

УДК 621.317.41

І. Сімачіу, к. фіз. н.; З. Борсос; Г. Бадеру, д. т. н., доц.;**М. Агон, д. фіз. н., проф.****ТЕНЗОРИ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ І МАГНІТНОЇ ПРОНИКНОСТІ ВАКУУМУ
В ПРИСУТНОСТІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ**

У цій статті виводяться вирази для складових тензорів магнітної і діелектричної проникності вакууму, створюваних електромагнітним фоновим випромінюванням. Для досягнення цієї мети ми починаємо з виразів для вказаних тензорів при їх модифікації електромагнітним полем, одержаних Ейлером і Кокелем. Ці відношення конкретизуються для плоскої поляризованої електромагнітної хвилі, електромагнітної хвилі, що має певний напрям, і монохроматичної фонові хвилі. У присутності електромагнітних хвиль вакуум є неоднорідним і анізотропним. У присутності фону монохроматичних електромагнітних хвиль вакуум є однорідним і ізотропним.

Ключові слова: вакуум, тензор діелектричної проникності, тензор магнітної проникності, електромагнітне поле

Вступ

У присутності електромагнітного поля вакуум стає неоднорідним і анізотропним. У квантовій електродинаміці цей феномен відомий як ефект нелінійності складу електромагнітних полів, який є результатом явища вакуумної поляризації (фотон-фотонна взаємодія).

Авторами роботи, в якій вперше були отримані вирази діелектричної і магнітної проникності для полів низької напруженості, були Ейлер і Кокель [1, 2]. Використання лазерного випромінювання, виявлення фону рівноважного космічного випромінювання, теплове випромінювання при $T = 2,7\text{K} \times 10$ [3] і космічне високоенергетичне електромагнітне випромінювання визначили необхідність дослідження цього процесу, зокрема для високої інтенсивності випромінювання, відносно явищ автофокусування [4, 3, 6] і руйнування радіаційного променя.

У статті пропонується виведення виразів для тензорів діелектричної і магнітної проникності, створюваних електромагнітними хвилями і фоном монохроматичного електромагнітного випромінювання.

У першій частині статті виводяться вирази для складових тензорів діелектричної і магнітної проникності вакууму в присутності електромагнітних хвиль. У другій і третій частинах ми знаходимо вирази для складових цих самих тензорів і коефіцієнтів заломлення для плоскої хвилі, поляризованої в певному напрямі. Метою четвертої частини є отримання залежностей, необхідних для розрахунку параметрів вакууму у присутності фону монохроматичних електромагнітних хвиль.

**Тензори діелектричної і магнітної проникності вакууму, модифіковані
електромагнітною хвилею**

У присутності електромагнітного поля вакуум стає неоднорідним і анізотропним [3], що дає в результаті такі залежності між величинами, які характеризують поле:

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k, \quad (1)$$

$$B_i = \mu_{ik} H_k. \quad (2)$$

Тензори діелектричної і магнітної проникності мають вигляд:

$$\varepsilon_{ik} = \delta_{ik} + a \left[2(\varepsilon_0 E^2 - \mu_0 H^2) \delta_{ik} + 7(\mu_0 H_i H_k) \right] + \dots, \quad (3)$$

$$\mu_{ik} = \delta_{ik} + a \left[2(-\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2) \delta_{ik} + 7(\varepsilon_0 E_i E_k) \right] + \dots \quad (4)$$

Постійна a описується виразом

$$a = 4e^4 \hbar / (45m^4 c^7), \quad (5)$$

де $e^2 = q_e^2 / (4\pi\varepsilon_0)$, q_e – це заряд електрона і m – маса електрона.

Зворотна постійна величина

$$\frac{1}{a} = \left(\frac{45}{4} \right) \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right) \frac{mc^2}{[e^2 / (mc^2)]^3} \cong \frac{mc^2}{[e^2 / (mc^2)]^3} \cong 10^{29} \text{ Jm}^{-3} \quad (6)$$

представляє густину енергії електрона (в класичній моделі) або густину енергії електричного поля, що збуджується електронами на рівній відстані з класичним радіусом $r_e \cong e^2 / (mc^2)$.

Відзначимо, що для електромагнітного поля з джерелами, ці два тензори будуть різними, $\varepsilon_{ij} \neq \mu_{ij}$, тому що $\varepsilon_0 E^2 \neq \mu_0 H^2$.

