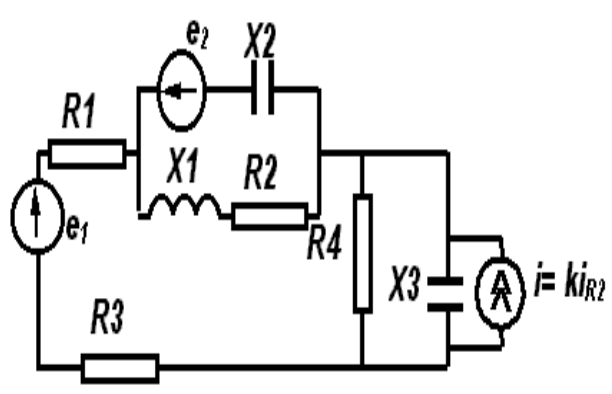
08



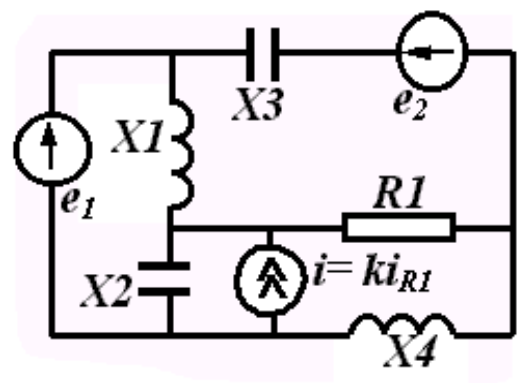
09



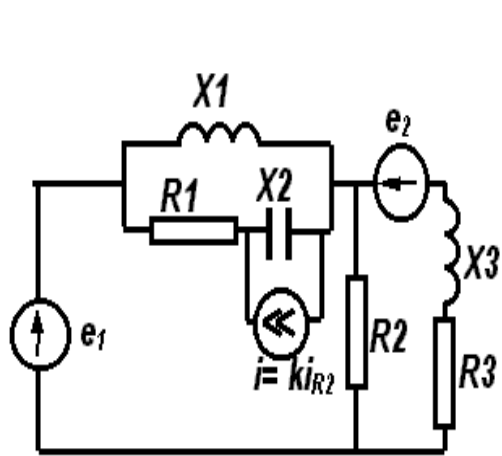
10



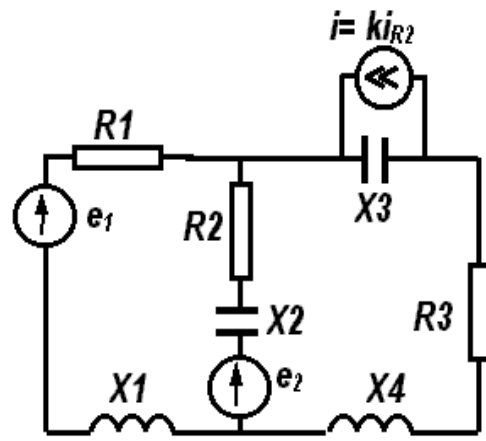
11



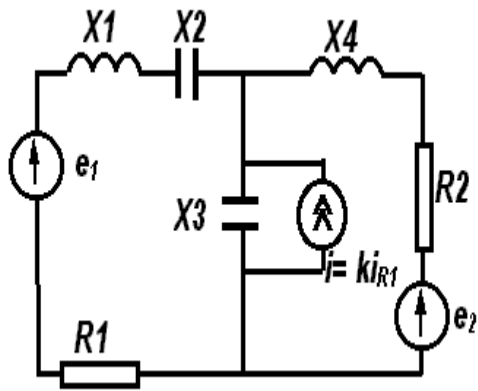
12



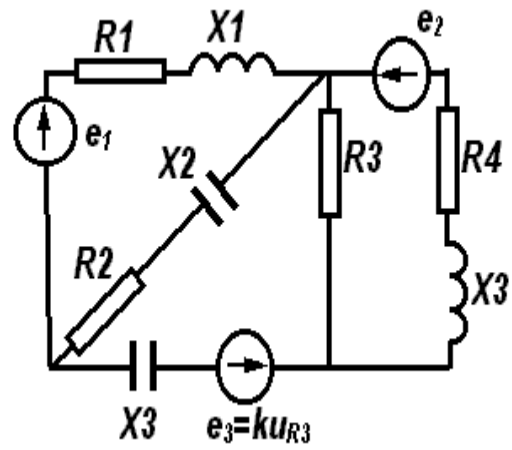
13



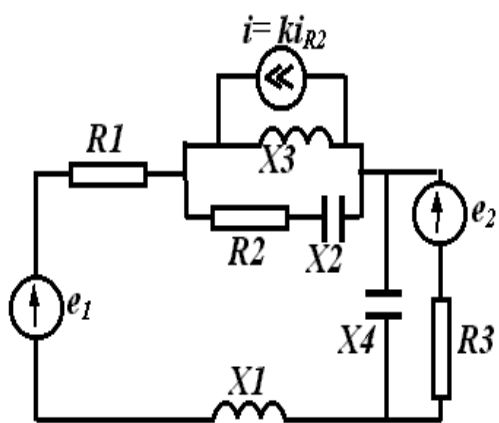
14



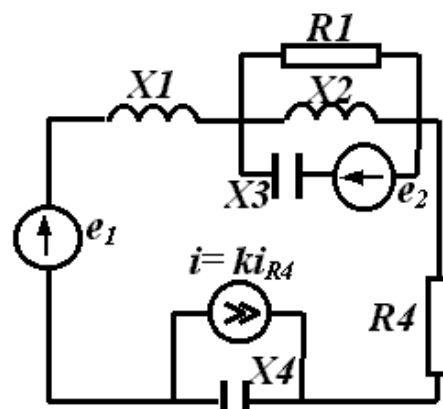
15



16

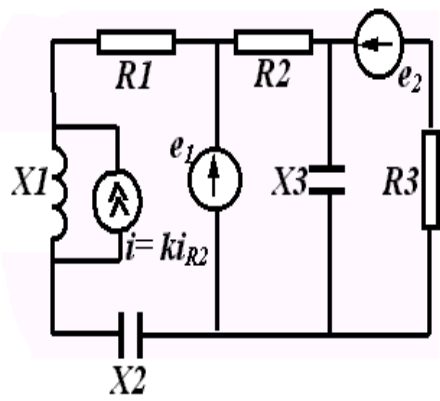


17

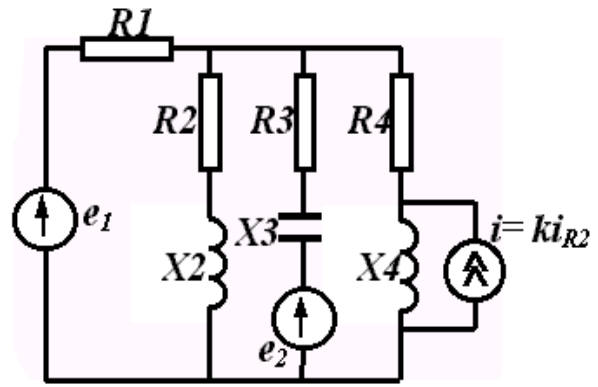


18

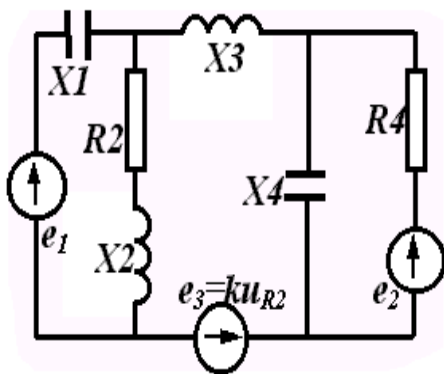




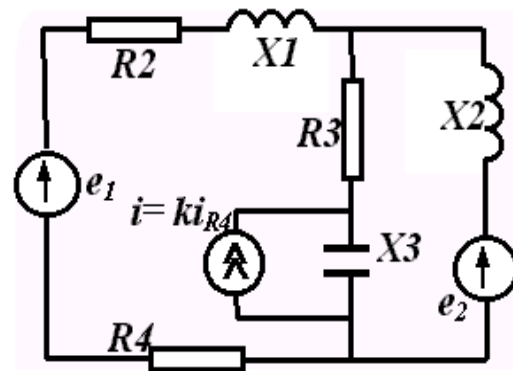
19



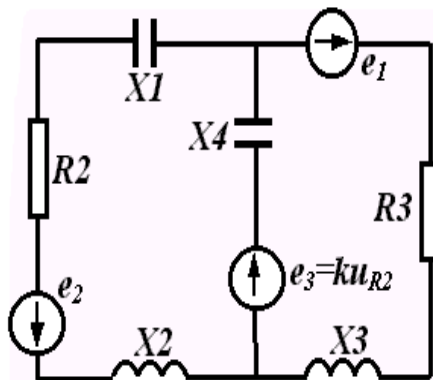
20



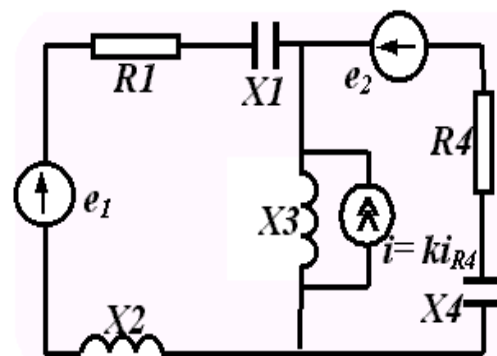
21



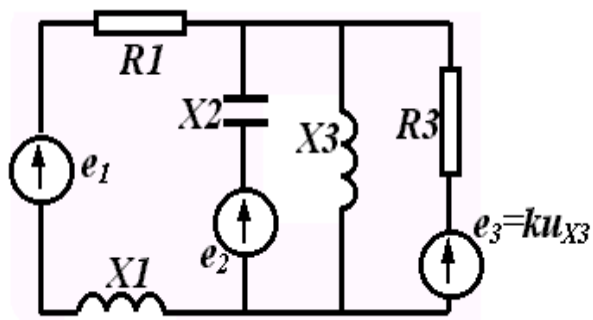
22



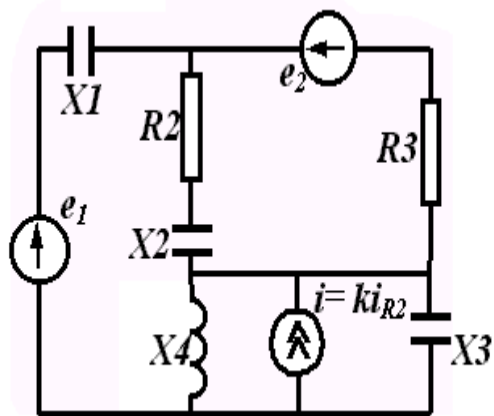
23



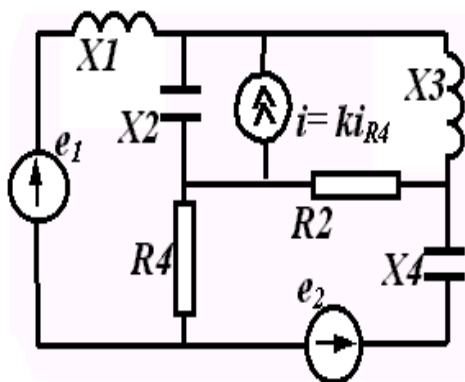
24



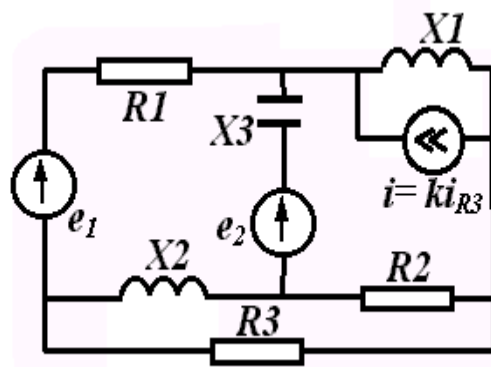
25



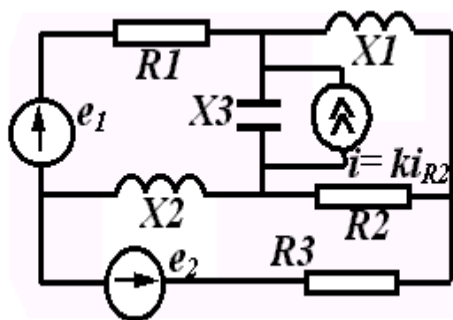
26



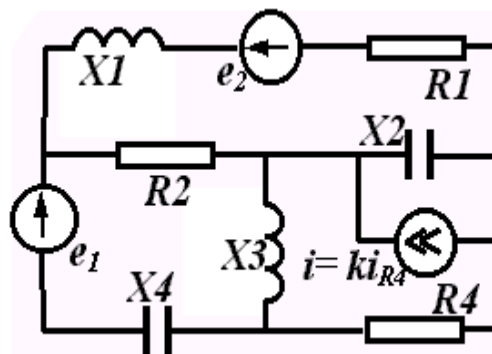
27



28



29



30

## Приклад виконання розрахунково-графічної роботи № 1

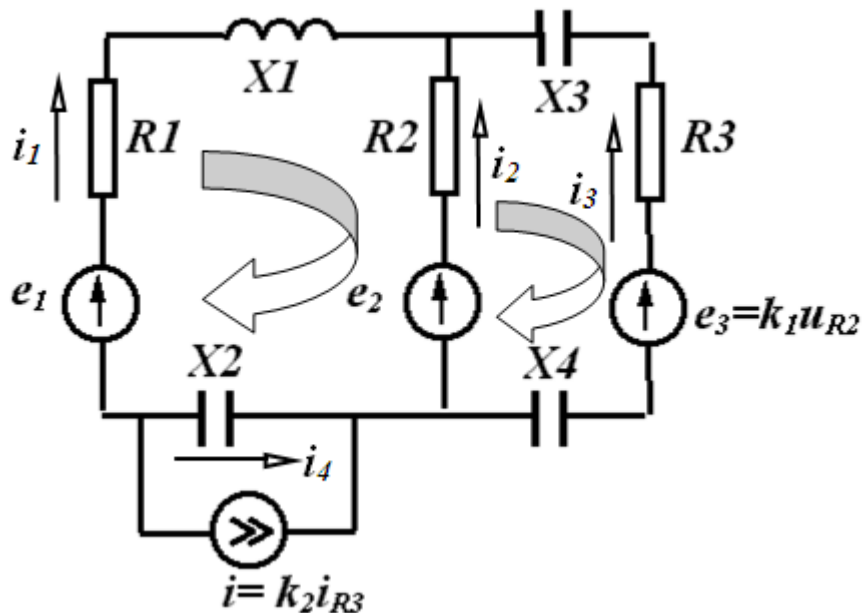


Рисунок 1.1 – Коло з керованими джерелами напруги та струму

Для кола (рис. 1.1) знайти струми в усіх вітках і скласти баланс комплексних потужностей.

Параметри кола:  $e_1 = 100 \sin(\omega t - 20^\circ)$  В,  $e_2 = 150 \sin(\omega t + 30^\circ)$  В,  
 $R_1 = 6$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом,  $R_3 = 8$  Ом,  $X_1 = 9$  Ом,  $X_2 = 6$  Ом,  $X_3 = 4$  Ом,  
 $X_4 = 12$  Ом,  $k_1 = 0.8$ ,  $k_2 = 0.5$ .

Усі розрахунки будемо вести в середовищі MathCAD.

Спочатку введемо вхідні дані:

$$Em1 := 100 \quad Em2 := 150 \quad \beta1 := -20deg \quad \beta2 := 30deg$$

$$r1 := 6 \quad r2 := 10 \quad r3 := 8 \quad x1 := 9 \quad x2 := 6$$

$$x3 := 4 \quad x4 := 12 \quad k1 := 0.8 \quad k2 := 0.5$$

$$E1 := \frac{Em1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \beta1} \quad E2 := \frac{Em2}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \beta2}$$

$$E1 = 66.446 - 24.184i \quad E2 = 91.856 + 53.033i$$

Оскільки в колі присутні керовані джерела живлення, використання методів контурних струмів та вузлових потенціалів є недоцільним, тому

проведемо розрахунок струмів за допомогою системи рівнянь Кірхгофа. Коло містить 5 віток, але лише 4 незалежні струми, тому що струм у вітці є джерелом струму залежить від струму у вітці 3.

Отже система має складатися з 4 рівнянь.

Коло має 3 вузли, тому за першим законом треба скласти 2 рівняння, отже за другим законом теж має бути 2 рівняння.

Запишемо спочатку вирази для повних комплексних опорів віток з незалежними струмами:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1, \underline{Z}_2 = R_2, \underline{Z}_3 = R_3 - j(X_3 + X_4), \underline{Z}_4 = -jX_2$$

і введемо їх в MathCAD.

$$\begin{aligned} z1 &:= r1 + i \cdot x1 & z2 &:= r2 & z3 &:= r3 - i \cdot (x3 + x4) & z4 &:= -i \cdot x2 \\ z1 &= 6 + 9i & z2 &= 10 & z3 &= 8 - 16i & z4 &= -6i \end{aligned}$$

Система рівнянь в комплексній формі виглядає так:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 &= 0, \\ \underline{I} + \underline{I}_4 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 &= 0, \\ \underline{I}_1 \underline{Z}_1 - \underline{I}_2 \underline{Z}_2 - \underline{I}_4 \underline{Z}_4 &= \underline{E}_1 - \underline{E}_2, \\ \underline{I}_2 \underline{Z}_2 - \underline{I}_3 \underline{Z}_3 &= \underline{E}_2 - \underline{E}_3 \end{aligned} \tag{1.1}$$

З урахуванням того, що  $\underline{E}_3 = k_1 \underline{I}_2 \underline{Z}_2$ , а  $\underline{I} = k_2 \underline{I}_3$ , запишемо:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 &= 0, \\ \underline{I}_4 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3(k_2 - 1) &= 0, \\ \underline{I}_1(R_1 + jX_1) - \underline{I}_2 R_2 - \underline{I}_4(-jX_2) &= \underline{E}_1 - \underline{E}_2, \\ \underline{I}_1 \underline{Z}_1 - \underline{I}_2 \underline{Z}_2 - \underline{I}_4 \underline{Z}_4 &= \underline{E}_1 - \underline{E}_2, \\ \underline{I}_2 \underline{Z}_2(k_1 + 1) - \underline{I}_3 \underline{Z}_3 &= \underline{E}_2 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Базуючись на системі (1.2) введемо в MathCAD матрицю коефіцієнтів при невідомих струмах та вектор правих частин, після чого знайдемо комплексні значення струмів:

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & k_2 - 1 & 1 \\ z1 & -z2 & 0 & -z4 \\ 0 & z2 \cdot (k_1 + 1) & -z3 & 0 \end{bmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E1 - E2 \\ E2 \end{pmatrix}$$

$$J := \text{lsolve}(A, B) \quad J = \begin{pmatrix} -0.682 - 5.038i \\ 3.549 + 5.354i \\ -2.867 - 0.316i \\ 2.115 + 5.196i \end{pmatrix}$$

$$I_1 := J_0 \quad I_2 := J_1 \quad I_3 := J_2 \quad I_4 := J_3$$

$$I_1 = -0.682 - 5.038i \quad |I_1| = 5.084 \quad \arg(I_1) = -97.709 \text{ deg}$$

$$I_2 = 3.549 + 5.354i \quad |I_2| = 6.423 \quad \arg(I_2) = 56.464 \text{ deg}$$

$$I_3 = -2.867 - 0.316i \quad |I_3| = 2.884 \quad \arg(I_3) = -173.717 \text{ deg}$$

$$I_4 = 2.115 + 5.196i \quad |I_4| = 5.61 \quad \arg(I_4) = 67.849 \text{ deg}$$

Перевіримо баланс потужностей.

Для визначення потужності джерел енергії знайдемо спочатку комплексні значення е.р.с.  $\underline{E}_3$ , напруги джерела струму  $\underline{U}_i$  і струму  $\underline{I}$  за формулами:

$$\underline{E}_3 = k_1 \underline{I}_2 \underline{Z}_2 \quad (1.3)$$

$$\underline{U}_i = \underline{I}_4 \underline{Z}_4 \quad (1.4)$$

$$\underline{I} = k_2 \underline{I}_3 \quad (1.5)$$

Комплексна потужність джерел енергії:

$$\underline{S}_{дж} = \underline{E}_1 \underline{I}_1 + \underline{E}_2 \underline{I}_2 + \underline{E}_3 \underline{I}_3 - \underline{U}_i \underline{I}. \quad (1.6)$$

Зазначимо, що у виразі (1.6) потужність джерела струму приймається від'ємною, тому що струм і напруга в джерелі струму напрямлені протилежно.

Комплексна потужність споживачів:

$$\underline{S}_{cn} = I_1^2 \underline{Z}_1 + I_2^2 \underline{Z}_2 + I_3^2 \underline{Z}_3 + I_4^2 \underline{Z}_4. \quad (1.7)$$

Реалізуємо вирази (1.3–1.7) в MathCAD.

$$\begin{aligned}
E_3 &:= k_1 \cdot I_2 \cdot z_2 & E_3 &= 28.389 + 42.832i \\
|E_3| &= 51.386 & \arg(E_3) &= 56.464 \text{ deg} \\
I &:= k_2 \cdot I_3 & I &= -1.433 - 0.158i \\
|I| &= 1.442 & \arg(I) &= -173.717 \text{ deg} \\
U_i &:= I_4 \cdot z_4 & U_i &= 31.177 - 12.692i \\
|U_i| &= 33.662 & \arg(U_i) &= -22.151 \text{ deg} \\
S_{dz} &:= E_1 \cdot \bar{I}_1 + E_2 \cdot \bar{I}_2 + E_3 \cdot \bar{I}_3 - U_i \cdot \bar{I} \\
S_{sp} &:= (|I_1|)^2 \cdot z_1 + (|I_2|)^2 \cdot z_2 + (|I_3|)^2 \cdot z_3 + (|I_4|)^2 \cdot z_4 \\
S_{dz} &= 634.217 - 89.257i & S_{sp} &= 634.217 - 89.257i
\end{aligned}$$

Баланс потужностей збігається.

## РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 АНАЛІЗ ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА НЕСИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

1. За даними свого варіанту розкласти криву сигналу ЕРС на гармоніки, обмежившись 5-ма *ненульовими* членами ряду Фур'є.

Параметри сигналу взяти з табл. 2.1.

Таблиця 2.1 – Параметри вхідного сигналу

Номер варіанту	Номер рисунку-графіку сигналу	$f$	$E_m$
		Гц	В
0	Рис. 2.1	100	144
1	Рис. 2.2	75	648
2	Рис. 2.3	50	504
3	Рис. 2.4	50	216
4	Рис. 2.5	500	360
5	Рис. 2.6	50	576
6	Рис. 2.7	200	720
7	Рис. 2.8	150	432
8	Рис. 2.9	50	72
9	Рис. 2.10	76	288

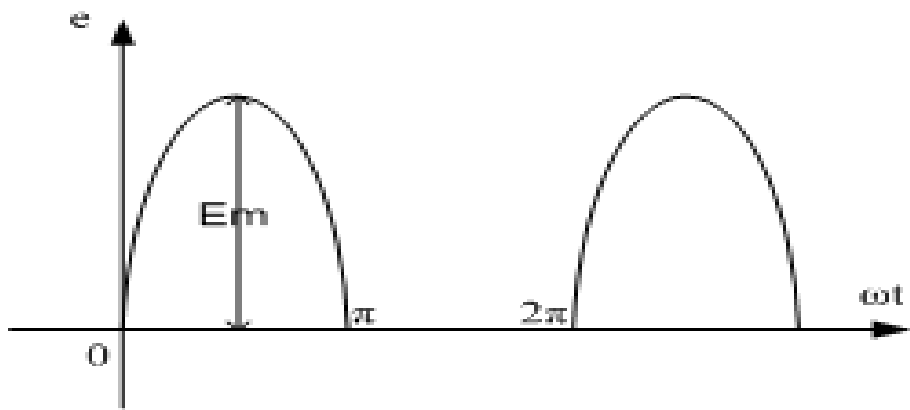


Рисунок 2.1

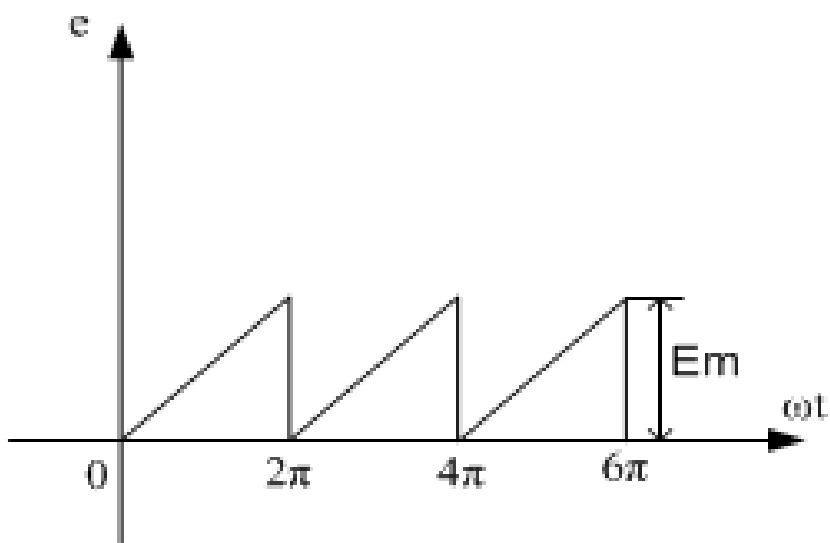


Рисунок 2.2

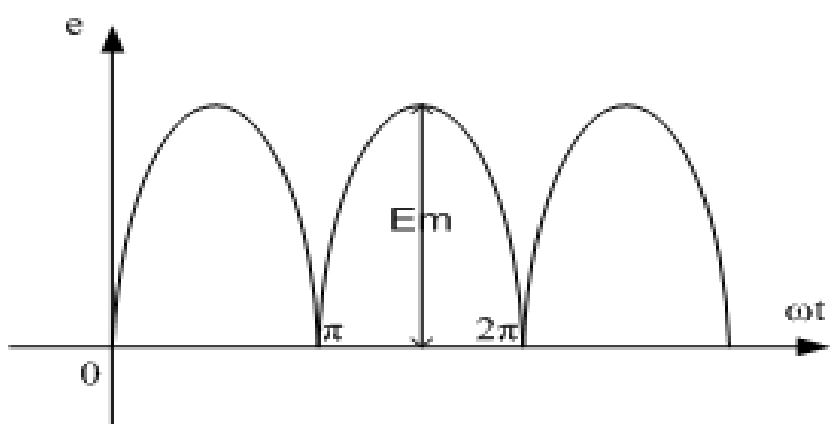


Рисунок 2.3

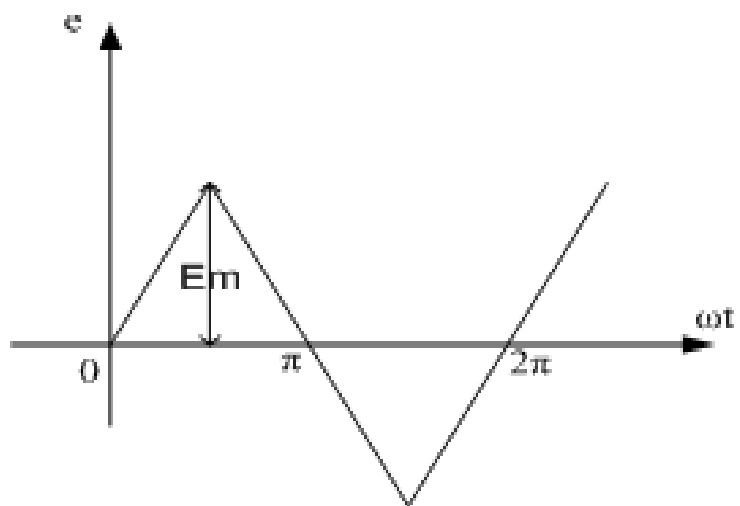


Рисунок 2.4

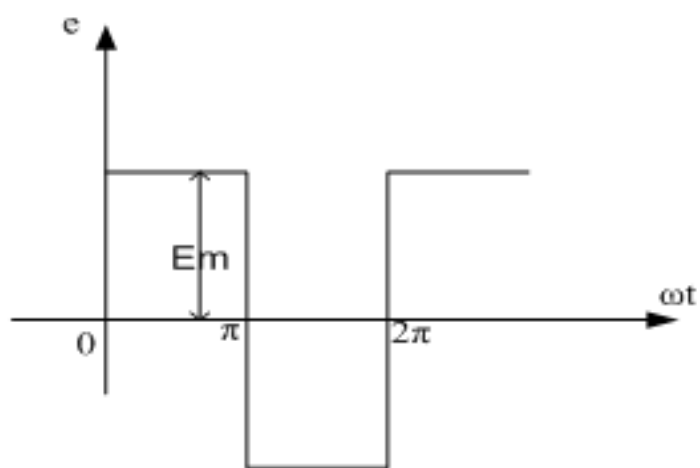


Рисунок 2.5

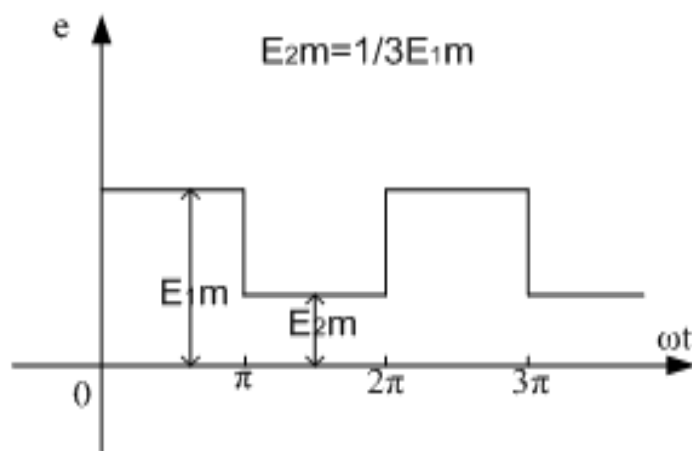


Рисунок 2.6



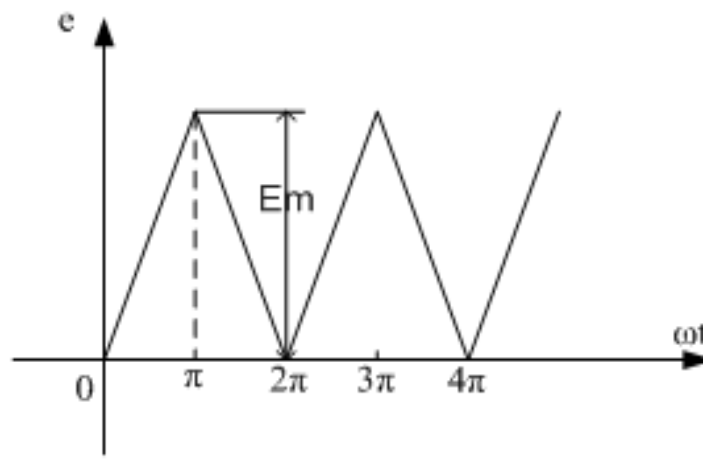


Рисунок 2.7

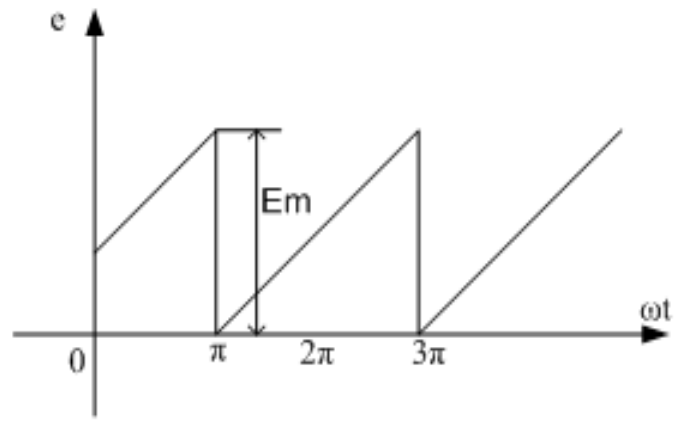


Рисунок 2.8

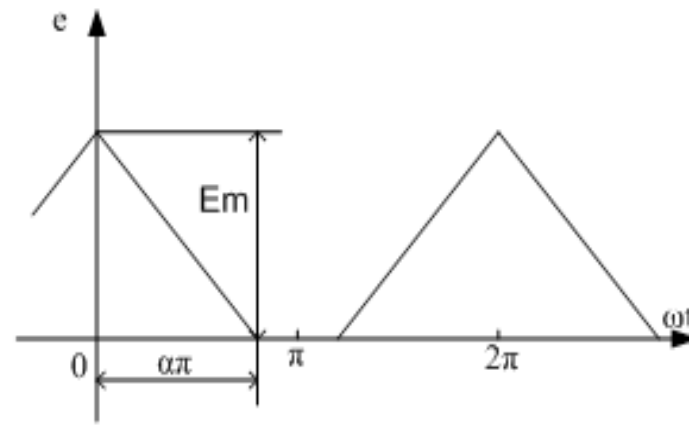


Рисунок 2.9

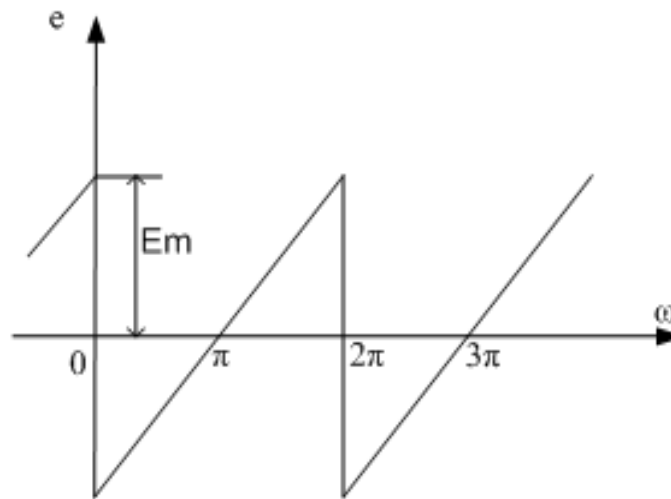


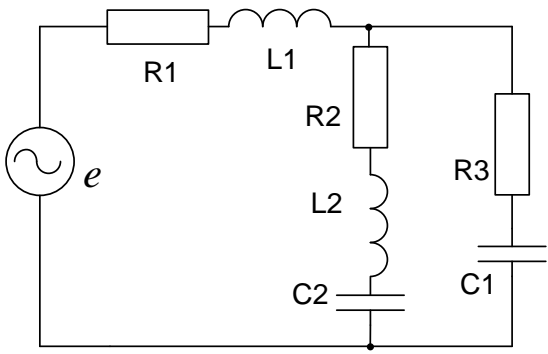
Рисунок 2.10

2. За даними свого варіанту визначити струм в нерозгалуженій частині електричного кола (миттєві та діючі значення), обмежившись 5-ма *ненульовими* гармоніками.

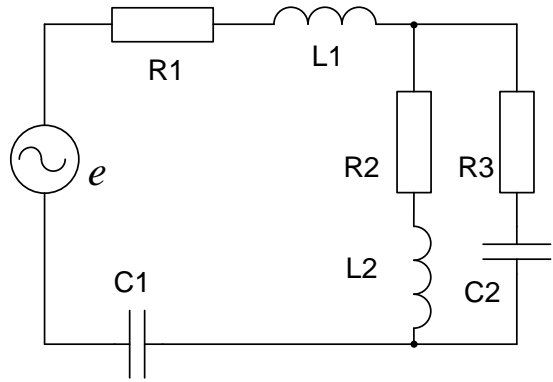
Параметри кола взяти з табл. 2.2.

Таблиця 2.2 – Параметри кола

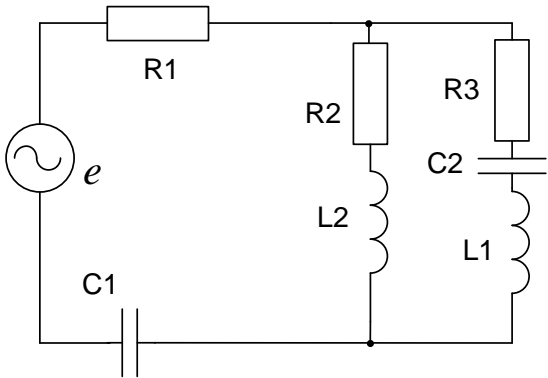
Номер варіанту	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$L_1$	$L_2$	$C_1$	$C_2$
	Ом	Ом	Ом	мГн	мГн	мкФ	мкФ
0	4	12	10	10	20	50	10
1	2	15	14	80	50	30	20
2	4	8	17	40	30	90	100
3	5	12	16	120	80	30	50
4	3	14	20	6	4	5	2
5	6	15	15	45	30	80	100
6	8	8	14	16	12	10	15
7	7	14	16	32	20	15	10
8	3	20	22	100	80	50	30
9	5	16	10	30	20	50	40



