

А. С. Моргун, д. т. н., проф.; І. М. Меть

ЧИСЛОВІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗКУ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ У ПРОЕКТУВАННІ ОБ'ЄКТІВ ФУНДАМЕНТОБУДУВАННЯ

У статті досліджено сучасні числові методи розв'язку крайових задач під час розрахунку об'єктів фундаментобудування, виконано порівняння з класичним розрахунком відповідно до діючих будівельних норм, для конкретного прикладу запропоновано економічно вигідний тип фундаментних конструкцій.

Ключові слова: напружено-деформований стан, ґрунти, числове моделювання, метод граничних елементів, метод скінченних елементів, метод скінченних різниць.

Вступ

Необхідність створення числової моделі об'єкта з недовизначеною інформацією за відомими методиками (математичними моделями) з цілеспрямованою зміною параметрів не викликає зараз сумнівів.

З метою напрацювання прийняттого варіанту інженерного рішення визначення напружено-деформованого стану (НДС) фундаменту будівлі, розраховано та проведено порівняння альтернативних методів розрахунку фундаментної конструкції за методом скінченних різниць (МСР) та за пружно-пластичною моделлю за методом граничних елементів (МГЕ).

МГЕ використовує принцип суперпозицій, тому його можна застосовувати або до лінійних систем, або до тих систем, що лінійні відносно приростів аргументів чи можуть бути апроксимовані такими. Отже, остання категорія розширює область застосування МГЕ на значну кількість технічних задач. У цій роботі МГЕ прикладався до задач механіки ґрунтів і фундаментобудування.

За параметри моделей приймалися усі потенційно змінні дані про ситуацію, від якої залежали результати розрахунків. У першій моделі задіяно 2 параметри фізико-механічних характеристик ґрунтів (E , ρ), друга модель є восьмипараметричною (містить 8 вхідних даних фізико-механічних характеристик основи: E , ν , c , φ , ρ , ρ^{\min} , ρ^{\max} , P_0).

Під час розробки конструктивних схем враховувались переваги й виключались недоліки існуючих модифікацій розрахунку.

Постановка завдання, визначальні співвідношення

Розрахунок за першою моделлю включає пошук НДС максимально навантаженої ділянки фундаменту мілкового закладання.

Класичний розрахунок стрічкових фундаментів як балки на пружній основі пов'язаний із знаходженням рішення диференційного рівняння її рівноваги:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} \right] + K_{II}(x) w(x) = q(x), \quad (1)$$

де $EI(x)$ – згинальна жорсткість балки; E – модуль пружності матеріалу балки; $I(x)$ – момент інерції поперечного перетину балки; $K_{II}(x)$ – погонний коефіцієнт жорсткості основи; x – змінна координата по довжині балки; $w(x)$ – прогин балки в перетині з координатою x .

При вільному опиранні кінців балки граничні умови мають такий вигляд:

$$w''(0) = 0; \quad w'''(0) = 0; \quad w''(L) = 0; \quad w'''(L) = 0. \quad (2)$$

Фізичний зміст коефіцієнта жорсткості основи $K(x)$ – це навантаження в (кН), що діє на одиницю площі (в м^2) та викликає одиничне осідання (в м). Його визначення пов'язане з урахуванням сумісної роботи основ і фундаментів, оскільки осідання ґрунтової основи залежить не лише від виду ґрунту і його стану, але також і від форми та розмірів фундаменту. У роботі під час проведення розрахунків за першою моделлю при визначенні $K_{II}(x)$ використано залежність С. Н. Клепікова [1]:

$$K_{II}(x) = K(x) \cdot b_n; \tag{3}$$

$$K(x) = p^H / s, \tag{4}$$

де p^H – середній тиск по підшві фундаменту ($p^H = q^H / b_n$); q^H – погонне навантаження по довжині фундаменту від зовнішніх зусиль, ваги фундаменту й ґрунту на його уступах; s – середнє осідання стрічкового фундаменту за СНиП 2.02.01–83 [2]. Цей СНиП "Основания зданий и сооружений" рекомендує розрахунок осадок основи проводити методом пошарового підсумовування, хоч він ґрунтується на достатньо довільних припущеннях. Так, незважаючи на складний напружений стан ґрунту, у ньому враховуються лише вертикальні нормальні напруження p_3 , деформативність ґрунту враховується лише модулем деформацій, без коефіцієнта бокового розширення. Але цей метод дозволяє знайти нижню границю активної зони основи, якою є підшва останнього шару (H_c використовується під час розрахунків за другою моделлю), і прийняту величину осідання s (рис. 1).