Для плоскої електромагнітної хвилі густина енергії електромагнітного поля дорівнює густині енергії магнітного поля і половині густини енергії хвилі.

$$w/2 = \varepsilon_0 E^2 / 2 = \mu_0 H^2 / 2. \quad (6a)$$

Підставивши вираз (6) у вирази (3) і (4), отримуємо

$$\varepsilon_{ik} = \delta_{ik} + 7a(\mu_0 H_i H_k), \quad (7)$$

$$\mu_{ik} = \delta_{ik} + 7a(\varepsilon_0 E_i E_k). \quad (8)$$

В електромагнітній хвилі вектори \vec{E} і \vec{H} є функціями положення і часу

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad (9)$$

і тензори діелектричної і магнітної проникності є також функціями положення і часу - $\sin^2(\omega t - \vec{k}\vec{r})$. Для стаціонарної хвилі залежності положення і часу відповідають функціям $\cos(\vec{k}\vec{r}) \sin(\omega t)$ і $\cos^2(\vec{k}\vec{r}) \sin^2(\omega t)$ відповідно.

Вакуум у присутності плоскої поляризованої хвилі

Розглянемо монохроматичну плоску поляризовану хвилю ($E = E_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r})$, $H = H_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r})$), яка розповсюджується в напрямі Ox_j ($x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$), і поляризовану площину, яка обертається під кутом ψ відносно осей Ox_i . Ця хвиля ділиться на дві монохроматичні хвилі, які розповсюджуються в одному напрямі (Ox_j) з однаковою швидкістю (c) і мають площини поляризації в напрямі осі, перпендикулярної Ox_j , тобто Ox_i (хвиля, якій відповідають складові $E_i = E \cos \psi$ і $H_k = H \cos \psi$) і Ox_k (хвиля, якій відповідають складові $E_k = E \sin \psi$ і $H_i = -H \sin \psi$). У зв'язку з цим недиагональні складові тензорів (7) і (8) дорівнюватимуть:

$$\varepsilon_{ik} = 7a(\mu_0 H_i H_k) = \mu_{ik} = 7a(\varepsilon_0 E_i E_k) = 7a(\varepsilon_0 E^2 \sin \psi \cos \psi), \quad i, k \neq j, \quad (10a)$$

$$\varepsilon_{ij} = \mu_{ij} = 0, \quad i \neq j, \quad (10b)$$

де $cB_i = E_k$ і $cB_k = E_i$, $i, k \neq j$.

У цьому випадку діагональні складові

$$\varepsilon_{ij} = \mu_{ij} = 1, \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ii} = 1 + 7a(\mu_0 H_i^2) = 1 + 7a(\mu_0 H^2 \sin^2 \psi), \mu_{ii} = 1 + 7a(\varepsilon_0 E_i^2) = \\ 1 + 7a(\varepsilon_0 E^2 \cos^2 \psi), \varepsilon_{ii} = \mu_{kk}, i \neq k \neq j. \end{aligned} \quad (11b)$$

Показники заломлення, викликаного хвилею, в головних напрямках мають вигляд:

$$n_j = \sqrt{\varepsilon_{ii} \mu_{kk}} = \sqrt{\varepsilon_{kk} \mu_{ii}} \neq 1, \quad (12a)$$

$$n_i = \sqrt{\varepsilon_{jj} \mu_{kk}} = \sqrt{\varepsilon_{kk} \mu_{jj}} \neq 1. \quad (12b)$$

Підставивши формули (11) складових тензорів, отримуємо вирази

$$n_j = \sqrt{\varepsilon_{ii} \mu_{kk}} = 1 + 7a(\mu_0 H_i^2) = 1 + 7a(\varepsilon_0 E_k^2), \quad (13a)$$

$$n_i = \sqrt{\mu_{kk}} = \sqrt{\varepsilon_{kk}} = \sqrt{1 + 7a(\varepsilon_0 E_k^2)} = \sqrt{1 + 7a(\mu_0 H_k^2)} \quad (13b)$$

для показників заломлення.

Вакуум у присутності монохроматичної хвилі певного напрямку

Розглянемо монохроматичну плоску хвилю, що характеризується векторами хвилі $\vec{k} = k\vec{\kappa}$ зі складовими вектора $\vec{\kappa}$:

$$\kappa_x = \sin \theta \cos \varphi, \kappa_y = \sin \theta \sin \varphi, \kappa_z = \cos \theta, \quad (17)$$

а також вектором електричного поля $\vec{E} = E\vec{e}$ і вектором магнітного поля $\vec{H} = H\vec{h}$. Хвиля є плоскополяризованою. Вектори \vec{e} і \vec{h} містять такі складові:

$$e_x = -\frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \csc \theta \sin \varphi}{\sqrt{2}} - \cos \theta \cos \varphi \sin \psi, \quad (18a)$$

$$e_y = \frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \csc \theta \cos \varphi}{\sqrt{2}} - \cot \theta \sin \varphi \sin \psi, \quad (18b)$$

$$e_z = \sin \psi \quad (18c)$$

$$h_x = \csc \theta \sin \varphi \sin \psi - \frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \cot \theta \cos \varphi}{\sqrt{2}}, \quad (18d)$$

$$h_y = -\frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \cot \theta \sin \varphi}{\sqrt{2}} - \csc \theta \cos \varphi \sin \psi, \quad (18f)$$

$$h_z = \frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)}}{\sqrt{2}}. \quad (18g)$$