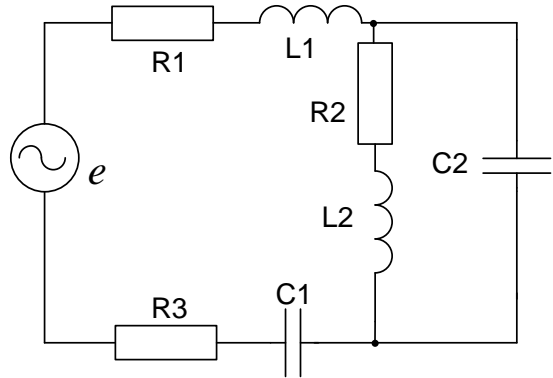
01



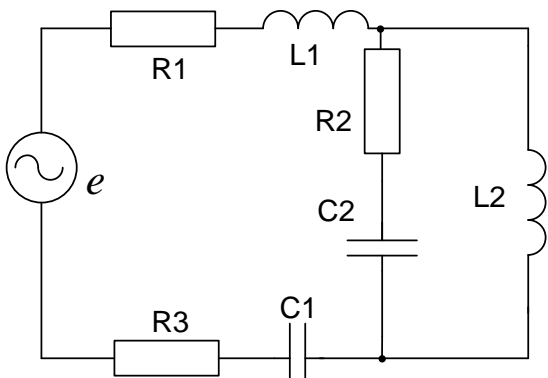
02



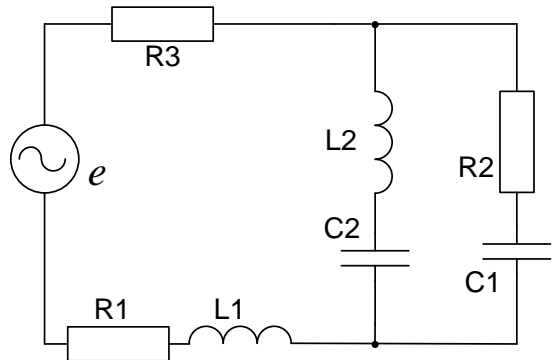
03



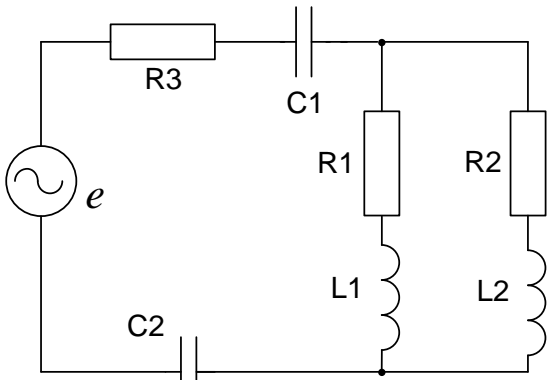
04



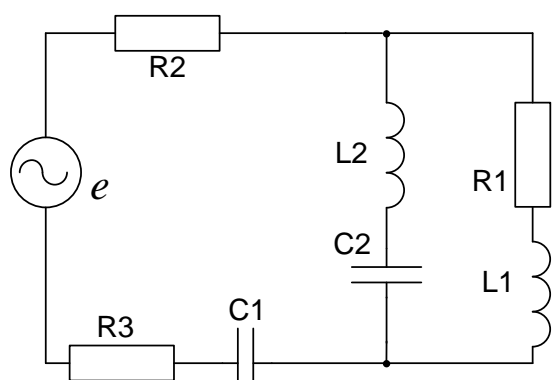
05



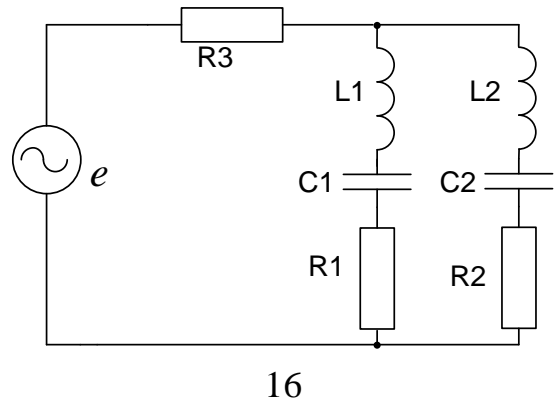
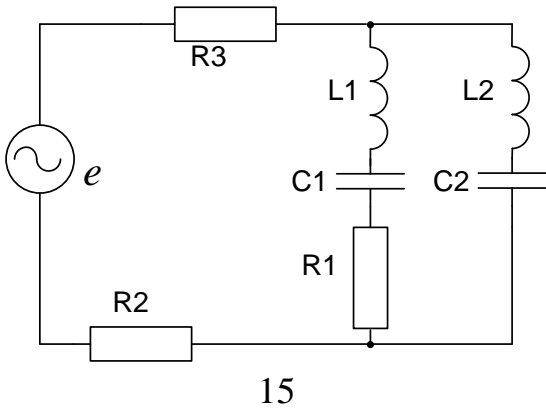
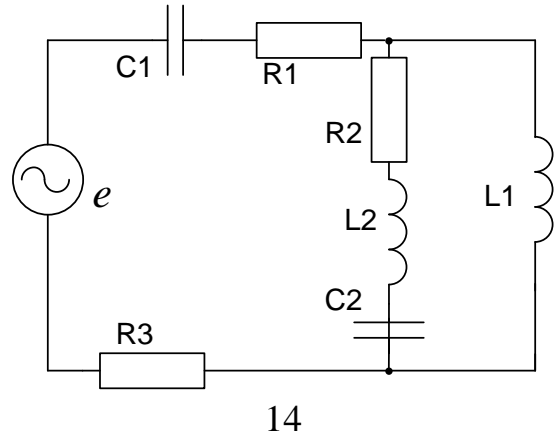
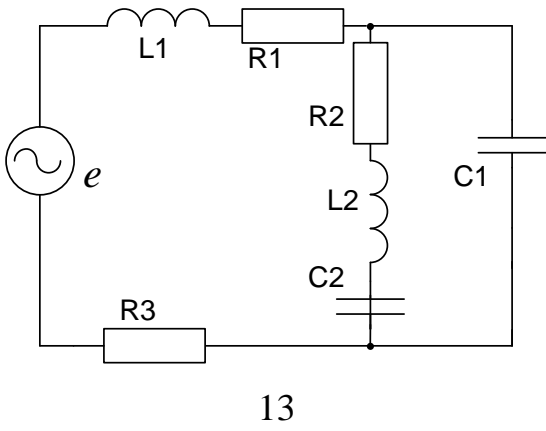
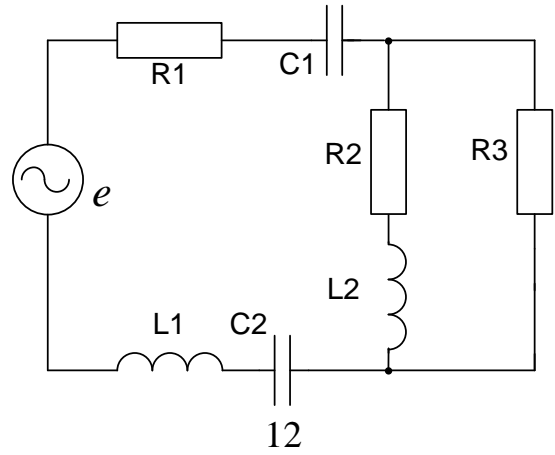
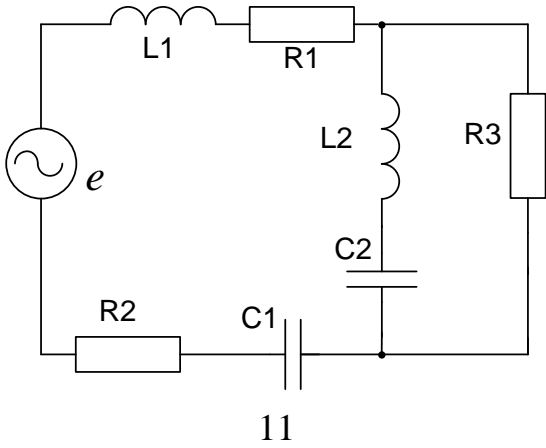
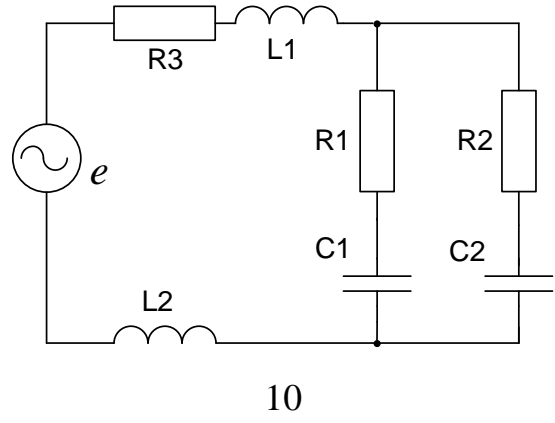
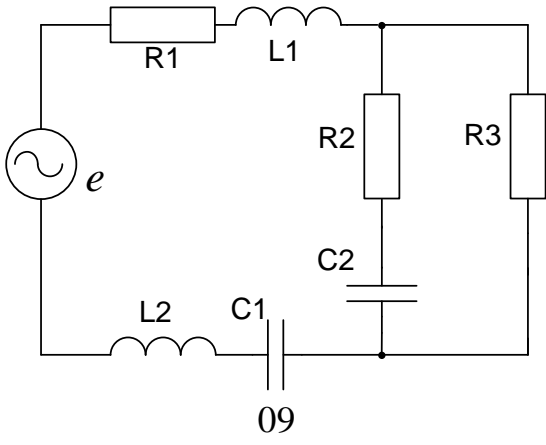
06

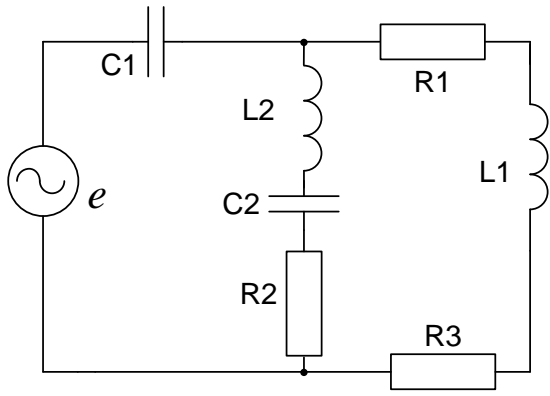


07

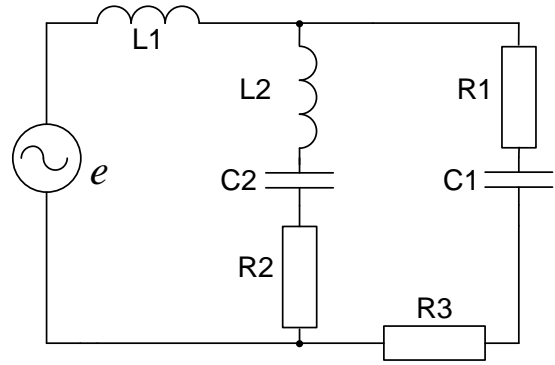


08

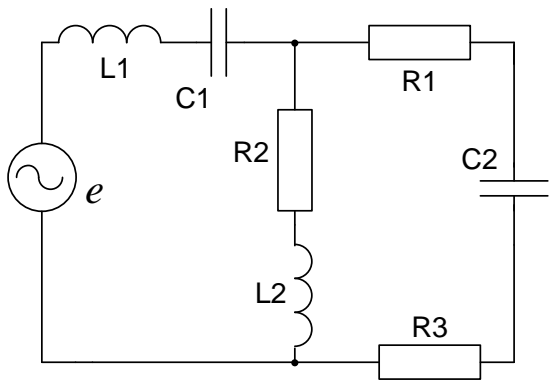




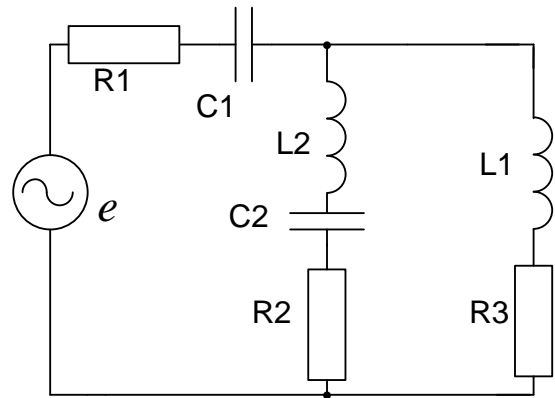
17



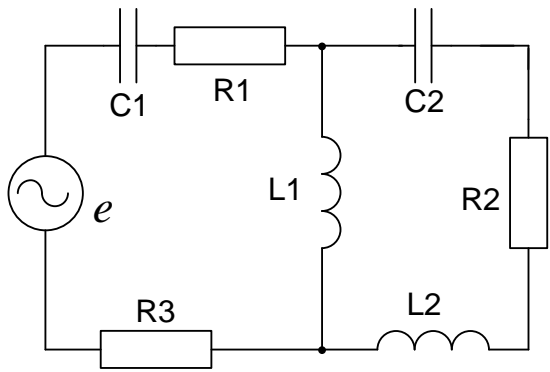
18



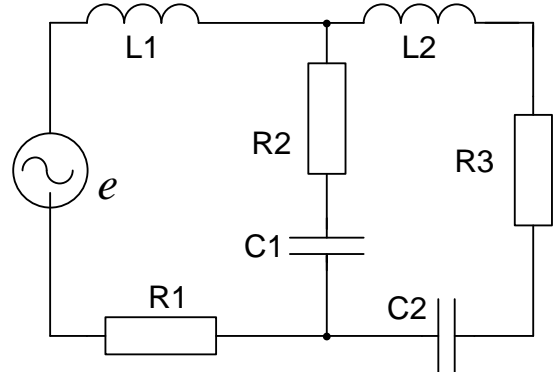
19



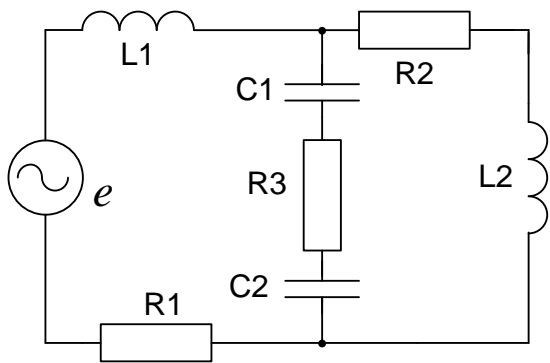
20



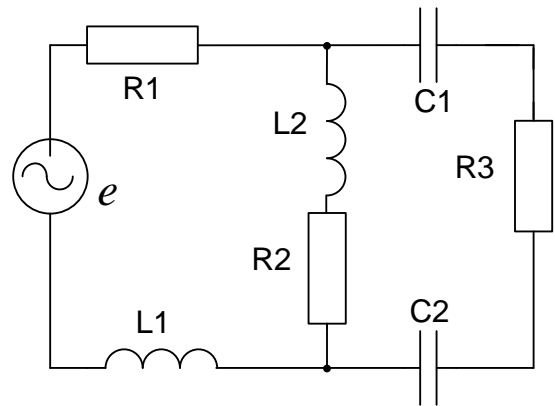
21



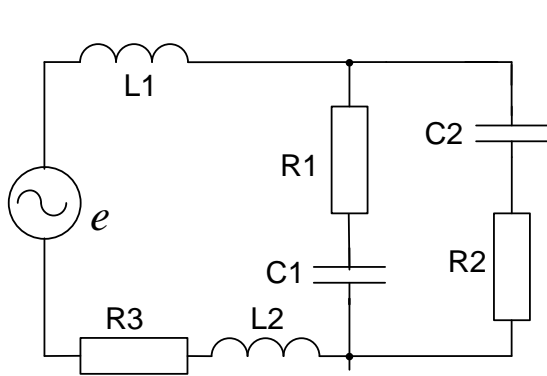
22



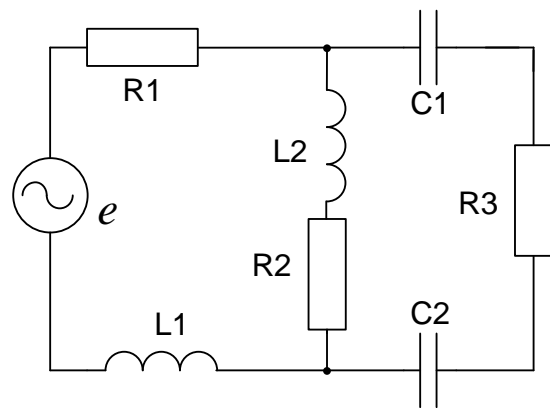
23



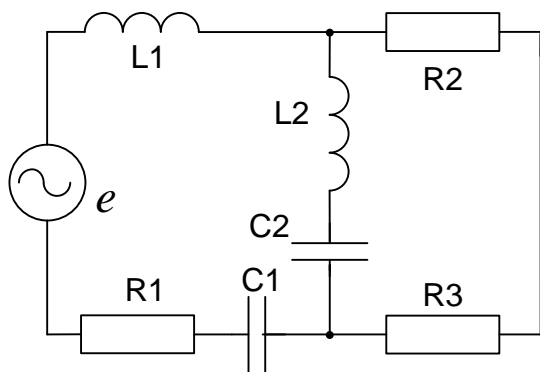
24



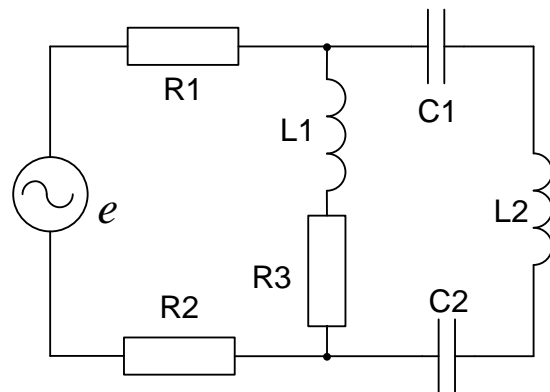
25



26



27



28

3. Побудувати в одній системі координат:

- вхідної напруги з урахуванням 5-х ненульових гармонік;
- криву вхідного струму в нерозгалуженій частині кола з урахуванням 5-х ненульових гармонік.

4. Розрахувати потужності, які споживає коло при дії на нього періодичного негармонічного сигналу.

5. Визначити коефіцієнти, які характеризують форму розрахованої кривої струму:

- коефіцієнт спотворення;
- коефіцієнт нелінійного спотворення.

### Приклад виконання розрахунково-графічної роботи № 2

Проведемо розрахунок кола (рис. 2.11, а), якщо  $f = 100$  Гц,  $E_m = 144$  В,  $r_1 = 4$  Ом,  $r_2 = 12$  Ом,  $r_3 = 10$  Ом,  $C_1 = 50$  мкФ,  $C_2 = 10$  мкФ,  $L_1 = 10$  мГн,  $L_2 = 20$  мГн, а форма кривої вхідної напруги наведена на рис. 2.11, б. Знайдемо струми у вітках для 5-х ненульових гармонік. Визначимо потужності та коефіцієнти спотворень.

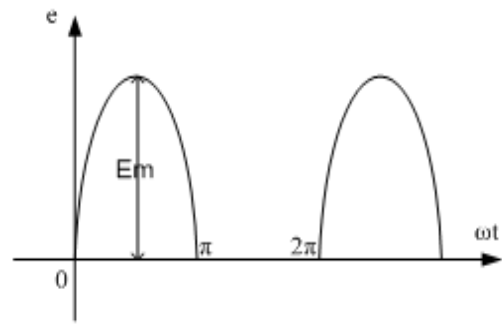
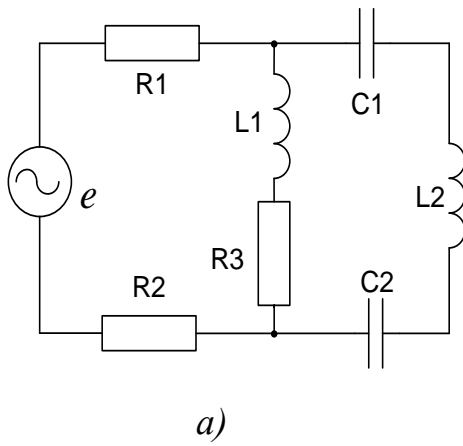


Рисунок 2.11

Спочатку введемо вхідні дані:

$$E_m := 144 \quad f := 100 \quad r_1 := 4 \quad r_2 := 12 \quad r_3 := 10$$

$$L_1 := 10 \cdot 10^{-3} \quad L_2 := 20 \cdot 10^{-3} \quad C_1 := 50 \cdot 10^{-6} \quad C_2 := 10 \cdot 10^{-6}$$

Розкладемо вхідну напругу в ряд Фур'є за формулами:

$$B_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt,$$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cos \frac{2k\pi}{T} t dt, \quad (2.1)$$

$$A_k = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \sin \frac{2k\pi}{T} t dt.$$

Виходячи з рис. 2.11, б, вхідна напруга в аналітичній формі має вигляд:

$$u(t) = \begin{cases} E_m \sin \frac{2\pi}{T} t, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}. \quad (2.2)$$

Для знаходження коефіцієнтів ряду Фур'є в MathCAD слід записати відповідні інтеграли (2.1) і використати функцію символічних перетворень «→». Ці процедури для постійної складової та перших 5-х ненульових гармонік наведені нижче.

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) dt \rightarrow \frac{144}{\pi}$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) dt \rightarrow 72$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) dt \rightarrow 0$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 2}{T}\right) dt \rightarrow 0$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 2}{T}\right) dt \rightarrow \frac{-96}{\pi}$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 3}{T}\right) dt \rightarrow 0$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 3}{T}\right) dt \rightarrow 0$$



$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 4}{T}\right) dt \rightarrow 0$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 4}{T}\right) dt \rightarrow \frac{-96}{5 \cdot \pi}$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 5}{T}\right) dt \rightarrow 0$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 5}{T}\right) dt \rightarrow 0$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 6}{T}\right) dt \rightarrow 0$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 6}{T}\right) dt \rightarrow \frac{-288}{35 \cdot \pi}$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 7}{T}\right) dt \rightarrow 0$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} Em \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 7}{T}\right) dt \rightarrow 0$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} E_m \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 8}{T}\right) dt \rightarrow 0$$

$$\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} E_m \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t \cdot 8}{T}\right) dt \rightarrow \frac{-32}{7 \cdot \pi}$$

З проведених перетворень випливає, що ненульовими є перша, друга, четверта, шоста та восьма гармоніки.

Таким чином, можна записати:

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{144}{\pi} + 72 \sin \omega t - \frac{96}{\pi} \cos 2\omega t - \frac{96}{5\pi} \cos 4\omega t - \frac{288}{35\pi} \cos 6\omega t - \frac{32}{7\pi} \cos 8\omega t = \\ &= \frac{144}{\pi} + 72 \sin \omega t + \frac{96}{\pi} \sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{96}{5\pi} \sin\left(4\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \\ &+ \frac{288}{35\pi} \sin\left(6\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{32}{7\pi} \sin\left(8\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

Визначимо комплексні напруги усіх гармонік:

$$\begin{aligned} U_0 &:= \frac{144}{\pi} & \beta &:= -90\text{deg} & U_{m1} &:= 72 & U_1 &:= \frac{U_{m1}}{\sqrt{2}} \\ U_{m2} &:= \frac{96}{\pi} & U_2 &:= \frac{U_{m1} \cdot e^{i \cdot \beta}}{\sqrt{2}} & U_{m4} &:= \frac{96}{5 \cdot \pi} & U_4 &:= \frac{U_{m4} \cdot e^{i \cdot \beta}}{\sqrt{2}} \\ U_{m6} &:= \frac{288}{35 \cdot \pi} & U_6 &:= \frac{U_{m6} \cdot e^{i \cdot \beta}}{\sqrt{2}} & U_{m8} &:= \frac{32}{7 \cdot \pi} & U_8 &:= \frac{U_{m8} \cdot e^{i \cdot \beta}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Реактивні опори на індуктивності та ємності для  $k$ -тої гармоніки визначаються з виразів:

$$X_L^{(k)} = k\omega L, \quad X_C^{(k)} = \frac{1}{k\omega C} \quad (2.3)$$

Комплексні опори віток та еквівалентний опір для  $k$ -тої гармоніки для схеми (рис. 2.11, а) знаходяться як:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1^{(k)} &= r_1 + r_2, \quad \underline{Z}_2^{(k)} = r_3 + jx_{L_1}^{(k)}, \quad \underline{Z}_3^{(k)} = j(x_{L_2}^{(k)} - x_{C_1}^{(k)} - x_{C_2}^{(k)}), \\ \underline{Z}_e^{(k)} &= \underline{Z}_1^{(k)} + \frac{\underline{Z}_2^{(k)} \underline{Z}_3^{(k)}}{\underline{Z}_2^{(k)} + \underline{Z}_3^{(k)}}. \end{aligned} \quad \dots(2.4)$$

Для нульової гармоніки, враховуючи що  $x_C^{(0)} = \frac{1}{0 \cdot \omega C} \approx \infty$ , можна записати:

$$\underline{Z}_1^{(0)} = r_1 + r_2, \quad \underline{Z}_2^{(0)} = r_3, \quad \underline{Z}_3^{(0)} = \infty, \quad \underline{Z}_e^{(0)} = r_1 + r_2 + r_3. \quad \dots \quad (2.5)$$

Реалізуємо вирази (2.3), (2.4), (2.5) в MathCAD:

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad x_{L1} := \omega \cdot L1 \quad x_{L2} := \omega \cdot L2 \quad x_{C1} := \frac{1}{\omega \cdot C1} \quad x_{C2} := \frac{1}{\omega \cdot C2}$$

$$z1 := r1 + r2 \quad z21 := r3 + i \cdot x_{L1} \quad z31 := i \cdot (x_{L2} - x_{C1} - x_{C2})$$

$$ze1 := z1 + \frac{z21 \cdot z31}{z21 + z31} \quad z22 := r3 + i \cdot x_{L1} \cdot 2$$

$$z32 := i \cdot \left( x_{L2} \cdot 2 - \frac{x_{C1}}{2} - \frac{x_{C2}}{2} \right) \quad ze2 := z1 + \frac{z22 \cdot z32}{z22 + z32}$$

$$z24 := r3 + i \cdot x_{L1} \cdot 4 \quad z34 := i \cdot \left( x_{L2} \cdot 4 - \frac{x_{C1}}{4} - \frac{x_{C2}}{4} \right)$$

$$ze4 := z1 + \frac{z24 \cdot z34}{z24 + z34} \quad z26 := r3 + i \cdot x_{L1} \cdot 6$$

$$z36 := i \cdot \left( x_{L2} \cdot 6 - \frac{x_{C1}}{6} - \frac{x_{C2}}{6} \right) \quad ze6 := z1 + \frac{z26 \cdot z36}{z26 + z36}$$

$$z28 := r3 + i \cdot x_{L1} \cdot 8 \quad z38 := i \cdot \left( x_{L2} \cdot 8 - \frac{x_{C1}}{8} - \frac{x_{C2}}{8} \right)$$

$$ze8 := z1 + \frac{z28 \cdot z38}{z28 + z38} \quad ze0 := r1 + r2 + r3$$

Визначимо комплексні та амплітудні значення струмів на вході у коло для різних гармонік за формулами:

$$\underline{I}_1^{(k)} = \frac{U^{(k)}}{\underline{Z}_e^{(k)}}, \quad I_{ml}^{(k)} = \sqrt{2} I_1^{(k)}. \quad \dots(2.6)$$

В MathCAD це виглядатиме так:

$$\begin{aligned} I10 &:= \frac{U0}{ze0} & I11 &:= \frac{U1}{ze1} & I12 &:= \frac{U2}{ze2} \\ I14 &:= \frac{U4}{ze4} & I16 &:= \frac{U6}{ze6} & I18 &:= \frac{U8}{ze8} \\ Im11 &:= \sqrt{2} \cdot |I11| & \alpha11 &:= \arg(I11) \\ Im12 &:= \sqrt{2} \cdot |I12| & \alpha12 &:= \arg(I12) \\ Im14 &:= \sqrt{2} \cdot |I14| & \alpha14 &:= \arg(I14) \\ Im16 &:= \sqrt{2} \cdot |I16| & \alpha16 &:= \arg(I16) \\ Im18 &:= \sqrt{2} \cdot |I18| & \alpha18 &:= \arg(I18) \end{aligned}$$

Діючі значення вхідного струму та вхідної напруги в нашому випадку знаходяться за формулами:

$$I_1 = \sqrt{\sum_{k=0}^8 (I_1^{(k)})^2}, \quad U = \sqrt{\sum_{k=0}^8 (U^k)^2}. \quad (2.7)$$

В MathCAD:

$$\begin{aligned} I1 &:= \sqrt{(|I10|)^2 + (|I11|)^2 + (|I12|)^2 + (|I14|)^2 + (|I16|)^2 + (|I18|)^2} \\ U &:= \sqrt{(|U0|)^2 + (|U1|)^2 + (|U2|)^2 + (|U4|)^2 + (|U6|)^2 + (|U8|)^2} \end{aligned}$$

Результати розрахунків:

$$\begin{aligned} I10 &= 1.763 & I11 &= 1.818 - 0.401i & I12 &= -0.6 - 1.423i \\ I14 &= -0.038 - 0.263i & I16 &= -0.049 - 0.045i \\ I18 &= -0.024 - 0.015i & I1 &= 3.005 & U &= 85.488 \end{aligned}$$

Знайдемо потужності в цьому колі.