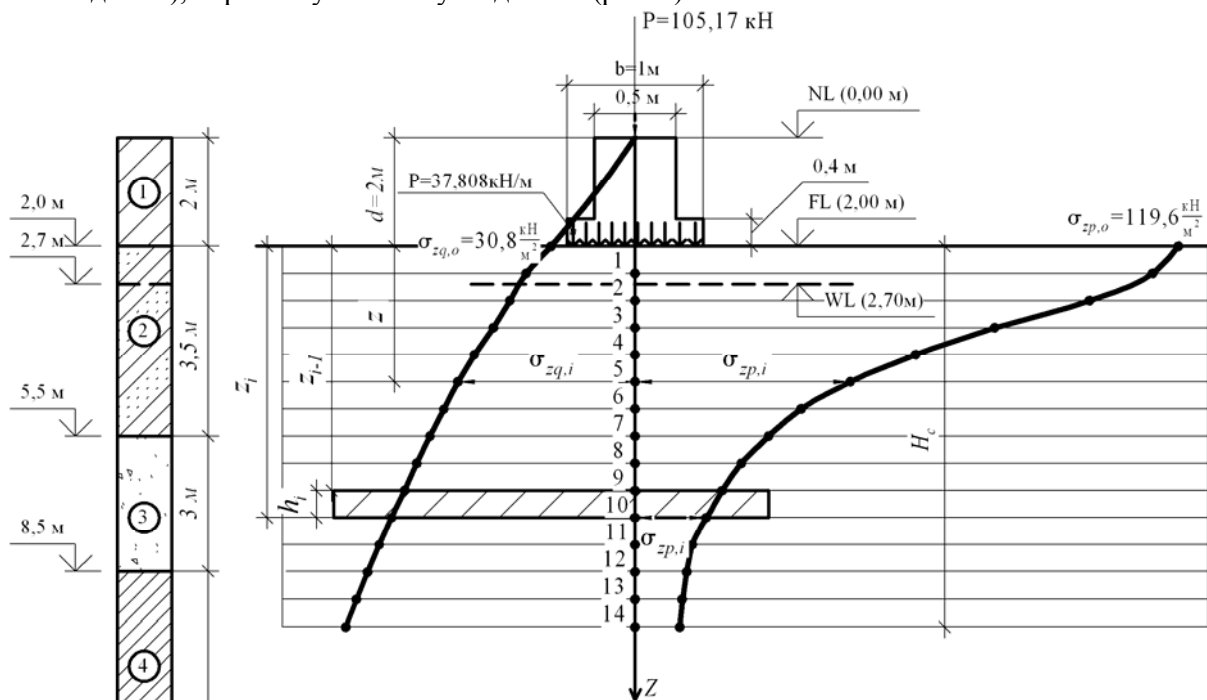


Рис. 1. Розрахунок осідання фундаменту за методом пошарового підсумовування для визначення коефіцієнта жорсткості основи. 1 – насипний ґрунт; 2 – супісь; 3 – пісок пилуватий; 4 – глина; b – ширина фундаменту; d – глибина закладання фундаменту (FL) від поверхні природного рельєфу (NL); $\sigma_{zq,o}$, $\sigma_{zq,i}$ – вертикальні напруження від власної ваги ґрунту під підшвою фундаменту на глибині z від підшви фундаменту (природний тиск ґрунту); $\sigma_{zp,o}$, $\sigma_{zp,i}$ – додатковий вертикальний тиск від зовнішнього навантаження; H_c – товщина стиснутої зони ґрунту основи (активна зона)

Величину погонного навантаження від зовнішніх зусиль q^H визначено за результатами розрахунку будівлі за програмним комплексом "ЛІРА 9.4", скінченно-елементну модель подано

на рис. 2. Балка на пружній основі є статично невизначеною задачею, оскільки в задачу розрахунку входить визначення внутрішніх зусиль і переміщень балки, які залежать від геометричних характеристик перетинів балки. Тому попередньо визначено розміри поперечного перерізу фундаментної балки на основі лінійної епюри реактивних тисків ґрунту по підшві. Попередні розміри стрічки зображені на рис. 1.