Включаючи їх, складові векторів $\vec{E} = E\vec{e}$ і $\vec{H} = H\vec{h}$ мають вигляд:

$$E_x = Ee_x, E_y = Ee_y, E_z = Ee_z, \quad (20a)$$

$$H_x = Hh_x, H_y = Hh_y, H_z = Hh_z. \quad (20b)$$

Підставивши складові двох векторів, заданих відношеннями (19) і (20), у формули Наукові праці ВНТУ, 2009, № 4

складових тензорів діелектричної і магнітної проникності, заданих (7) і (8), отримуємо:

$$\varepsilon_{xx} = 1 + 7a(\mu_0 H_x^2) = 1 + 7a\mu_0 H^2 h_x^2, \quad (21a)$$

$$\varepsilon_{yy} = 1 + 7a(\mu_0 H_y^2) = 1 + 7a\mu_0 H^2 h_y^2, \quad (21b)$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 + 7a(\mu_0 H_z^2) = 1 + \frac{7}{2}a\mu_0 H^2 [\cos(2\psi) - \cos(2\theta)], \quad (21c)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = 7a(\mu_0 H_x H_y) = 7a\mu_0 H^2 (h_x h_y), \quad (21d)$$

$$\varepsilon_{xz} = 7a(\mu_0 H_x H_z) = 7a\mu_0 H^2 \left\{ \frac{\csc \theta \sin \varphi \sin \psi \sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)}}{\sqrt{2}} - \frac{[\cos(2\psi) - \cos(2\theta)] \cot \theta \cos \varphi}{2} \right\} = \varepsilon_{zx}, \quad (21e)$$

$$\varepsilon_{yz} = 7a(\mu_0 H_y H_z) = 7a\mu_0 H^2 \left\{ -\frac{[\cos(2\psi) - \cos(2\theta)] \cot \theta \sin \varphi}{2} - \frac{\csc \theta \cos \varphi \sin \psi \sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)}}{\sqrt{2}} \right\} = \varepsilon_{zy}, \quad (21f)$$

$$\mu_{xx} = 1 + 7a(\varepsilon_0 E_x^2) = 1 + 7a\varepsilon_0 E^2 (e_x^2), \quad (21g)$$

$$\mu_{yy} = 1 + 7a(\varepsilon_0 E_y^2) = 1 + 7a\varepsilon_0 E^2 (e_y^2), \quad (21h)$$

$$\mu_{zz} = 1 + 7a(\varepsilon_0 E_z^2) = 1 + 7a\varepsilon_0 E^2 \sin^2 \psi, \quad (21i)$$

$$\mu_{xy} = \mu_{yx} = 7a(\varepsilon_0 E_x E_y) = 7a\varepsilon_0 E^2 (e_x e_y), \quad (21j)$$

$$\mu_{xz} = 7a(\varepsilon_0 E_x E_z) = 7a\varepsilon_0 E^2 \left\{ -\frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \csc \theta \sin \varphi \sin \psi}{\sqrt{2}} - \cos \theta \cos \varphi \sin^2 \psi \right\} = \mu_{zx}, \quad (21k)$$

$$\mu_{yz} = 7a(\varepsilon_0 E_y E_z) = 7a\varepsilon_0 E^2 \left\{ \frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \csc \theta \cos \varphi \sin \psi}{\sqrt{2}} - \cot \theta \sin \varphi \sin^2 \psi \right\} = \mu_{zy}. \quad (21m)$$

В результаті можна зробити висновок, що в присутності хвилі вакуум є неоднорідним і неізотропним.

Для $\kappa_x = \kappa_y = 0$ і $\kappa_z = 1$ відповідно $\varphi = 0$ і $\theta = \pi/2$, що є результатом, отриманим для поляризованої хвилі, яка розповсюджується в напрямі Ox .