Активна потужність джерела для нашої схеми знаходиться за формулою:

$$P_{дж} = U^{(0)}I^{(0)} + \sum_{k=1}^8 U^{(k)}I_1^{(k)} \cos \varphi_1^{(k)}, \quad (2.8)$$

де кут  $\varphi_1^{(k)}$  можна знайти як аргумент еквівалентного комплексного опору  $Z_e^{(k)}$ .

Реактивна потужність джерела:

$$Q_{дж} = \sum_{k=1}^8 U^{(k)}I_1^{(k)} \sin \varphi_1^{(k)}. \quad (2.9)$$

Повна потужність джерела  $S = UI_1$ , де  $U$  – діюче значення прикладеної напруги,  $I_1$  – діюче значення вхідного струму.

Потужність спотворення  $T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}$ .

Реалізуємо всі ці вирази в MathCAD.

$$\phi 1 := \arg(\text{ze1}) \quad \phi 2 := \arg(\text{ze2}) \quad \phi 4 := \arg(\text{ze4})$$

$$\phi 6 := \arg(\text{ze6}) \quad \phi 8 := \arg(\text{ze8})$$

$$\begin{aligned} Pdz := & U0 \cdot I10 + |U1| \cdot |I11| \cdot \cos(\phi 1) + |U2| \cdot |I12| \cdot \cos(\phi 2) + \\ & + |U4| \cdot |I14| \cdot \cos(\phi 4) + |U6| \cdot |I16| \cdot \cos(\phi 6) + |U8| \cdot |I18| \cdot \cos(\phi 8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Qdz := & |U1| \cdot |I11| \cdot \sin(\phi 1) + |U2| \cdot |I12| \cdot \sin(\phi 2) + \\ & + |U4| \cdot |I14| \cdot \sin(\phi 4) + |U6| \cdot |I16| \cdot \sin(\phi 6) + |U8| \cdot |I18| \cdot \sin(\phi 8) \end{aligned}$$

$$S := U \cdot I1 \quad T := \sqrt{S^2 - Qdz^2 - Pdz^2}$$

$$Pdz = 247.019 \quad Qdz = 51.217 \quad S = 256.926 \quad T = 48.676$$

Побудуємо хвильові діаграми вхідної напруги та струму, для чого спочатку запишемо їх миттєві значення:

$$u(t) = U^{(0)} + \sum_{k=1}^8 U^{(k)} \sqrt{2} \sin(k\omega t + \beta_k), \quad i_1(t) = I_1^{(0)} + \sum_{k=1}^8 I_1^{(k)} \sqrt{2} \sin(k\omega t + \alpha_{1k}).$$

В MathCAD ці формули виглядають так:

$$\begin{aligned}
u_1(t) &:= U_{m1} \cdot \sin(\omega \cdot t) & u_2(t) &:= U_{m2} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t + \beta) \\
u_4(t) &:= U_{m4} \cdot \sin(4 \cdot \omega \cdot t + \beta) & u_6(t) &:= U_{m6} \cdot \sin(6 \cdot \omega \cdot t + \beta) \\
u_8(t) &:= U_{m8} \cdot \sin(8 \cdot \omega \cdot t + \beta) & i_{11}(t) &:= I_{m11} \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha_{11}) \\
i_{12}(t) &:= I_{m12} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_{12}) & i_{14}(t) &:= I_{m14} \cdot \sin(4 \cdot \omega \cdot t + \alpha_{14}) \\
i_{16}(t) &:= I_{m16} \cdot \sin(6 \cdot \omega \cdot t + \alpha_{16}) & i_{18}(t) &:= I_{m18} \cdot \sin(8 \cdot \omega \cdot t + \alpha_{18}) \\
u(t) &:= U_0 + u_1(t) + u_2(t) + u_4(t) + u_6(t) + u_8(t) \\
i_1(t) &:= I_{10} + i_{11}(t) + i_{12}(t) + i_{14}(t) + i_{16}(t) + i_{18}(t)
\end{aligned}$$

Хвильові діаграми зображені на рис. 2.12, 2.13.

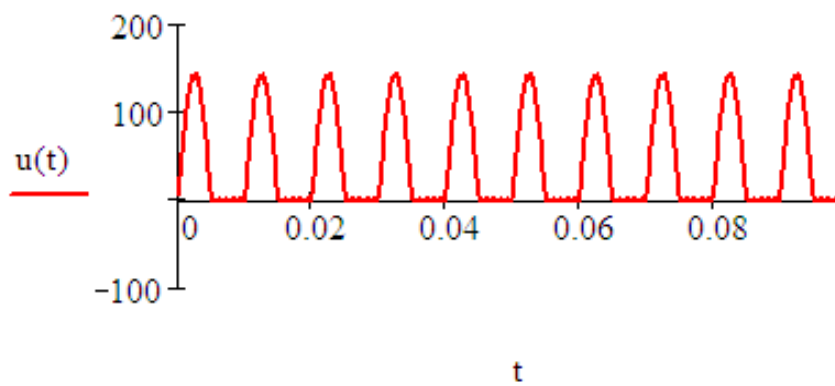


Рисунок 2.12

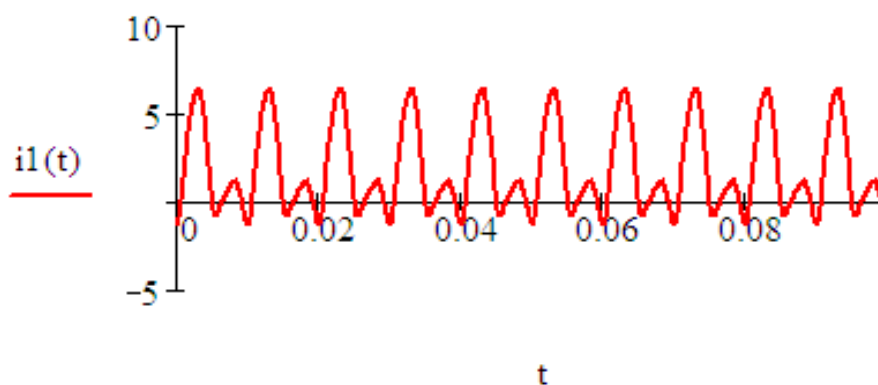


Рисунок 2.13

Коефіцієнти спотворень напруги та всіх струмів для нашої схеми визначаються за формулами:

- коефіцієнти спотворень:

$$K_c^u = \frac{U^{(1)}}{\sqrt{\sum_{k=1}^8 (U^{(k)})^2}} = \frac{U^{(1)}}{\sqrt{U^2 - (U^{(0)})^2}}, \quad K_c^{i_1} = \frac{I_1^{(1)}}{\sqrt{(I_1)^2 - (I_1^{(0)})^2}} \quad (2.10)$$

де  $U$ ,  $I_1$  – раніше розраховані діючі значення вхідної напруги та струму з урахуванням постійної складової;

- коефіцієнти нелінійних спотворень:

$$K_{nc}^u = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^8 (U^{(k)})^2}}{U^{(1)}}, \quad K_{nc}^{i_1} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^8 (I_1^{(k)})^2}}{I_1^{(1)}}. \quad (2.11)$$

Ці ж формули в MathCAD:

$$K_{su} := \frac{|U1|}{\sqrt{U^2 - U0^2}} \quad K_{si1} := \frac{|I11|}{\sqrt{I1^2 - I10^2}}$$

$$K_{nsu} := \frac{\sqrt{(|U2|)^2 + (|U4|)^2 + (|U6|)^2 + (|U8|)^2}}{|U1|}$$

$$K_{nsi1} := \frac{\sqrt{(|I12|)^2 + (|I14|)^2 + (|I16|)^2 + (|I18|)^2}}{|I11|}$$

$$K_{su} = 0.706 \quad K_{si1} = 0.765 \quad K_{nsu} = 1.004 \quad K_{nsi1} = 0.842$$

### РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 3 АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНОГО ПРОЦЕСУ В КОЛІ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Для електричного кола, зображеного нижче, параметри якого задані в таблицях 3.1 і 3.2, розрахувати перехідний процес операторним методом.

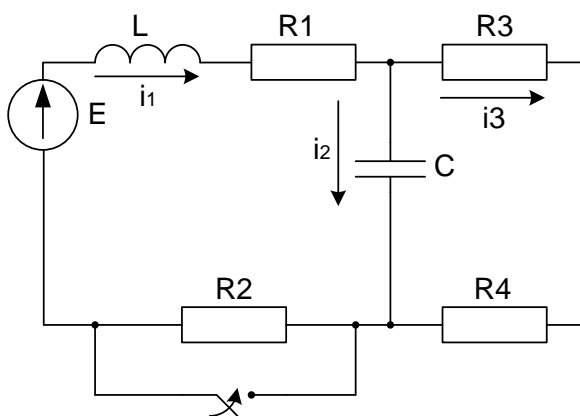
На підставі отриманих аналітичних виразів побудувати графіки шуканих величин в функції часу.

Таблиця 3.1

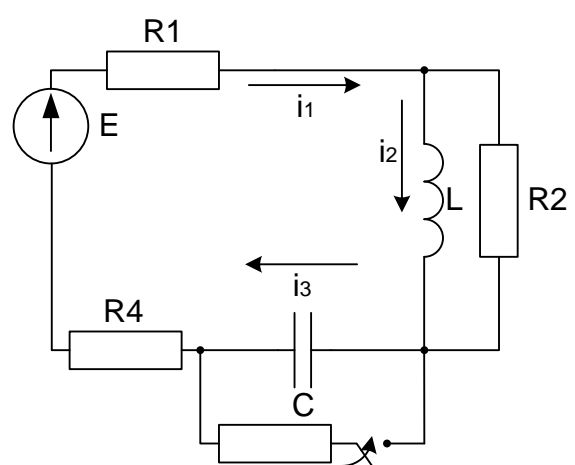
Номер	$E, В$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$
0	300	20	15
1	250	8	10
2	200	12	12
3	150	5	8
4	100	6	10
5	50	10	90
6	280	3	8
7	220	15	20
8	180	50	50
9	120	5	10

Таблиця 3.2

Номер	$L, мГн$	$C, мкФ$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	Необхідно визначити
0	1	10	5	2	$i_1; i_2$
1	2	5	5	2	$i_2; i_3$
2	1	10	10	10	$i_3; i_1$
3	3	8	2	5	$U_{R_2}; u_L$
4	4	5	5	4	$U_{R_2}; u_C$
5	10	10	100	10	$i_1; u_L$
6	5	50	5	8	$i_2; u_C$
7	5	4	5	15	$i_3; u_L$
8	8	15	20	30	$i_1; u_C$
9	2	10	5	5	$i_3; u_C$

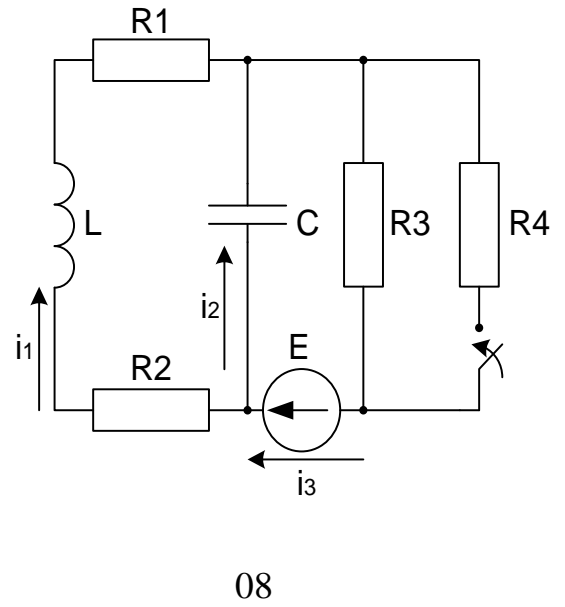
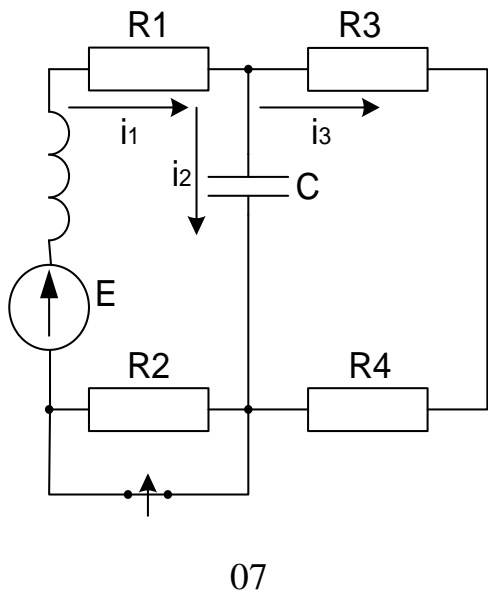
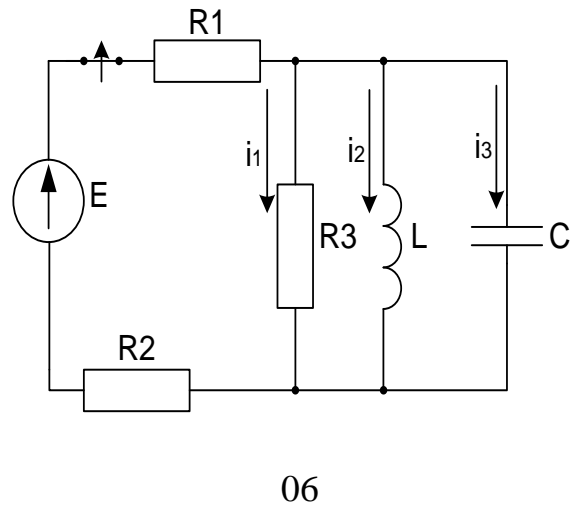
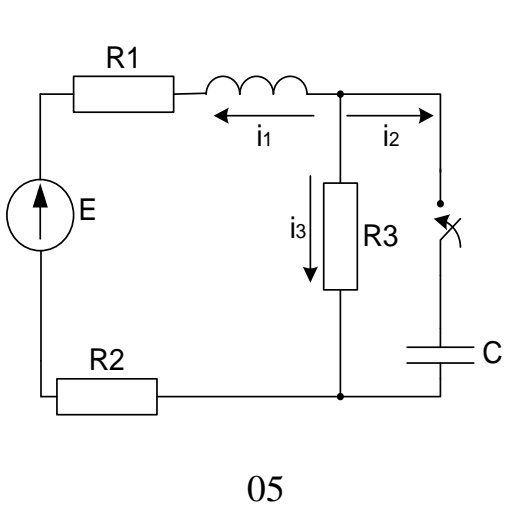
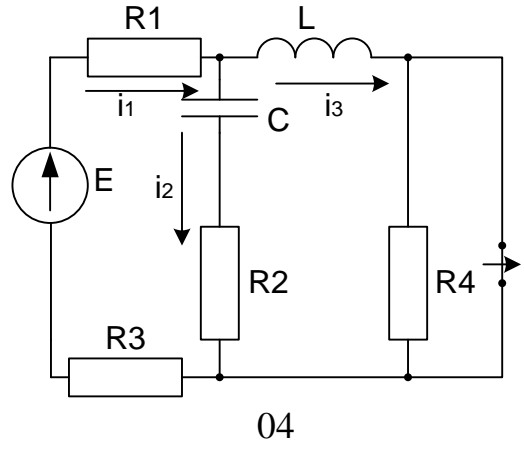
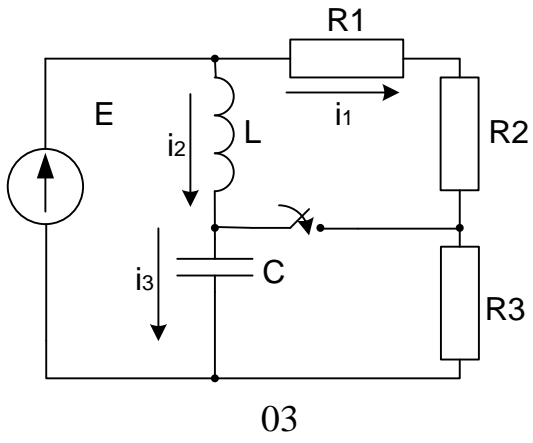