При прийнятті ширини фундаменту мілкого закладання $b = 1,5$ м очікувана величина

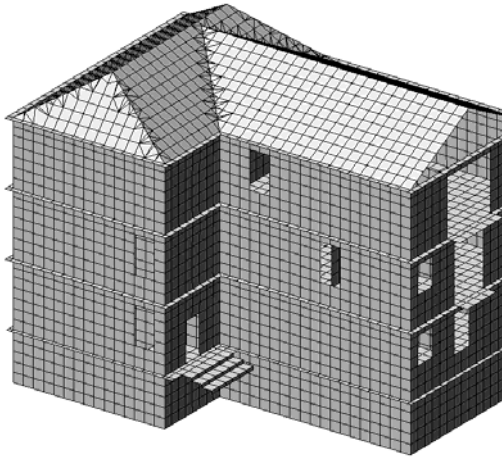


Рис. 2. Скінченно-елементна модель

осідання за методом пошарового підсумовування склала $s = 1,14$ см. Цей варіант фундаменту потребує для його спорудження $103,6$ м³ бетону. При ширині фундаменту $b = 1$ м осідання становить $s = 2,018$ см і витрати бетону складають $88,8$ м³, що є більш економним і прийнято в розрахунку.

Для числової реалізації поставленої задачі за першою моделлю область неперервної зміни аргументна (довжини балки l , рис. 3) замінювалась дискретною множиною точок – вузлами, зосереджені сили розташовувалися на границі ділянок розбиття.

Апроксимація вихідного диференційного рівняння (1) скінченно-різницевиими аналогами

приводила до системи алгебричних рівнянь [3] відносно значень шуканих функцій у вузлах сіткової області (погонних реактивних тисків ґрунту). Розрахунок НДС стрічки на пружній основі виконувався за програмою, складеною на алгоритмічній мові Delphi. Порівнянням результатів розрахунку з різним числом ділянок розбиття оцінювалась точність і стійкість алгоритму. Результати розрахунку НДС стрічки подано на рис. 3.

Нелінійний аналіз ґрунтової основи виконано за пружно-пластичною моделлю з використанням числового методу граничних елементів. У другій математичній моделі проведено розрахунок фундаментної плити $h = 30$ см. Багатошарове середовище ґрунту розглядалось як еквівалентне квазіоднорідне ізотропне середовище, 8 вхідних параметрів якого узагальнено описували деформативність ґрунтової основи в активній зоні, глибиною $H_c = 10$ м, шириною $3,2$ м (рис. 5). Фізичні параметри стану моделі: $E = 15,27$ МПа, $\nu = 0,3112$, $c = 14,406$ кПа, $\varphi = 23,47^\circ$, $\rho = 1,59$ т/м³, $\rho_{\min} = 1,378$ т/м³, $\rho_{\max} = 1,978$ т/м³, $p_0 = 1700$ кПа.