Однорідний і ізотропний фон монохроматичних електромагнітних хвиль

Однорідний і ізотропний фон монохроматичних хвиль досягається накладенням хвиль і фронту векторів \vec{k} по всіх напрямках з однаковою вірогідністю. У цьому випадку складові

тензорів діелектричної і магнітної проникності отримуємо усереднюванням формул (20) і (21) відповідно до таких визначень:

$$\langle \varepsilon_{ik} \rangle = \frac{1}{8\pi} \left(\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \varepsilon_{ik} \sin \psi \sin \theta d\psi d\theta d\varphi \right) = \delta_{ik} + \left(\frac{7a\mu_0}{8\pi} \right) \left(\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^{2\pi} H_i H_k \sin \psi \sin \theta d\psi d\theta d\varphi \right), \quad (22a)$$

$$\langle \mu_{ik} \rangle = \frac{1}{8\pi} \left(\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \mu_{ik} \sin \psi \sin \theta d\psi d\theta d\varphi \right) = \delta_{ik} + \left(\frac{7a\varepsilon_0}{8\pi} \right) \left(\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^{2\pi} E_i E_k \sin \psi \sin \theta d\psi d\theta d\varphi \right). \quad (22b)$$

Підставивши вирази (20) і (21) у визначення (22), одержуємо такі формули:

$$\langle \varepsilon_{xx} \rangle = \langle \varepsilon_{yy} \rangle = \langle \varepsilon_{zz} \rangle = 1 + \frac{7}{3} a\mu_0 H^2 = 1 + \frac{7}{3} aw, \quad (23a)$$

$$\langle \varepsilon_{xy} \rangle = \langle \varepsilon_{xz} \rangle = \langle \varepsilon_{yz} \rangle = 0, \quad (23b)$$

$$\langle \mu_{xx} \rangle = \langle \mu_{yy} \rangle = \langle \mu_{zz} \rangle = 1 + \frac{7}{3} a\varepsilon_0 E^2 = 1 + \frac{7}{3} aw, \quad (23c)$$

$$\langle \mu_{xy} \rangle = \langle \mu_{xz} \rangle = \langle \mu_{yz} \rangle = 0. \quad (23d)$$

У виразі (23) густина енергії w є середньою густиною в часі і просторі. Використовуючи ці значення складових тензорів, ми можемо обчислити показник заломлення. Підставивши вирази (23) у вираз (12) показника заломлення ми можемо отримати

$$n = 1 + \frac{7}{3} aw. \quad (24)$$

Звідси бачимо, що вакуум у присутності фону електромагнітних хвиль довільного напрямку є однорідним і ізотропно-оптичним. Цей результат аналогічний результату, отриманому в статтях [5, 6, 7] для полів будь-якої інтенсивності в рамках квантової електродинаміки.

Висновки

Відповідно до класичної і квантової теорій вакуум – це фізична система, яку можна моделювати. При взаємодії з матерією (речовина і фізичне поле) властивості вакууму модифікуються. У цій статті ми продемонстрували, що оптичні (електромагнітні) властивості вакууму модифікуються електромагнітним полем хвилі або системи хвиль (фоном електромагнітних хвиль). Модифікація оптичних властивостей вакууму в присутності електромагнітного поля пояснює явища автофокусування і руйнування променів інтенсивного електромагнітного випромінювання. Ці явища сумісні із сучасними моделями Всесвіту, в яких вакуум моделюється як усереднений прояв усіх полів, що генеруються частинками Всесвіту.

Метою наступної нашої статті буде оцінка параметрів вакууму, модифікованого стохастичним електромагнітним фоном при температурі $T = 0\text{K}$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Euler, H. and Kockel, B., Naturwiss 23, p. 246-247, 1935, (Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie).
2. Jackson, J. D., Classical Electrodynamics, John Willey & Sons, Inc., New York, 1962.
3. Penzias, A. A., Wilson, R. W., A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s, Astrophysical Journal 142, pp. 419-421 (1965).
4. Marklund, M., Brodin, G., Stenflo, L., Physical Review Letters 91, p. 163601, 2003 (Dynamics of Radiation

Background).

5. Marklund, M., Brodin, G., Stenflo, L., Padma, K. S., Physica Scripta T 107, p.239, 2004 (Dynamics of Radiation due to Vacuum Nonlinearities).

6. Marklund, M., Padma, K. S., Reviews of Modern Physics 78, pp. 591-640, 2006 (Nonlinear Collective Effects in Photon-Photon and Photon-Plasma Interaction).

7. Kelley, P. L., Physical Review Letters 15, p. 1005, 1965. "Self-Focusing of Optical Beams".

8. Kharzeev, D., Tuchin, K., arXiv:hep-ph/0611133v2 21 Feb. 2007 (Vacuum self-focussing of very intense laser beams).

Іон Сімачу – к. фіз. н., факультет фізики, e-mail: isimaciu@yahoo.com

Золтан Борсос – науковий співробітник факультету фізики, e-mail: isimaciu@yahoo.com
Університет нафти і газу м. Плоешті, Румунія.

Георгій Бадеру – д. т. н., доц. факультету матеріалознавства та інженерії матеріалів, тел. 0232-27-86-80, e-mail: Gheorghebadarau@yahoo.com

Марішель Агон – д. фіз. н., проф. факультету матеріалознавства та інженерії матеріалів, тел. 0232-27-86-80

Технічний університет «Джорджа Асахи», м. Яси, Румунія.