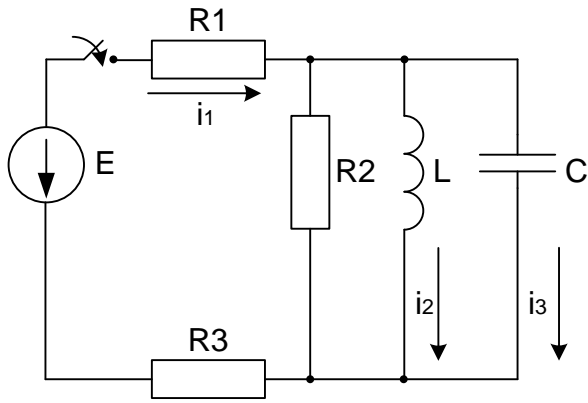
01



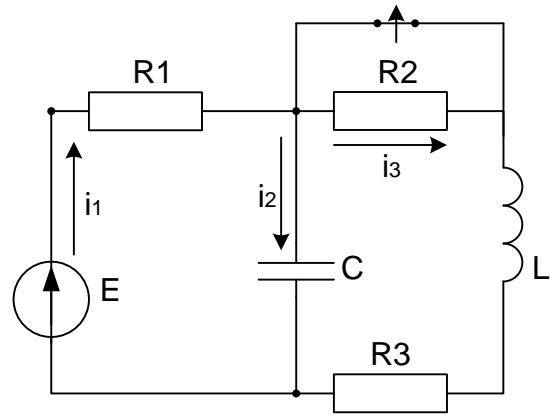
02



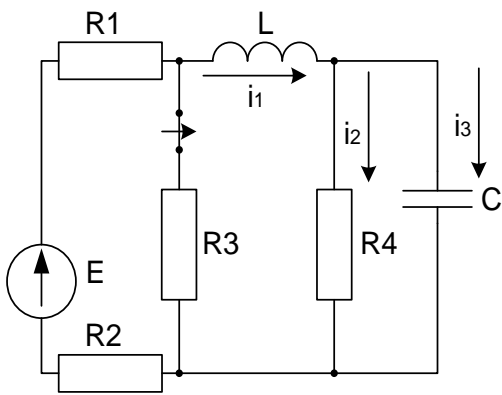




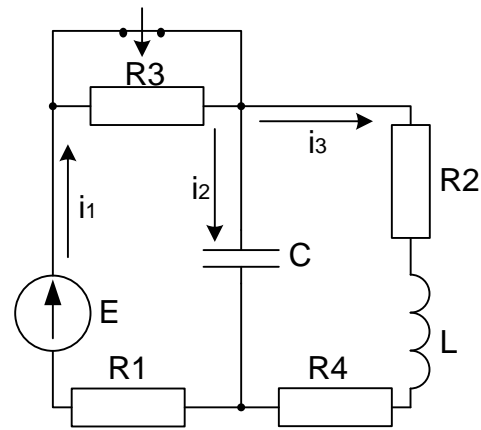
09



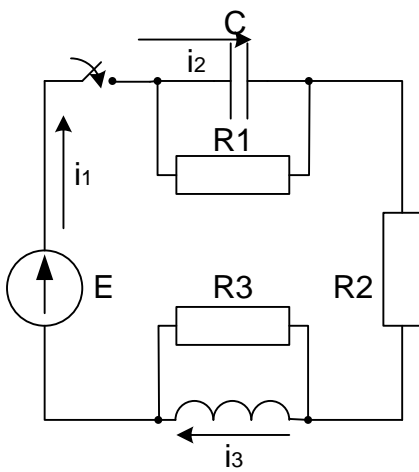
10



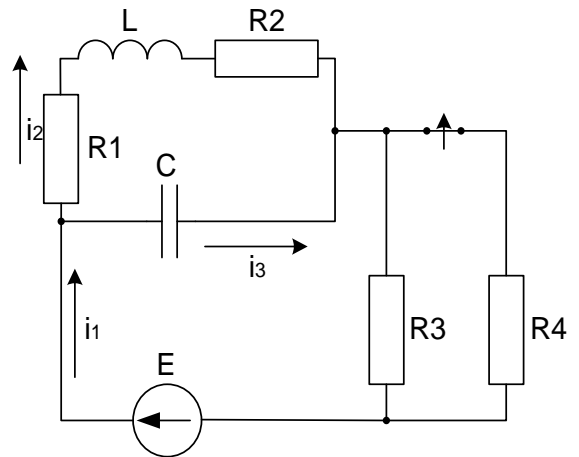
11



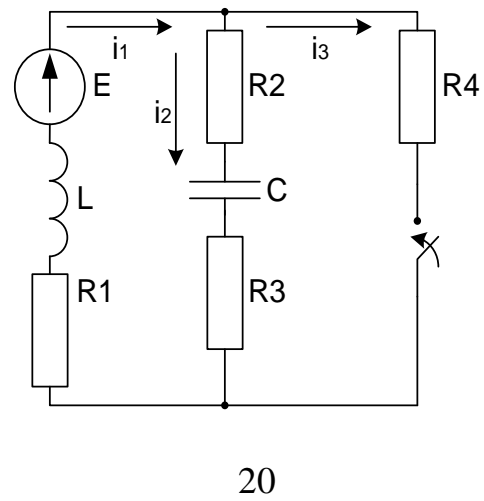
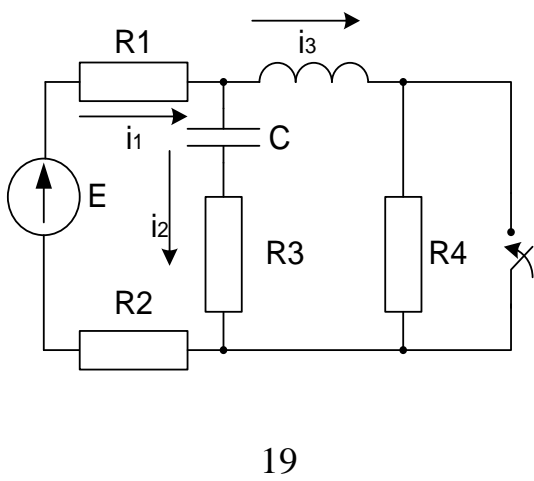
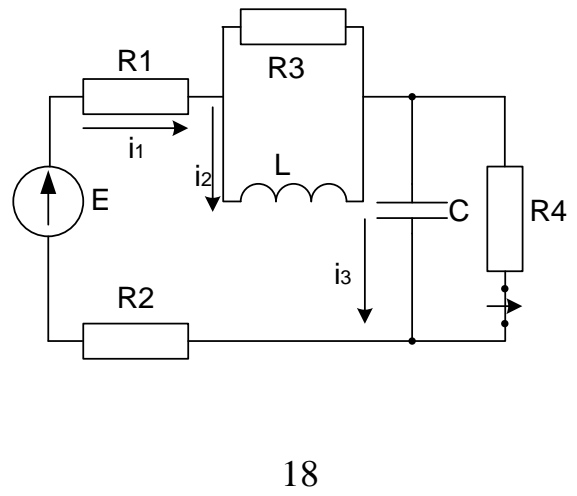
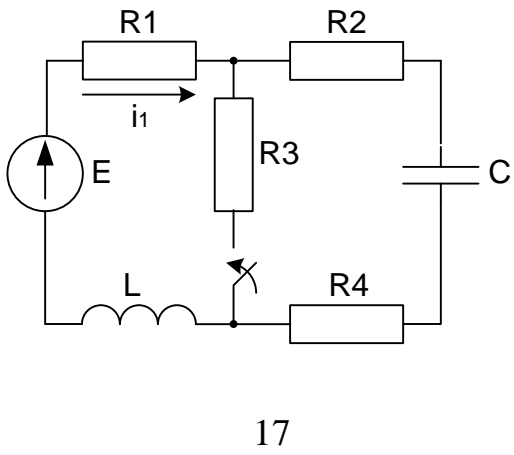
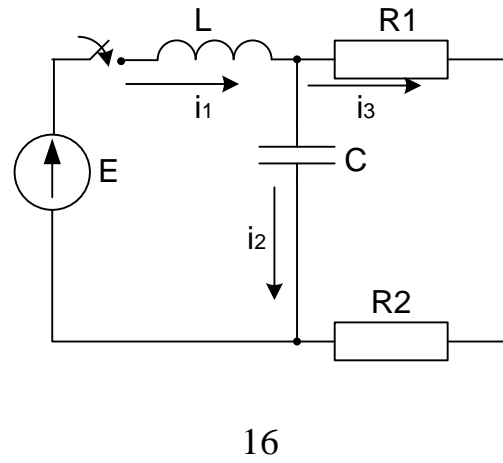
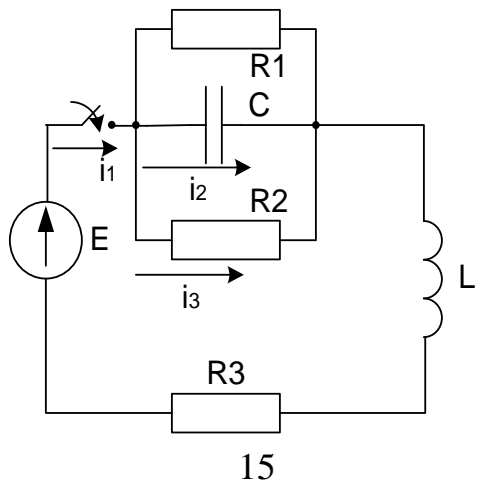
12

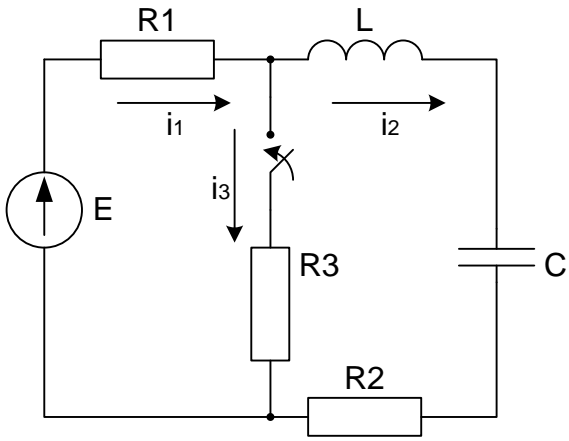


13

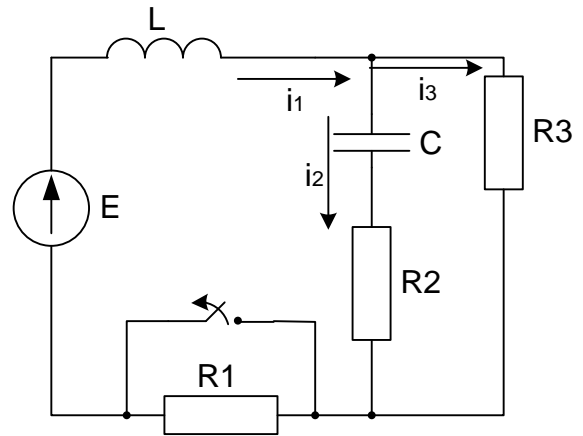


14

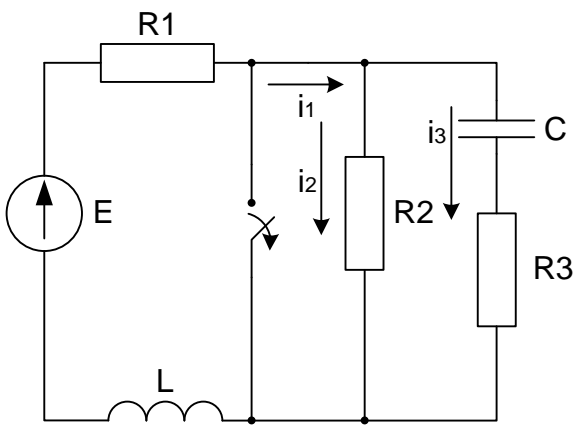




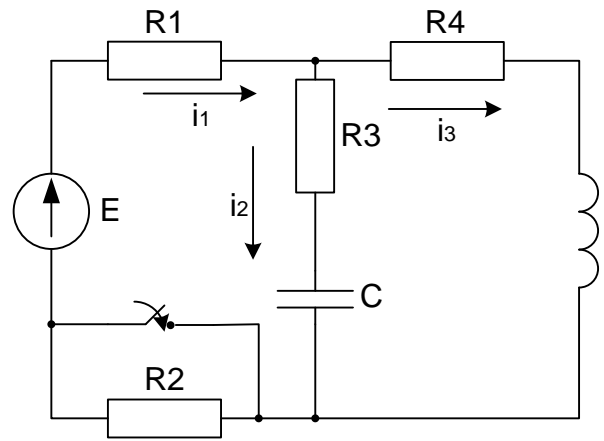
21



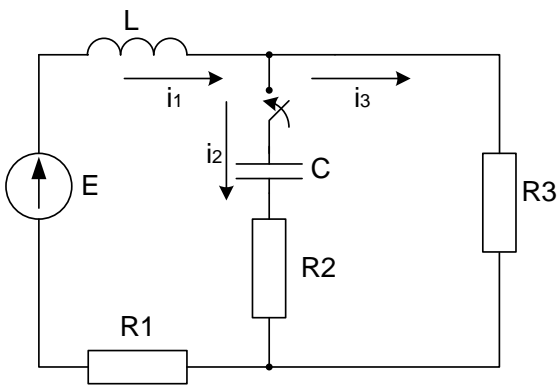
22



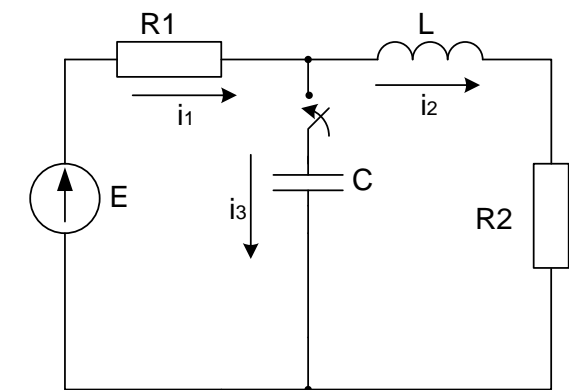
23



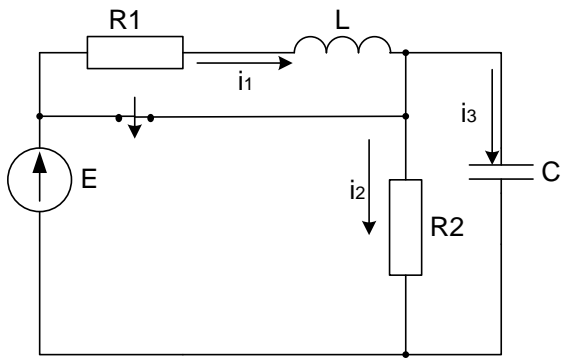
24



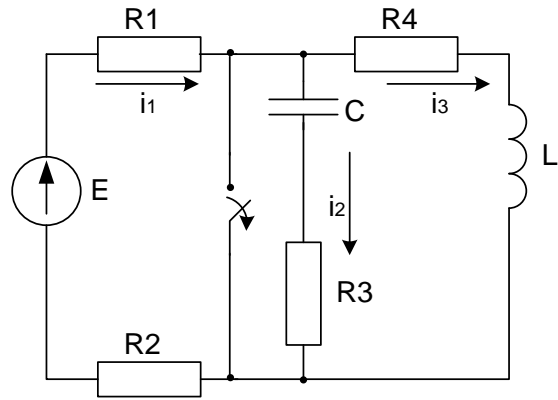
25



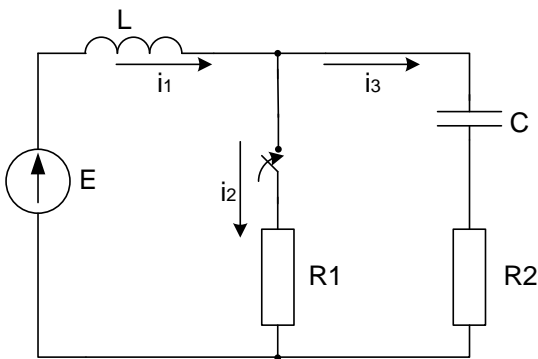
26



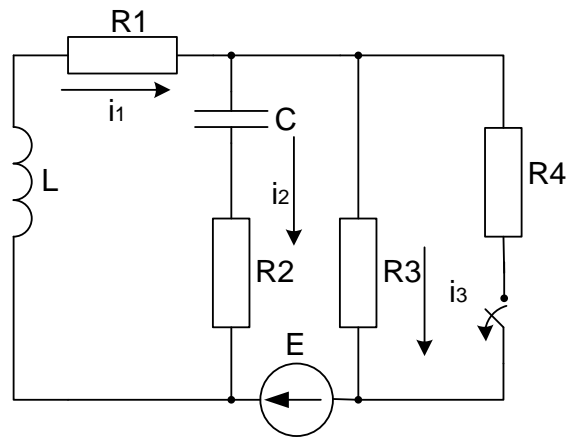
27



28



29



30

### Приклад виконання розрахунково-графічної роботи № 3

Знайти операторним методом перехідні струми  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  та напруги на ємності  $u_C$  та на індуктивності  $u_L$  в колі постійного струму, яке зображено на рис. 3.1. Побудувати графіки цих величин в часі. Параметри кола:  $U = 200$  В,  $L = 100$  мГн,  $C = 50$  мкФ,  $r_1 = 200$  Ом,  $r_2 = 50$  Ом.

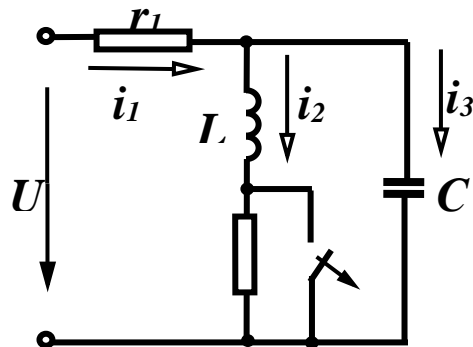


Рисунок 3.1

Знайдемо незалежні початкові умови.

Значення  $i_2(0_-)$  і  $u_C(0_-)$  можна знайти, якщо розрахувати коло до комутації. Оскільки прикладена до кола напруга постійна, то в колі до комутації (при замкненому ключі) текли постійні струми. Струм у вітці з ємністю не протікав. Також не протікав струм і через опір  $R_2$ , оскільки він замкнений ключем, тому:

$$i_2(0_+) = i_2(0_-) = \frac{U}{r_1}. \quad (3.1)$$

Напруга на ємності при замкненому ключі дорівнює напрузі на індуктивності (паралельно з'єднані вітки). Оскільки опір індуктивності при постійному струмі дорівнює нулю, то і напруга на індуктивності дорівнює нулю, і, відповідно:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0. \quad (3.2)$$

Операторна схема зображена на рис. 3.2.

Відмітимо, що оскільки  $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$ , то додаткова е.р.с.  $\frac{u_C(0)}{s}$  в конденсаторній вітці відсутня.

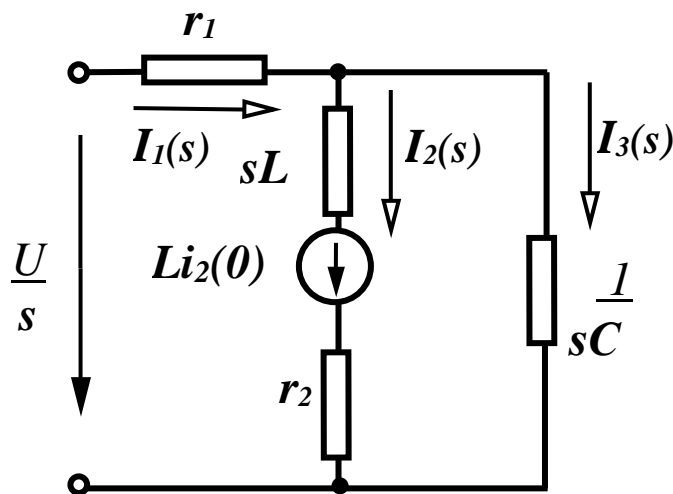


Рисунок 3.2

Складемо систему рівнянь за законами Кірхгофа в операторному вигляді (вважатимемо напрямком обходу контурів за годинниковою стрілкою):

$$I_1(s) - I_2(s) - I_3(s) = 0,$$

$$I_1(s)r_1 + I_3(s)\frac{1}{sC} = \frac{U}{s}, \quad \dots \quad (3.3)$$

$$I_1(s)r_1 + I_2(s)(r_2 + sL) = \frac{U}{s} + Li_2(0).$$

Розв'яжемо систему рівнянь (3.3) в MathCAD, застосувавши процедурний блок «*Given-Find*» разом з функцією символічних перетворень « $\rightarrow$ ».

$$U := 200 \quad L := 0.1 \quad C := 50 \cdot 10^{-6} \quad r1 := 200 \quad r2 := 50 \quad i20 := \frac{U}{r1}$$

Given

$$I1 - I2 - I3 = 0 \quad I1 \cdot r1 + I3 \cdot \frac{1}{s \cdot C} = \frac{U}{s} \quad I1 \cdot r1 + I2 \cdot (r2 + s \cdot L) = \frac{U}{s} + L \cdot i20$$

$$\text{Find}(I1, I2, I3) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{(600 \cdot s + s^2 + 200000.)}{s \cdot (250000. + 600 \cdot s + s^2)} \\ \frac{(s^2 + 100 \cdot s + 200000.)}{s \cdot (250000. + 600 \cdot s + s^2)} \\ \frac{500.}{(250000. + 600 \cdot s + s^2)} \end{bmatrix}$$

$$I1(s) := \frac{(600 \cdot s + s^2 + 200000.)}{s \cdot (250000. + 600 \cdot s + s^2)} \quad I2(s) := \frac{(s^2 + 100 \cdot s + 200000.)}{s \cdot (250000. + 600 \cdot s + s^2)}$$

$$I3(s) := \frac{500.}{(250000. + 600 \cdot s + s^2)}$$

Таким чином, ми отримали операторні зображення струмів  $I_1(s)$ ,  $I_2(s)$ ,  $I_3(s)$ . Операторне зображення напруг на індуктивності та ємності знайдемо за формулами:

$$u_L(s) = I_2(s)sL - Li_2(0), \quad (3.4)$$

$$u_C(s) = u_L(s) + I_2(s)r_2. \quad (3.5)$$

Повернутися до оригіналів, тобто знайти функції  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $i_3(t)$ ,  $u_C(t)$ , в MathCAD можна зробити за допомогою процедури оберненого перетворення Лапласа «*invlaplace*», наприклад:

$$\begin{aligned}
UL(s) &:= I2(s) \cdot s \cdot L - L \cdot i_2(0) & UC(s) &:= UL(s) + I2(s) \cdot r_2 \\
i_3(t) &:= I3(s) \text{ invlaplace, } s \text{ float, } 3 \rightarrow 1.25 \cdot \exp(-300 \cdot t) \cdot \sin(400 \cdot t) \\
i_1(t) &:= I1(s) \text{ invlaplace, } s \text{ float, } 3 \rightarrow .800 + \\
&+ .200 \cdot \exp(-300 \cdot t) \cdot \cos(400 \cdot t) + .150 \cdot \exp(-300 \cdot t) \cdot \sin(400 \cdot t) \\
i_2(t) &:= I2(s) \text{ invlaplace, } s \text{ float, } 3 \rightarrow .800 + \\
&+ .200 \cdot \exp(-300 \cdot t) \cdot \cos(400 \cdot t) - 1.10 \cdot \exp(-300 \cdot t) \cdot \sin(400 \cdot t) \\
u_L(t) &:= UL(s) \text{ invlaplace, } s \rightarrow \\
&-50 \cdot \exp(-300 \cdot t) \cdot \cos(400 \cdot t) + 25 \cdot \exp(-300 \cdot t) \cdot \sin(400 \cdot t) \\
u_C(t) &:= UC(s) \text{ invlaplace, } s \rightarrow \\
&-40 \cdot \exp(-300 \cdot t) \cdot \cos(400 \cdot t) - 30 \cdot \exp(-300 \cdot t) \cdot \sin(400 \cdot t) + 40.
\end{aligned}$$

Побудуємо графіки знайдених параметрів (рис. 3.3–3.7), для чого визначимо докомутаційні значення параметрів  $u_L(t)$ ,  $i_1(t)$ ,  $i_3(t)$ :

$$u_L(0_-) = 0, \quad i_1(0_-) = i_2(0_-), \quad i_3(0_-) = 0.$$

$$UC(t) := \begin{cases} UC_0 & \text{if } t < 0 \\ u_C(t) & \text{if } t \geq 0 \end{cases}$$