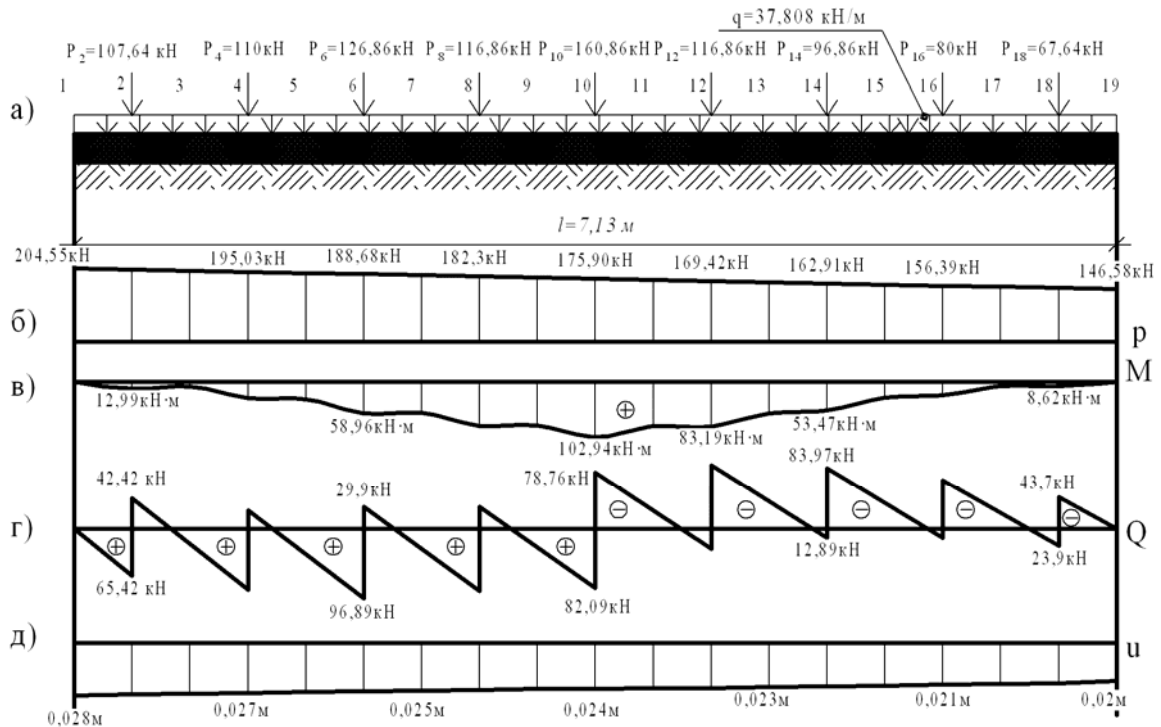


Рис. 3. До прикладу розрахунку стрічкового фундаменту: а) дискретизація балки; б) епора реактивних тисків від навантаження; в) епора згинальних моментів; г) епора поперечних сил; д) осідання основи

Під час дослідження поля напружень і деформацій системи "основа-фундамент" ґрунт моделювався пружно-пластичним тілом, до границі текучості залежність $\sigma - \epsilon$ приймалась лінійною. Тензорна форма запису інтегрального граничного рівняння рівноваги, яке встановлювало зв'язок між σ та ϵ на границі фундаментної конструкції для півпростору, отримане К. Бреббіа [5]:

$$C_{ij}U_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* U_{ij} d\Gamma = \int_{\Gamma} U_{ij}^* p_i d\Gamma + \int_{\Omega} \sigma^* \epsilon_{jk}^p d\Omega, \quad (5)$$

де остання складова містить інтеграл по області масиву ґрунту $d\Omega$, в якому очікується поява пластичних деформацій; ϵ^p – вектор пластичних деформацій; σ^* – похідні від фундаментальних розв'язків Міндліна для напружень від $P = 1$ в середині півпростору; p , u – напруження та переміщення точок, зірочкою (*) позначені базисні функції.

Поведінка ґрунту в пластичній стадії описувалась інкрементальною теорією (неасоційованим законом пластичної течії), в якій приймалась лінійна залежність між напруженнями σ та приростами деформацій $d\epsilon_{ij}$:

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f, \quad (6)$$

де F – пластичний потенціал (функція історії деформування); $d\lambda$ – скалярний коефіцієнт простого навантаження; σ_{ij} – тензор напружень. Критерій переходу до граничного стану f описувався поверхнею текучості Мізеса – Губера – Боткіна (рис. 4), яка давала співвідношення між σ_m та σ_i на октаедричній площині, визначаючи пороговий характер пластичних деформацій:

$$\begin{aligned} f &= \sigma_i + \sigma_m \operatorname{tg} \psi - \tau_s & \text{при } \sigma_m \leq p_0, \\ f &= \sigma_i + p_0 \operatorname{tg} \psi - \tau_s & \text{при } \sigma_m > p_0, \end{aligned} \quad (7)$$

де σ_i – інтенсивність девіатора напруг; σ_m – гідростатичний тиск; ψ , τ_s – кут внутрішнього тертя та зчеплення на октаедричній площині.

Для числової реалізації задачі бокова поверхня фундаментної конструкції та нижня поверхня контакту дискретизувалася лінійними елементами, навколофундаментна активна

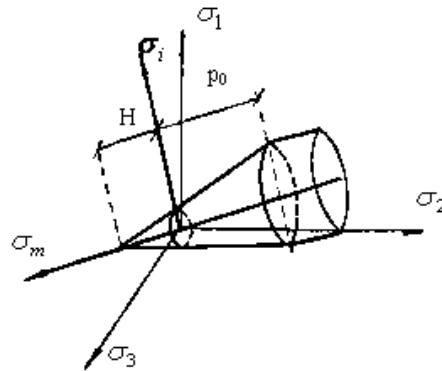


Рис. 4. Критерій текучості Мізеса – Губера – Боткіна

зона ґрунтової основи дискретизувалася трикутними осередками. Схема дискретизації та графік "навантаження-осідання" наведені на рис. 5. Вага будівлі, розрахована за сучасними нормативними документами по ПК "Ліра", склала 5929,025 кН. Очікувана величина осідання будівлі за МГЕ (рис. 5) при плитній фундаментній конструкції $h = 30$ см складає 2,7 см.

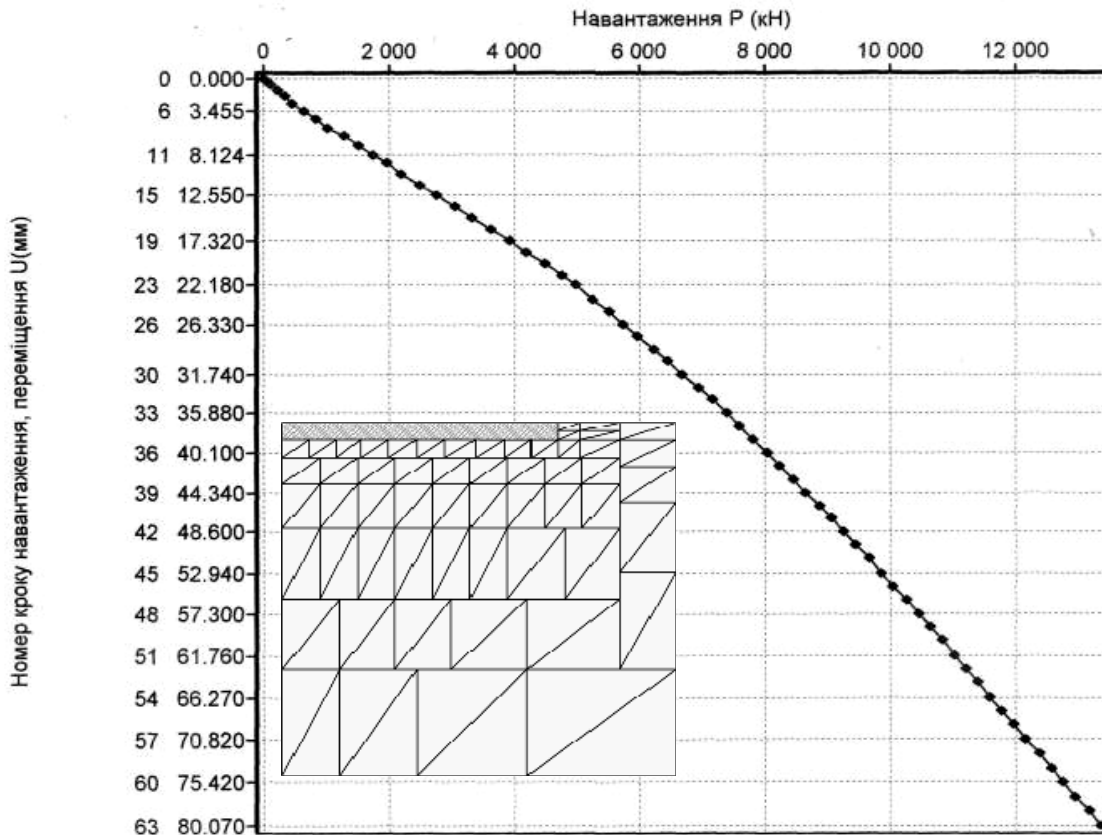


Рис. 5. Графік залежності "навантаження-осідання будівлі" від власної ваги

Висновки

1. При практично однаковому осіданні будівлі (на фундаментній плиті – $s=2,63$ см, на фундаментах мілкового закладання при ширині підшви 1м – $s=2,71$ см) витрати бетону для спорудження

фундаментної плити на 74% ($88,8 \text{ м}^3/51,05 \text{ м}^3 = 1,74$) меші. Це дозволяє саме фундаментну плиту рекомендувати в якості фундаментної конструкції з погляду економності.

2. Сучасні методи числового моделювання (МСП, МСЕ, МГЕ) дозволяють достовірно прогнозувати напружено-деформований стан основ та фундаментів, що узгоджується в лінійній стадії з перевіреними експериментально нормативними методиками розрахунку із ДБН.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Клепиков С. Н. Расчет конструкций на упругом основании. – К.: Будівельник, 1967. – 184 с.
2. СНиП 2.02.01–83. Основания зданий и сооружений. – М.: Стройиздат, 1985. – 40 с.
3. Моргун А. І., Моргун А. С. Механіка ґрунтів, підвалини та фундаменти (Розрахунок конструкцій на пружній основі). – Вінниця: ВДТУ, 1997. – 120 с.
4. Моргун А. С., Попов В. О., Меть І. М. Діагностування НДС каркасної монолітної будівлі за МСЕ та МГЕ // Вісник ВПІ. – №6. – 2007. – С. 21-24.
5. Бреббія К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. – М.: Мир, 1987. – 524 с.

Моргун Алла Серафимівна – д. т. н., професор, завідувач кафедри промислового та цивільного будівництва, e-mail: alla@proft.com.ua.

Меть Іван Миколайович – аспірант кафедри промислового та цивільного будівництва, e-mail: van.met@mail.ru.

Вінницький національний технічний університет.