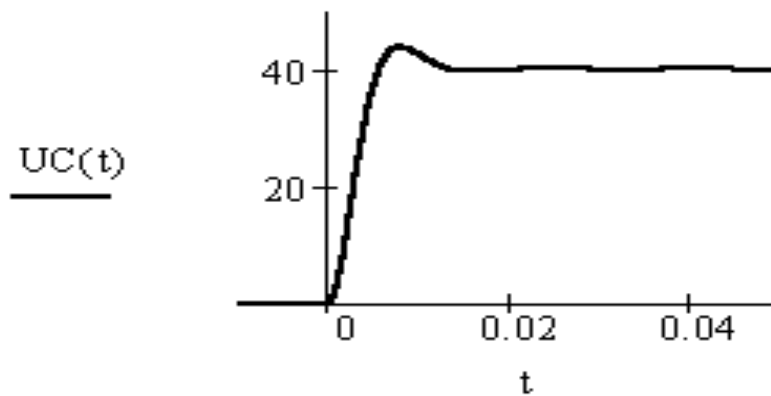


Рисунок 3.3



$$i10 := i20 \quad I1(t) := \begin{cases} i10 & \text{if } t < 0 \\ i1(t) & \text{if } t \geq 0 \end{cases}$$

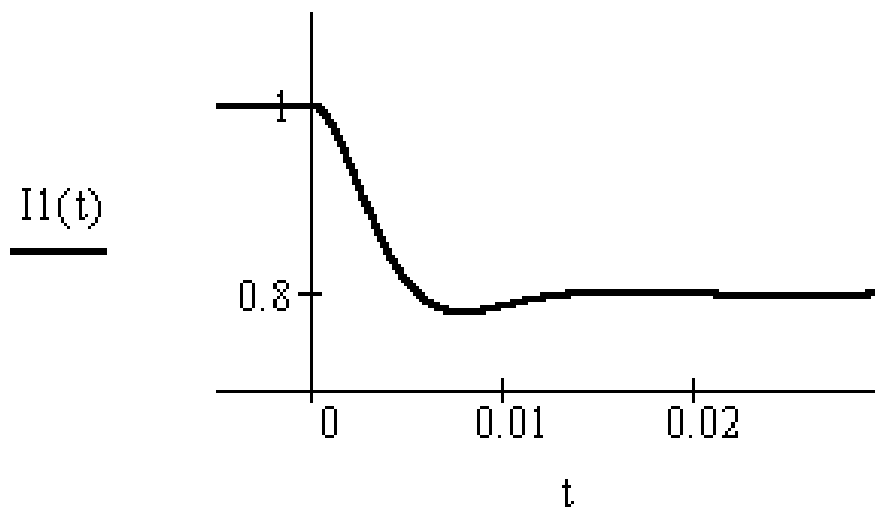


Рисунок 3.4

$$I2(t) := \begin{cases} i20 & \text{if } t < 0 \\ i2(t) & \text{if } t \geq 0 \end{cases}$$

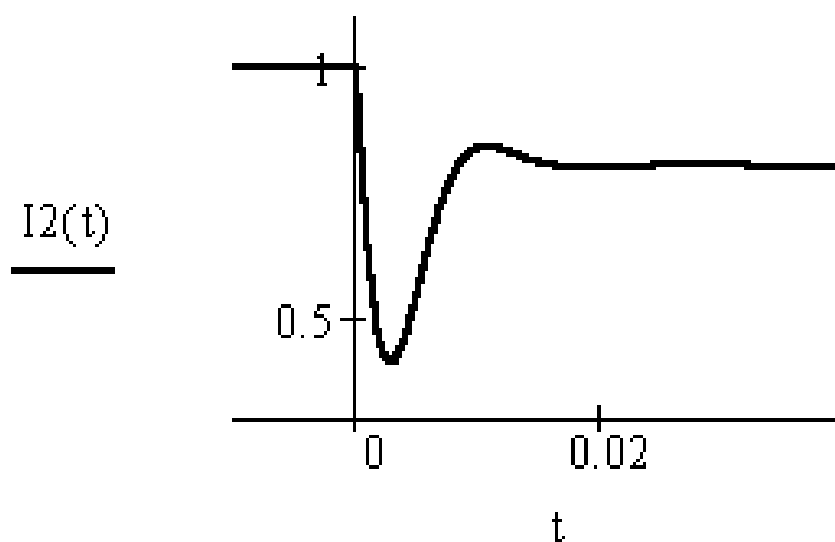


Рисунок 3.5

$$i_{30} := 0$$

$$I_3(t) := \begin{cases} i_{30} & \text{if } t < 0 \\ i_3(t) & \text{if } t \geq 0 \end{cases}$$

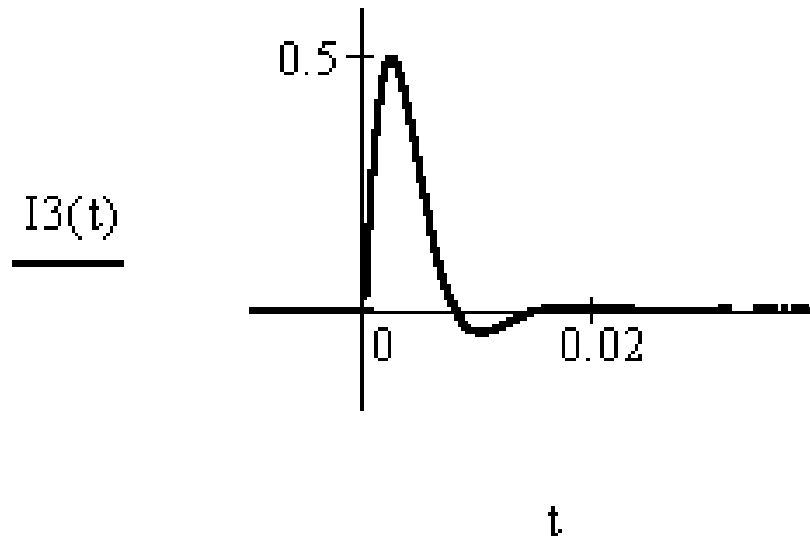


Рисунок 3.6

$$u_{L0} := 0$$

$$U_L(t) := \begin{cases} u_{L0} & \text{if } t < 0 \\ u_L(t) & \text{if } t \geq 0 \end{cases}$$

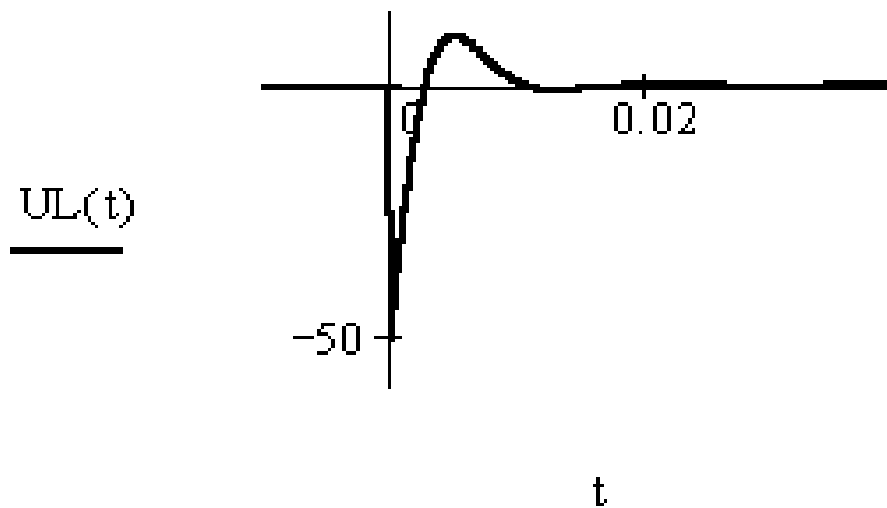


Рисунок 3.7

**РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 4**  
**АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНОГО ПРОЦЕСУ В КОЛІ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ**  
**ПРИ СХІДЧАСТОМУ ВХІДНОМУ СИГНАЛІ**

Провести аналіз перехідного процесу в колі за допомогою перехідних характеристик кола та частотним методом, для чого:

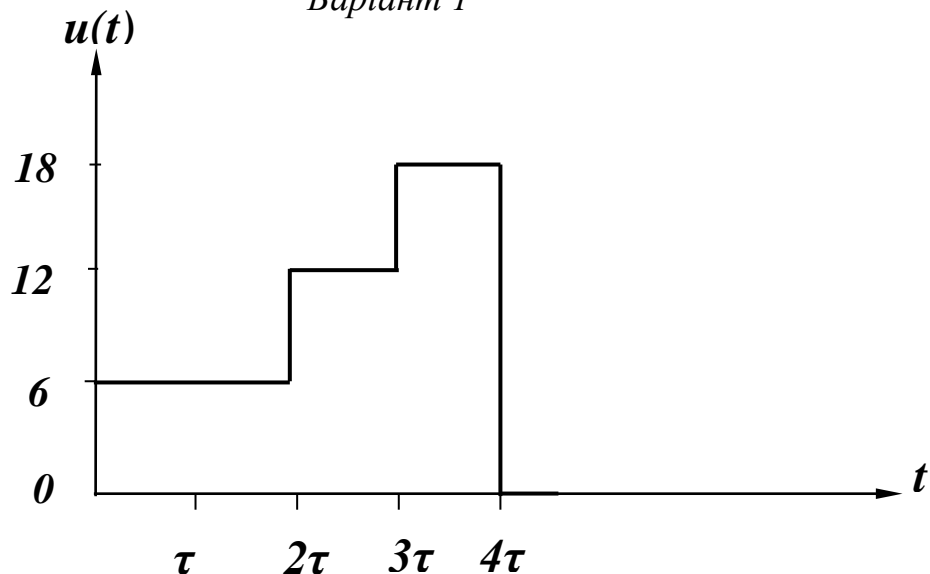
1. Визначити передатні характеристики кола для шуканих параметрів.
2. Визначити перехідні характеристики кола для шуканих параметрів.
3. Визначити шукані параметри за перехідними характеристиками.
4. Визначити шукані параметри частотним методом.
5. Побудувати графіки шуканих параметрів.

Таблиця 4.1 – Варіанти числових даних

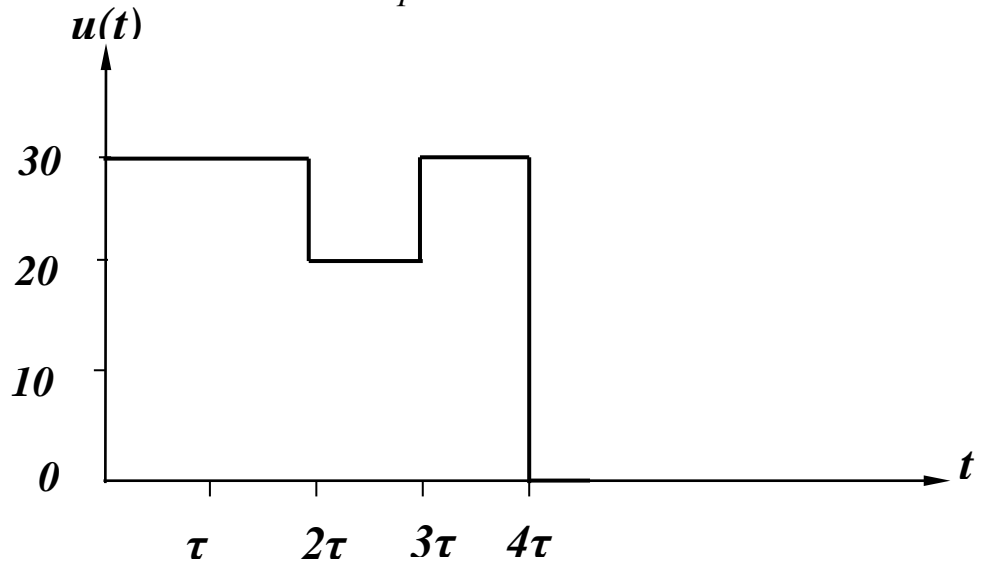
№ вар.	$r_1$ Ом	$r_2$ Ом	$r_3$ Ом	$r_4$ Ом	$L$ мГн	$C$ мкФ	Шукані параметри
1	20	24	30	40	100	110	$i_1, i_2$
2	10	8	14	30	120	80	$i_1, i_3$
3	12	16	21	14	240	160	$i_3, i_2$
4	14	16	14	27	180	220	$u_{r_1}, i_2$
5	8	10	12	14	90	105	$u_{r_1}, i_3$
6	31	24	18	20	160	100	$u_{r_2}, i_3$
7	45	18	21	16	150	130	$u_{r_2}, i_1$
8	14	16	8	9	145	120	$u_{r_3}, i_1$
9	25	20	16	14	210	90	$u_{r_3}, i_2$
10	28	22	18	30	175	180	$u_{r_1}, u_{r_3}$

**Варіанти вхідного сигналу**

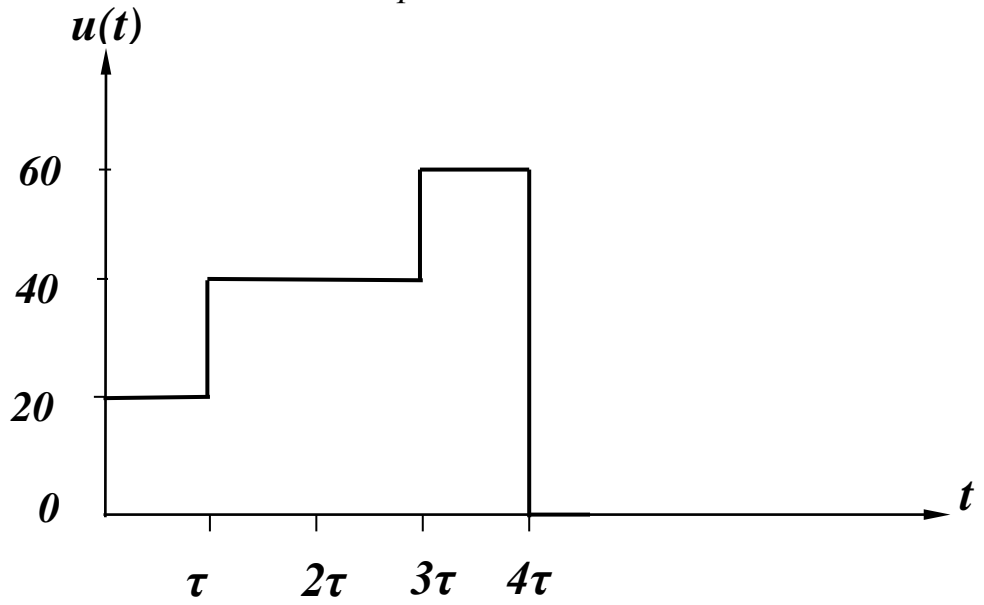
*Варіант 1*



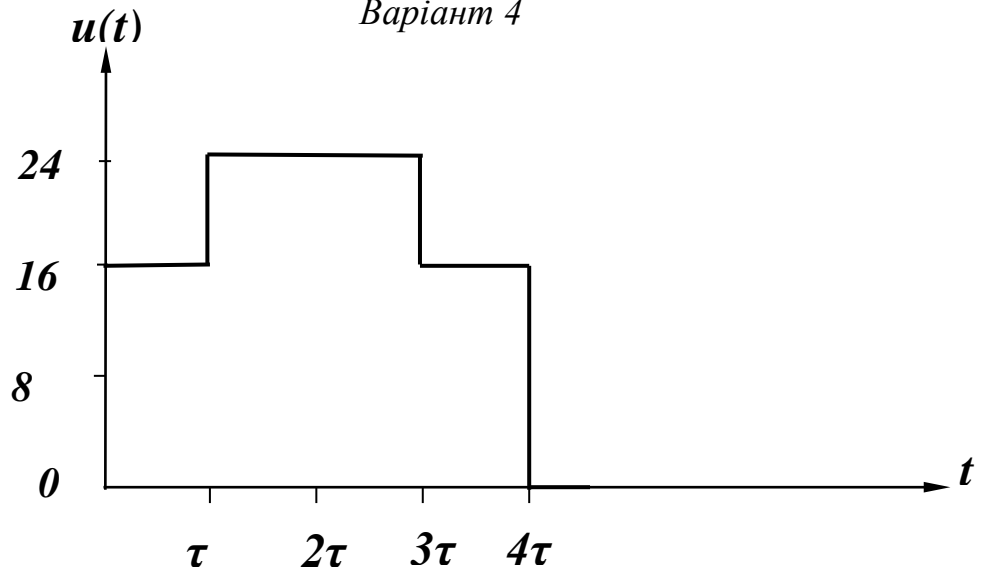
Варіант 2



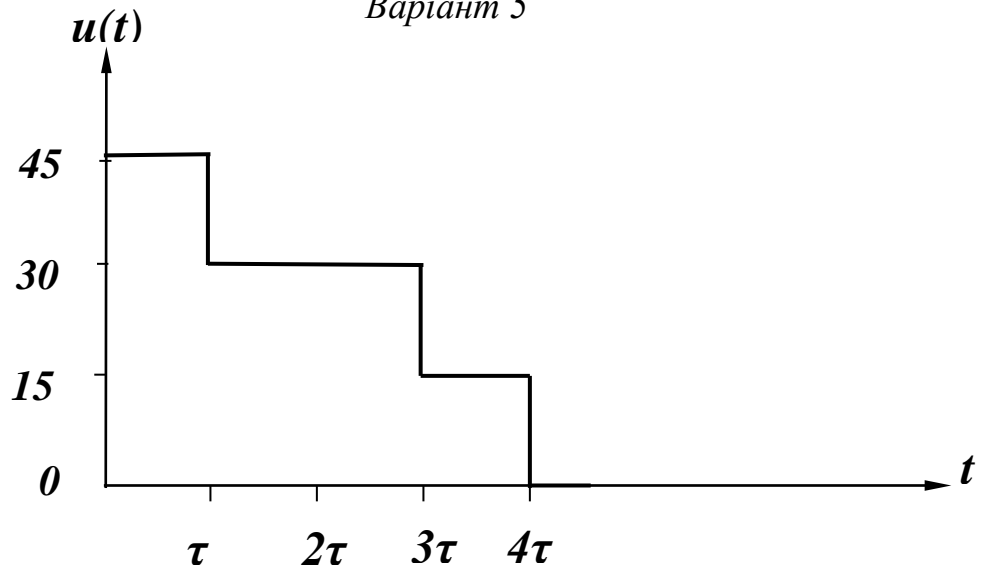
Варіант 3



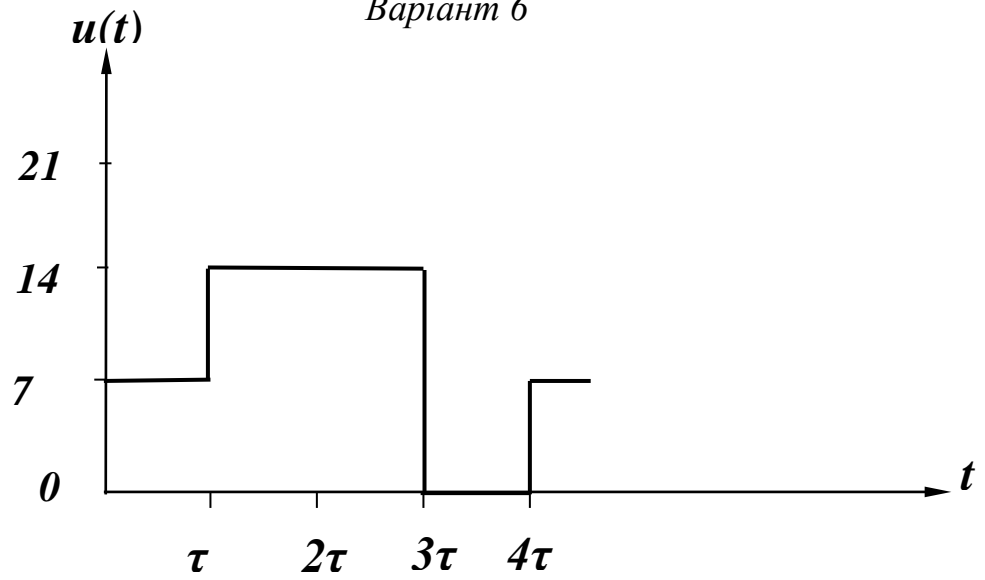
Варіант 4



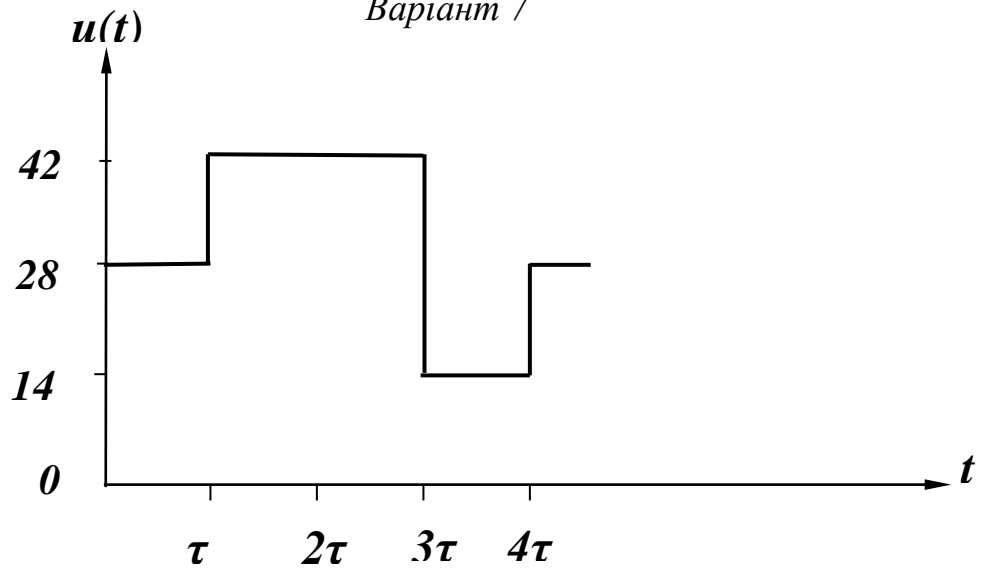
Варіант 5

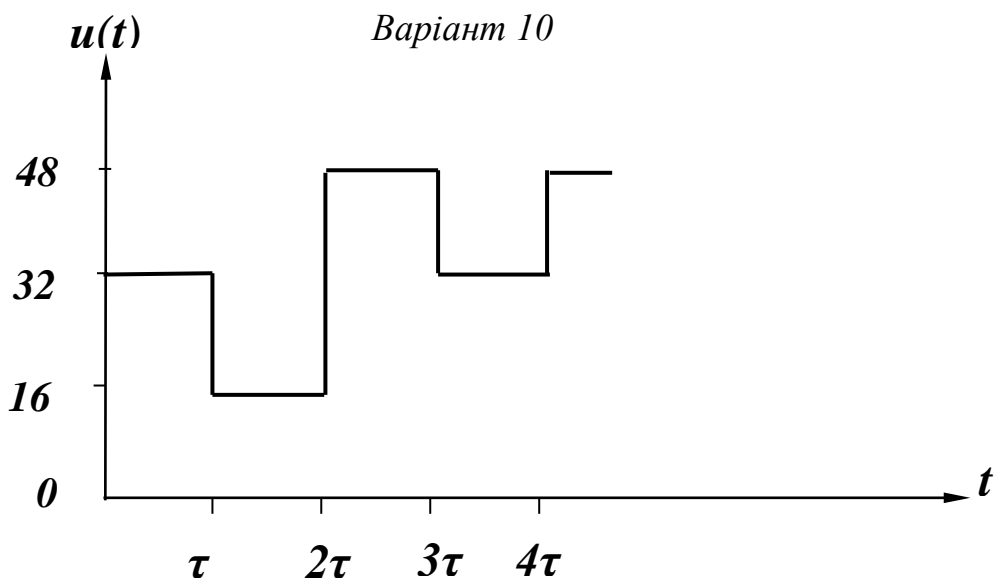
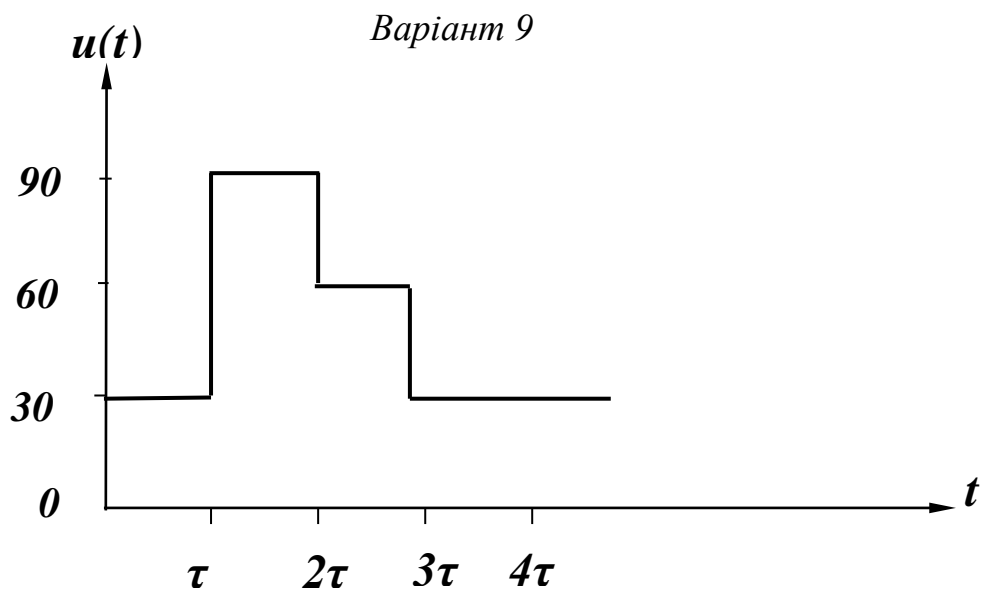
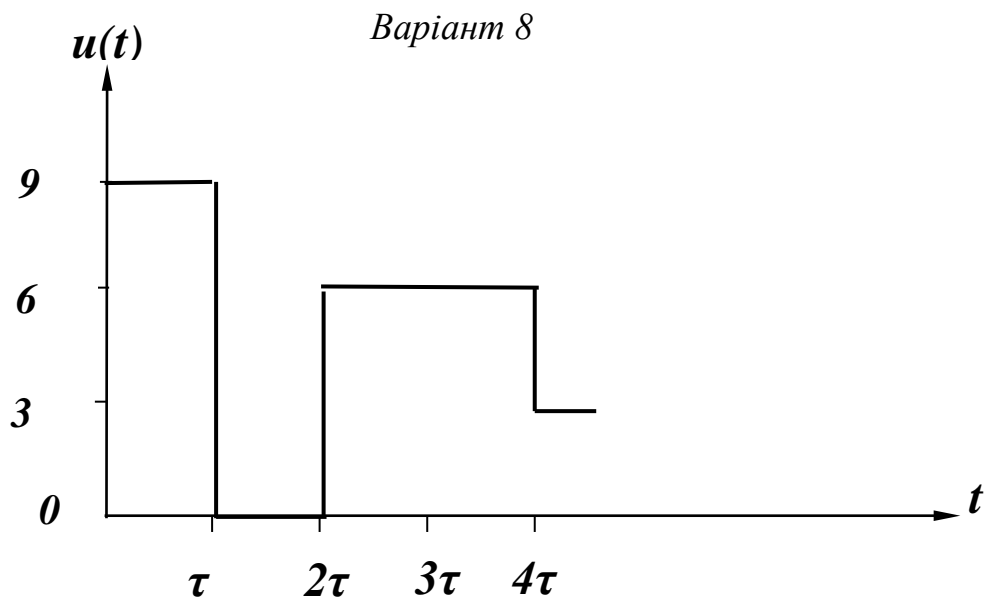


Варіант 6



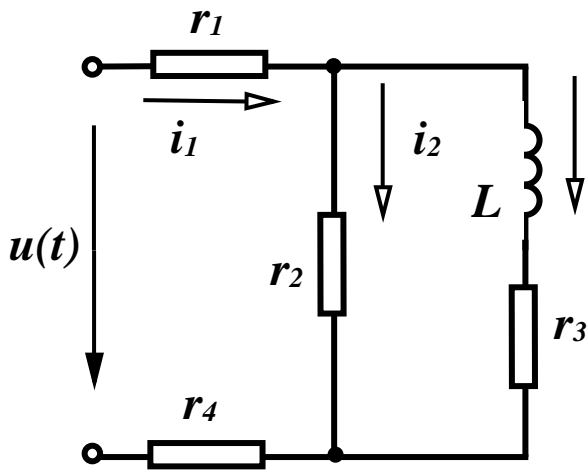
Варіант 7



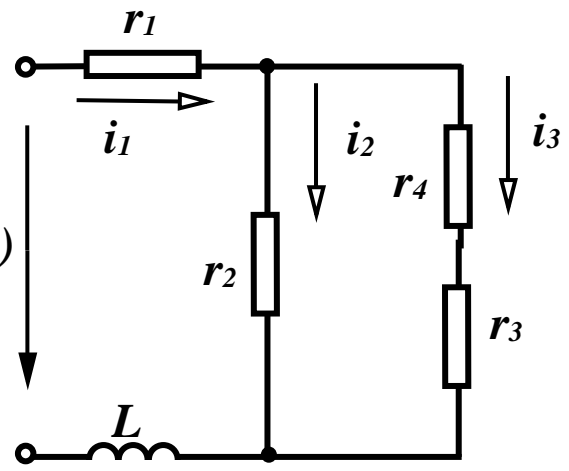


Варіанти схем.

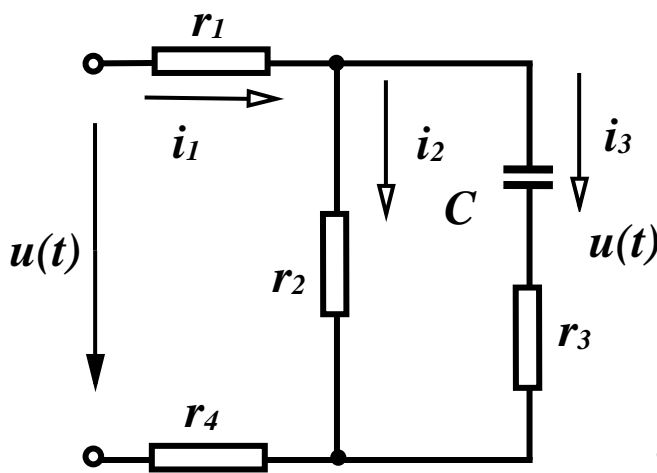
Варіант 1



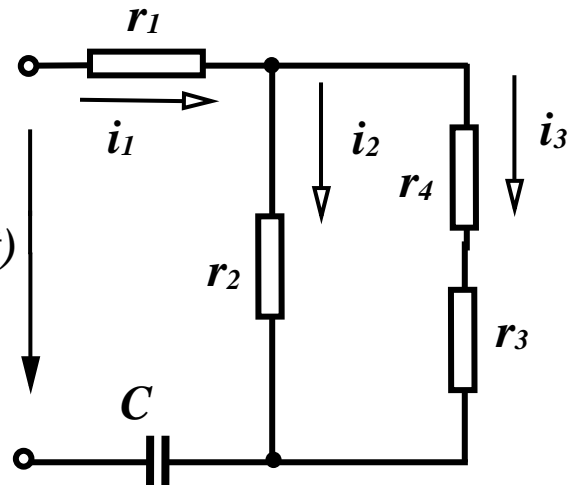
Варіант 2



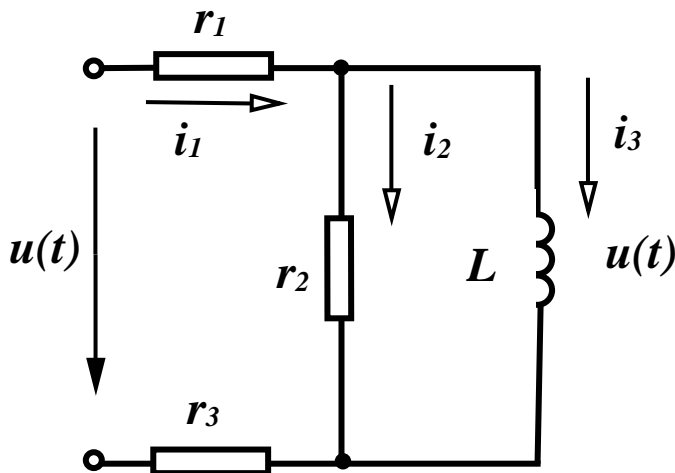
Варіант 3



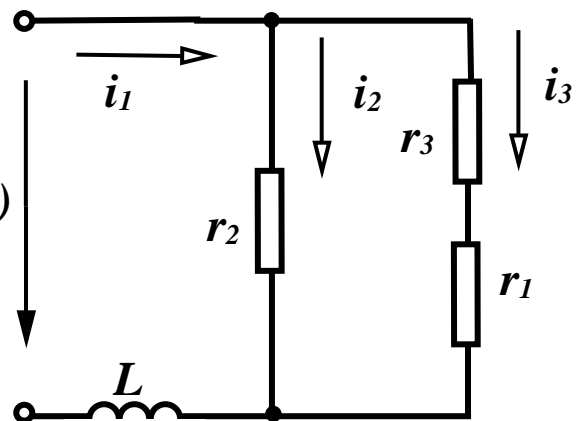
Варіант 4



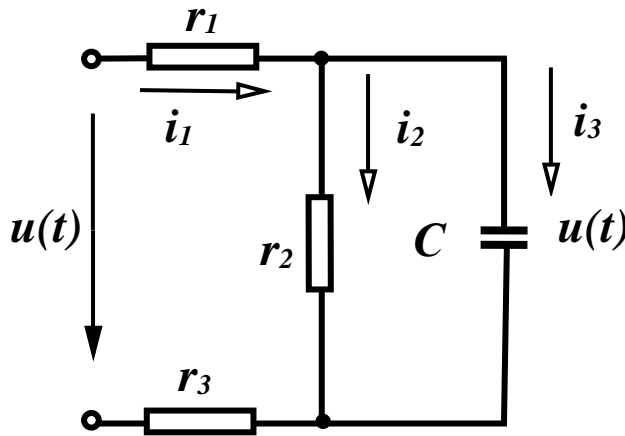
Варіант 5



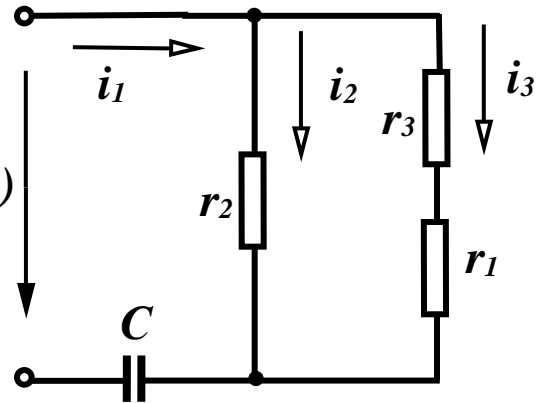
Варіант 6



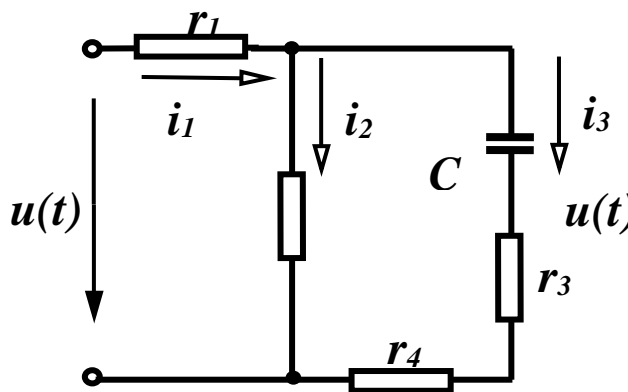
Варіант 7



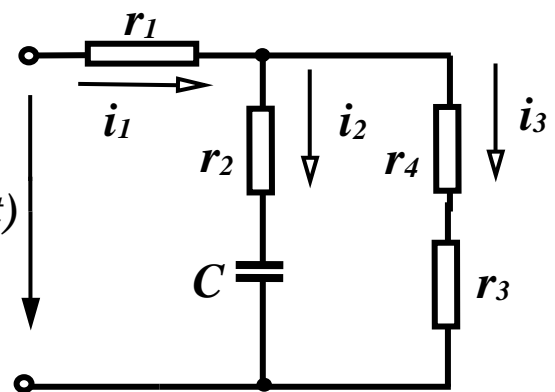
Варіант 8



Варіант 9



Варіант 10



**Приклад виконання розрахунково-графічної роботи № 4**

Знайти перехідні струми  $i_1$  та  $i_2$  в колі (рис. 4.1), яке вмикається на напругу, що зображена на рис. 4.2. Побудувати графіки цих величин в часі.  
 Параметри:  $U = 120$  В,  $L = 60$  мГн,  $r_1 = 5$  Ом,  $r_2 = 10$  Ом,  $r_3 = 15$  Ом.

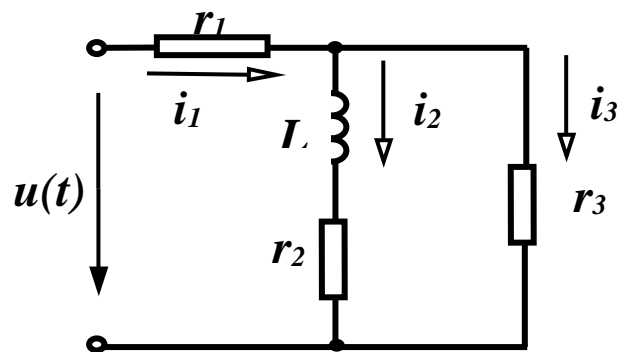


Рисунок 4.1



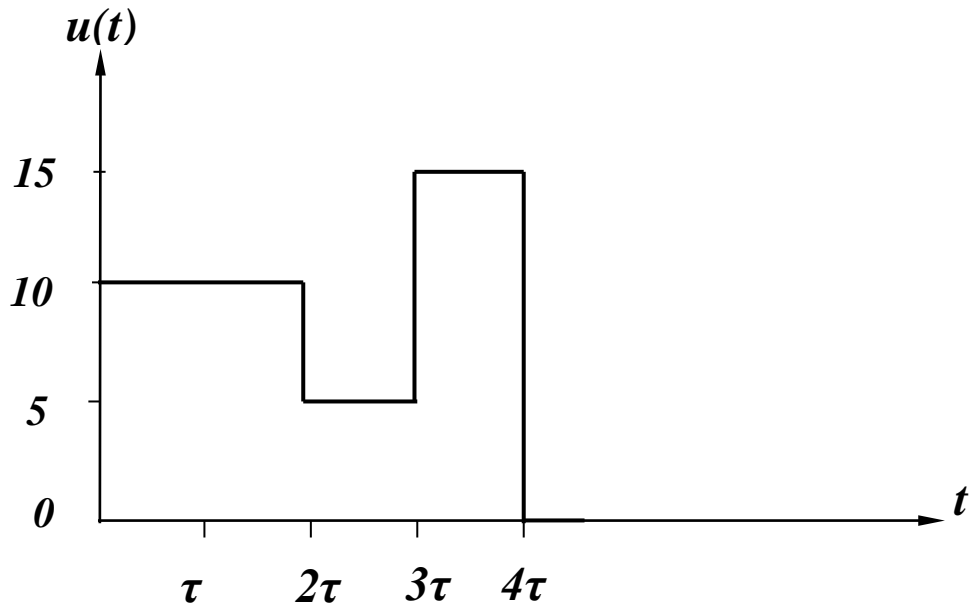


Рисунок 4.2

Визначимо спочатку перехідні характеристики  $h_{i_1}(t)$  та  $h_{i_2}(t)$  операторним методом, для чого складемо операторну схему заміщення (рис. 4.3).

Для цієї схеми складемо систему рівнянь за законами Кірхгофа в операторному вигляді (прийmemo напрямок обходу контурів за годинниковою стрілкою):

$$\begin{aligned}
 I_1(s) - I_2(s) - I_3(s) &= 0, \\
 I_1(s)r_1 + I_3(s)r_3 &= \frac{1}{s}, \\
 I_1(s)r_1 + I_2(s)(r_2 + sL) &= \frac{1}{s}.
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

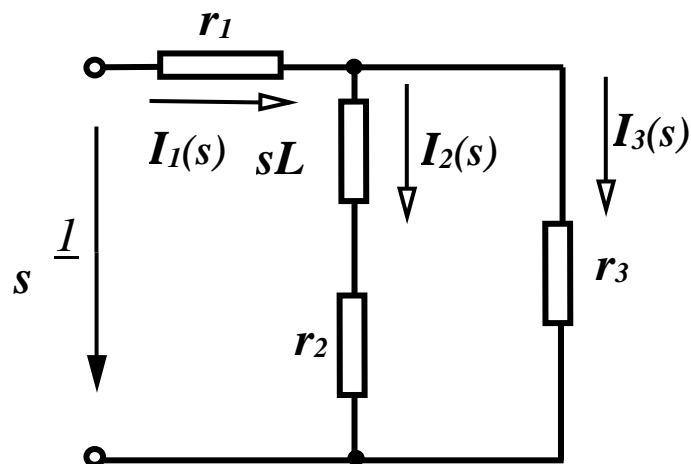


Рисунок 4.3

Розв'язавши в MathCAD систему рівнянь (4.1), знайдемо операторні зображення перехідних характеристик:

$$U := 120 \quad a := 20 \quad L := 0.06 \quad r1 := 5 \quad r2 := 10 \quad r3 := 15$$

Given

$$I1 - I2 - I3 = 0 \quad I1 \cdot r1 + I3 \cdot r3 = \frac{1}{s} \quad I1 \cdot r1 + I2 \cdot (r2 + s \cdot L) = \frac{1}{s}$$

$$\text{Find}(I1, I2, I3) \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{bmatrix} .10000 \cdot \frac{(1250. + 3. \cdot s)}{s^1 \cdot (1375. + 6. \cdot s)^1} \\ \frac{75.}{s^1 \cdot (1375. + 6. \cdot s)^1} \\ .10000 \cdot \frac{(500. + 3. \cdot s)}{s^1 \cdot (1375. + 6. \cdot s)^1} \end{bmatrix}$$

$$HI1(s) := .10000 \cdot \frac{(1250. + 3. \cdot s)}{s^1 \cdot (1375. + 6. \cdot s)^1} \quad HI2(s) := \frac{75.}{s \cdot (1375. + 6. \cdot s)}$$

Знайдемо оригінали  $h_{i_1}(t)$  та  $h_{i_2}(t)$ :

$$hi1(t) := HI1(s) \text{ invlaplace}, s \text{ float}, 6 \rightarrow 9.09091 \cdot 10^{-2} - 4.09091 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-229.167 \cdot t)$$

$$hi2(t) := HI2(s) \text{ invlaplace}, s \text{ float}, 6 \rightarrow 5.45455 \cdot 10^{-2} - 5.45455 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-229.167 \cdot t)$$

Визначимо тепер перехідні характеристики  $h_{i_1}(t)$  та  $h_{i_2}(t)$  за допомогою передатних характеристик кола.

Передатна характеристика  $H_{iu}(j\omega)$  знаходиться як:

$$H_{iu}(j\omega) = \frac{L_1(j\omega)}{U_{ex}}. \quad (4.2)$$

Аналогічно

$$\underline{H}_{i_2u}(j\omega) = \frac{I_2(j\omega)}{U_{ex}}. \quad (4.3)$$

Для схеми (рис. 4.1) можна записати:

$$\underline{H}_{i_1u}(j\omega) = \frac{U_{ex}}{Z_{ex}} = \frac{1}{Z_{ex}} = \frac{1}{r_1 + \frac{(r_2 + j\omega L)r_3}{r_2 + j\omega L + r_3}}, \quad (4.4)$$

$$\underline{H}_{i_2u}(j\omega) = \frac{1}{r_1 + \frac{(r_2 + j\omega L)r_3}{r_2 + j\omega L + r_3}} \cdot \frac{r_3}{r_2 + j\omega L + r_3}. \quad (4.5)$$

Для визначення перехідних характеристик  $h_{i_1}(t)$  та  $h_{i_2}(t)$  передатні характеристики слід записати в канонічній формі, яка (для кола першого порядку) має вигляд:

$$\underline{H}_{iu}(j\omega) = \frac{b_1 j\omega + b_0}{j\omega + a_0}. \quad (4.6)$$

Після цього перехідну характеристику можна записати як:

$$h_i(t) = \frac{b_0}{a_0} + \left( b_1 - \frac{b_0}{a_0} \right) e^{-a_0 t}. \quad (4.7)$$

Виконаємо ці процедури в MathCAD.

$$z(\omega) := r_1 + \frac{(r_2 + i \cdot \omega \cdot L) \cdot r_3}{(r_2 + i \cdot \omega \cdot L) + r_3} \quad \text{Hi1u}(\omega) := \frac{1}{z(\omega)}$$

$$\text{Hi1u}(\omega) \text{ simplify float, 6} \rightarrow .100000 \cdot \frac{(1250. + 3.00000 \cdot i \cdot \omega)}{(1375. + 6.00000 \cdot i \cdot \omega)^1}$$

$$b_1 := \frac{0.3}{6} \quad b_0 := \frac{125}{6} \quad a_0 := \frac{1375}{6} \quad p := -a_0 \quad \tau := \frac{1}{a_0}$$

$$b_1 \text{ float, 6} \rightarrow 5.00000 \cdot 10^{-2} \quad b_0 = 20.833 \quad a_0 = 229.167$$

$$p = -229.167 \quad \tau \text{ float, 6} \rightarrow 4.36364 \cdot 10^{-3}$$

$$hi1(t) := \frac{b0}{a0} + \left( b1 - \frac{b0}{a0} \right) \cdot e^{p \cdot t}$$

$$hi1(t) \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float, 6} \end{array} \right. \rightarrow 9.09091 \cdot 10^{-2} - 4.09091 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-229.167 \cdot t)$$

$$z(\omega) := r1 + \frac{(r2 + i \cdot \omega \cdot L) \cdot r3}{(r2 + i \cdot \omega \cdot L) + r3} \quad Hi2u(\omega) := \frac{1}{z(\omega)} \cdot \frac{r3}{(r2 + i \cdot \omega \cdot L) + r3}$$

$$Hi2u(\omega) \text{ simplify float, 6} \rightarrow \frac{75}{(1375. + 6.00000 \cdot i \cdot \omega)^1}$$

$$b1 := 0 \quad b0 := \frac{75}{6} \quad a0 := \frac{1375}{6} \quad \tau := \frac{1}{a0}$$

$$b0 = 12.5 \quad a0 = 229.167 \quad p := -a0$$

$$p = -229.167 \quad \tau \text{ float, 6} \rightarrow 4.36364 \cdot 10^{-3}$$

$$hi2(t) := \frac{b0}{a0} + \left( b1 - \frac{b0}{a0} \right) \cdot e^{p \cdot t}$$

$$hi2(t) \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float, 6} \end{array} \right. \rightarrow 5.45455 \cdot 10^{-2} - 5.45455 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-229.167 \cdot t)$$

Для вхідної напруги, зображеної на рис.2, перехідні струми  $i_1(t)$  і  $i_2(t)$  є складними функціями у яких різним часовим інтервалам відповідають різні аналітичні вирази:

$$i_1(t) = \begin{cases} 10h_i(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 10h_i(t) - 5h_i(t - 2\tau), & 2\tau \leq t < 3\tau \\ 10h_i(t) - 5h_i(t - 2\tau) + 10h_i(t - 3\tau), & 3\tau \leq t < 4\tau, \\ 10h_i(t) - 5h_i(t - 2\tau) + 10h_i(t - 3\tau) - 15h_i(t - 4\tau), & t \geq 4\tau \end{cases} \quad (4.8)$$

$$i_2(t) = \begin{cases} 10h_{i_2}(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 10h_{i_2}(t) - 5h_{i_2}(t - 2\tau), & 2\tau \leq t < 3\tau \\ 10h_{i_2}(t) - 5h_{i_2}(t - 2\tau) + 10h_{i_2}(t - 3\tau), & 3\tau \leq t < 4\tau \\ 10h_{i_2}(t) - 5h_{i_2}(t - 2\tau) + 10h_{i_2}(t - 3\tau) - 15h_{i_2}(t - 4\tau), & t \geq 4\tau \end{cases} \quad (4.9)$$

Графіки, побудовані за цими виразами, показані на рис. 4.4, 4.5.

$$i_1(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 10 \cdot hi_1(t) & \text{if } (t \geq 0 \wedge t < 2 \cdot \tau) \\ 10 \cdot hi_1(t) - 5 \cdot hi_1(t - 2 \cdot \tau) & \text{if } (t \geq 2 \cdot \tau \wedge t < 3 \cdot \tau) \\ 10 \cdot hi_1(t) - 5 \cdot hi_1(t - 2 \cdot \tau) + 10 \cdot hi_1(t - 3 \cdot \tau) & \text{if } (t \geq 3 \cdot \tau \wedge t < 4 \cdot \tau) \\ 10 \cdot hi_1(t) - 5 \cdot hi_1(t - 2 \cdot \tau) + 10 \cdot hi_1(t - 3 \cdot \tau) - 15 \cdot hi_1(t - 4 \cdot \tau) & \text{if } t \geq 4 \cdot \tau \end{cases}$$

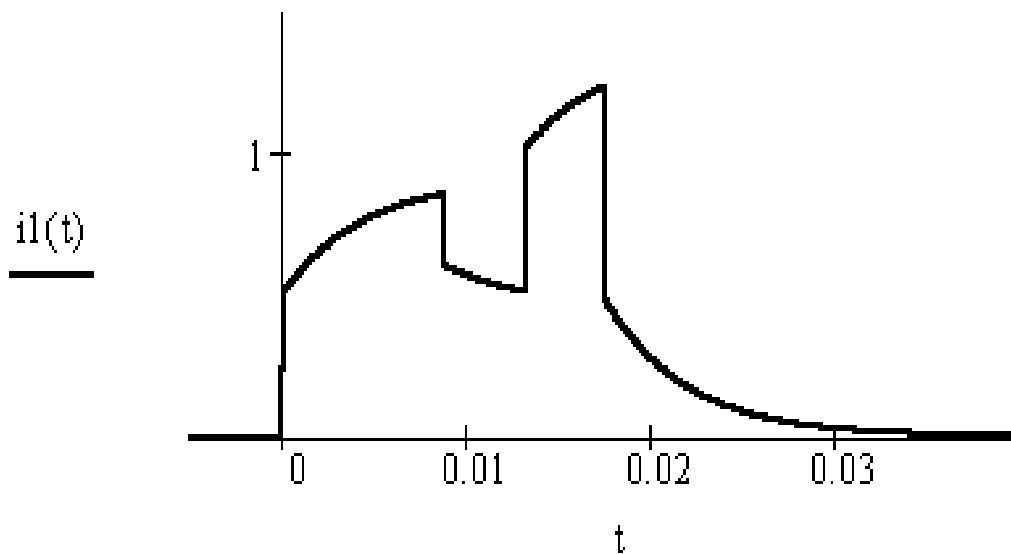


Рисунок 4.4

$$i_2(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 10 \cdot \text{hi}_2(t) & \text{if } (t \geq 0 \wedge t < 2 \cdot \tau) \\ 10 \cdot \text{hi}_2(t) - 5 \cdot \text{hi}_2(t - 2 \cdot \tau) & \text{if } (t \geq 2 \cdot \tau \wedge t < 3 \cdot \tau) \\ 10 \cdot \text{hi}_2(t) - 5 \cdot \text{hi}_2(t - 2 \cdot \tau) + 10 \cdot \text{hi}_2(t - 3 \cdot \tau) & \text{if } (t \geq 3 \cdot \tau \wedge t < 4 \cdot \tau) \\ 10 \cdot \text{hi}_2(t) - 5 \cdot \text{hi}_2(t - 2 \cdot \tau) + 10 \cdot \text{hi}_2(t - 3 \cdot \tau) - 15 \cdot \text{hi}_2(t - 4 \cdot \tau) & \text{if } t \geq 4 \cdot \tau \end{cases}$$

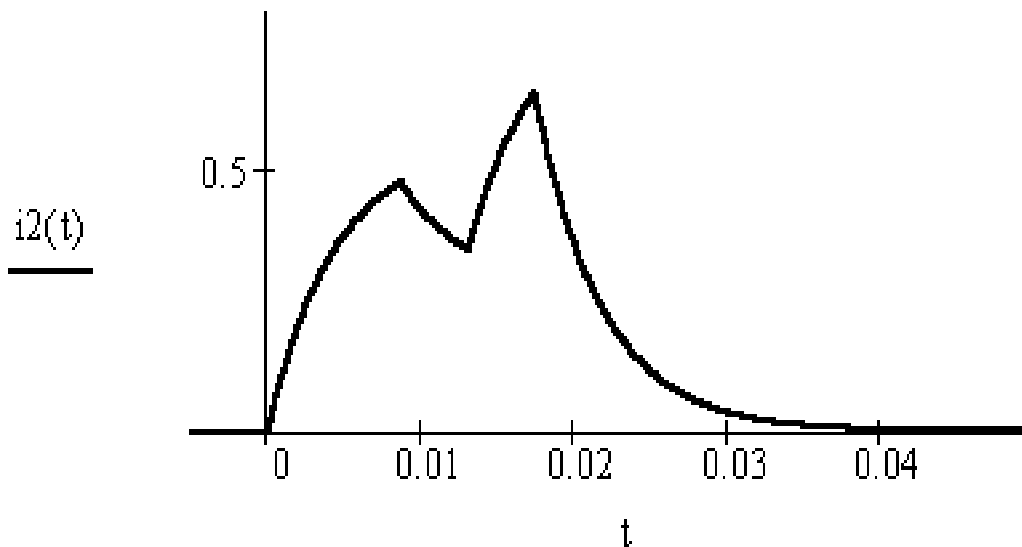


Рисунок 4.5

Цю задачу можна розв'язати і за допомогою *частотного* метода, який базується на використанні прямого та оберненого перетворення Фур'є. Цей метод розрахунку перехідних процесів передбачає такий алгоритм:

1. За допомогою прямого перетворення Фур'є за формулою:

$$u(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (4.10)$$

визначається спектральна густина  $u(j\omega)$  вхідного сигналу  $u(t)$ .

2. Визначається передатна характеристика кола  $H_{ux}(j\omega)$  для того параметру  $x$ , для якого нам треба розрахувати перехідний процес.

3. За допомогою оберненого перетворення Фур'є за формулою:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(j\omega) H_{ux}(j\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (4.11)$$

знаходиться оригінал  $x(t)$ .

Запишемо спочатку вхідну напругу  $u(t)$ , показану на рис. 4.2, в аналітичній формі з використанням функції Хевісайда:

$$u(t) = 10\sigma(t) - 5\sigma(t - 2\tau) + 10\sigma(t - 3\tau) - 15\sigma(t - 4\tau) \quad (4.12)$$

Далі реалізуємо вищенаведений алгоритм в MathCAD. При цьому відзначимо, що перетворення Фур'є не обов'язково виконувати безпосередньо за виразами (4.10, 4.11), а досить використати вбудовані функції «*fourier*» та «*invfourier*».

$$z(\omega) := r1 + \frac{(r2 + i \cdot \omega \cdot L) \cdot r3}{(r2 + i \cdot \omega \cdot L) + r3} \quad \text{Hi1u}(\omega) := \frac{1}{z(\omega)}$$

$$\text{Hi2u}(\omega) := \frac{1}{z(\omega)} \cdot \frac{r3}{(r2 + i \cdot \omega \cdot L) + r3}$$

$$u(t) := \Phi(t) \cdot 10 - \Phi(t - 2 \cdot \tau) \cdot 5 + 10 \cdot \Phi(t - 3 \cdot \tau) - 15 \cdot \Phi(t - 4 \cdot \tau)$$

$$\begin{aligned} u(t) \text{ fourier, } t \text{ float, } 3 \rightarrow & 31.4 \cdot \text{Dirac}(\omega) - 10.0 \cdot \frac{i}{\omega^{1.}} - \\ & - 5. \cdot \exp(-8.73 \cdot 10^{-3} \cdot i \cdot \omega) \cdot \left( 3.14 \cdot \text{Dirac}(\omega) - 1.00 \cdot \frac{i}{\omega^{1.}} \right) + \\ & + 10. \cdot \exp(-1.31 \cdot 10^{-2} \cdot i \cdot \omega) \cdot \left( 3.14 \cdot \text{Dirac}(\omega) - 1.00 \cdot \frac{i}{\omega^{1.}} \right) - \\ & - 15. \cdot \exp(-1.75 \cdot 10^{-2} \cdot i \cdot \omega) \cdot \left( 3.14 \cdot \text{Dirac}(\omega) - 1.00 \cdot \frac{i}{\omega^{1.}} \right) \end{aligned}$$

$$i1(\omega) := \text{Hi1u}(\omega) \cdot u(\omega) \quad i2(\omega) := \text{Hi2u}(\omega) \cdot u(\omega)$$

$$i1(\omega) \text{ invfourier, } \omega \text{ float, } 3 \rightarrow -0.409 \cdot \exp(-229 \cdot t) \cdot \Phi(1 \cdot t) + 0.455 \cdot \Phi(1 \cdot t) -$$

$$\begin{aligned}
& - .455 \cdot \Phi(-1 \cdot t) + .205 \cdot \exp(-229 \cdot t + 2.00) \cdot \Phi(1 \cdot t - 8.73 \cdot 10^{-3}) - .227 \cdot \Phi(1 \cdot t - 8.73 \cdot 10^{-3}) + \\
& + .227 \cdot \Phi(-1 \cdot t + 8.73 \cdot 10^{-3}) - .409 \cdot \exp(-229 \cdot t + 3.00) \cdot \Phi(1 \cdot t - 1.31 \cdot 10^{-2}) + \\
& + .455 \cdot \Phi(1 \cdot t - 1.31 \cdot 10^{-2}) - .455 \cdot \Phi(-1 \cdot t + 1.31 \cdot 10^{-2}) + .614 \cdot \exp(-229 \cdot t + 4.01) \cdot \Phi(1 \cdot t - 1.75 \cdot 10^{-2}) - \\
& - .681 \cdot \Phi(1 \cdot t - 1.75 \cdot 10^{-2}) + .681 \cdot \Phi(-1 \cdot t + 1.75 \cdot 10^{-2})
\end{aligned}$$

Аналітичний вираз для  $i_2(t)$  теж такий же громіздкий, тому ми його не наводимо.

Звернемо увагу на те, що, якщо сигнал  $u(t)$  записати за допомогою функції Хевісайда  $\Phi(t)$ , то спектральна густина сигналу  $u(j\omega)$  виражається через функцію Дірака  $Dirac(\omega)$ .

Оскільки порівняння аналітичних результатів розрахунків частотним методом та за допомогою перехідних характеристик практично неможливо, побудуємо графіки цих функцій (рис. 4.6, 4.7).

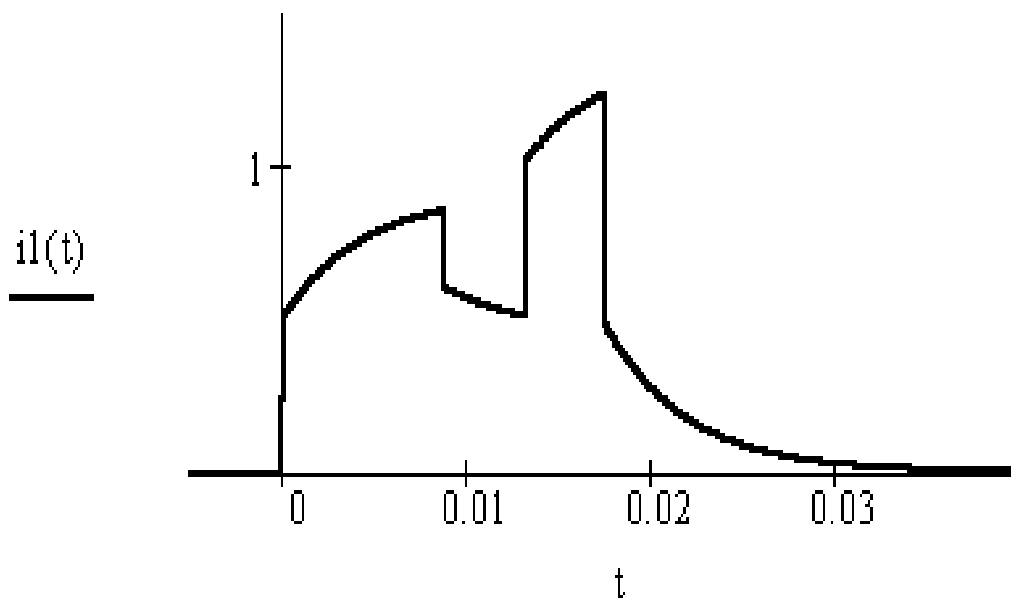


Рисунок 4.6



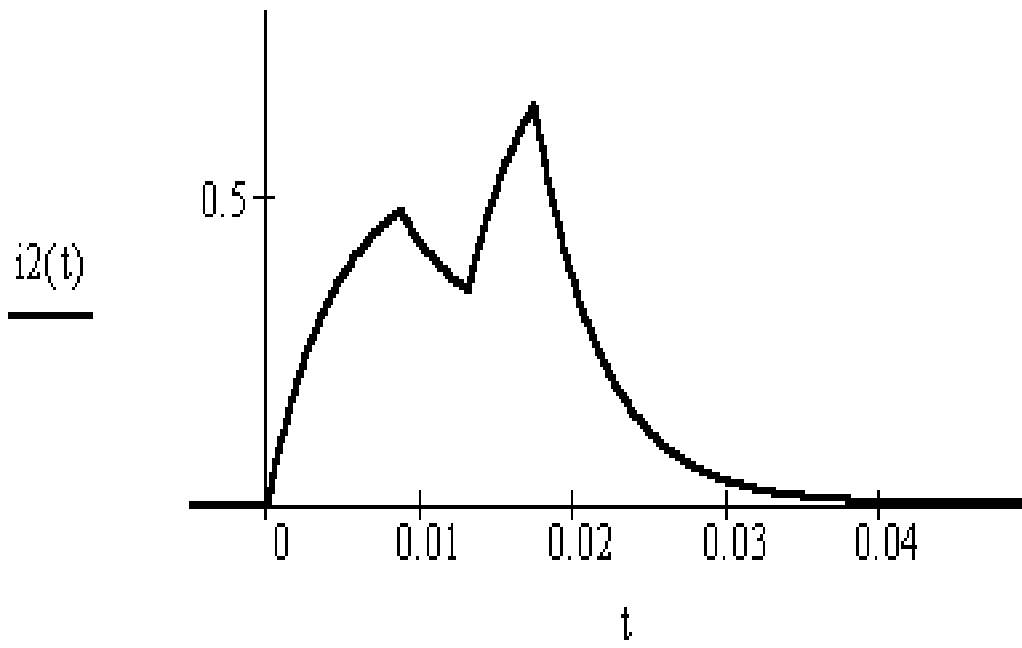


Рисунок 4.7

Легко помітити, що графіки збігаються.

## ЛІТЕРАТУРА

### *Основна*

1. Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами : підручник / Ю. О. Карпов, С. Ш. Кацев, В. В. Кухарчук та ін.; під ред. проф. Ю. О. Карпова. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2014. – 326 с.

2. Теоретичні основи електротехніки. Перехідні процеси в лінійних колах. Синтез лінійних кіл. Електричні та магнітні нелінійні кола : підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук та ін.; під ред. проф. Ю. О. Карпова. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2013. – 456 с.

3. Теорія електричних та магнітних кіл : конспект лекцій / С. Ш. Кацев. – Вінниця : ВНТУ, 2016. – 127 с.

### *Рекомендована*

1. Карпов Ю. О., Кацев С. Ш., Кухарчук В. В. Теоретичні основи електротехніки. Комп'ютерні розрахунки та моделювання лінійних електричних кіл : навч. посіб. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 213 с.

3. Кацев С. Ш., Кухарчук В. В., Ведміцький Ю. Г. Теоретичні основи електротехніки. Комп'ютерні розрахунки та моделювання нелінійних електричних кіл та кіл з розподіленими параметрами : навч. посіб. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2018. – 148 с.

*Електронне навчальне видання*

**Каців Самоїл Шулімович**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до виконання самостійних робіт з дисципліни**

**«Теорія електричних та магнітних кіл»**

**для студентів спеціальності 123**

**«Комп'ютерна інженерія»**

Рукопис оформив *С. Каців*

Редактор *О. Малетіна*

Оригінал-макет виготовлено в РВВ ВНТУ

Підписано до видання 07.01.2025

Гарнітура Times New Roman.

Зам. № P2025-003.

Видавець та виготовлювач

Вінницький національний технічний університет,

Редакційно-видавничий відділ.

ВНТУ, ГНК, к. 114.

Хмельницьке шосе, 95,

м. Вінниця, 21021.

press.vntu.edu.ua;

*E-mail: rvv.vntu@gmail.com.*

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи

серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.