УДК 621.396.621

А. Ю. Воловик
О. О. Харжевський

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ АВТОНОМНОГО БПЛА ЛІТАКОВОГО ТИПУ В РЕЖИМІ ЗАХОДУ НА ПОСАДКУ

Вінницький національний технічний університет.

Анотація
Сучасний стан досліджень в напрямку автономної посадки аеродинамічних об’єктів різних категорій, у тому числі і БПЛА літакового типу, характеризується різними підходами до удосконалення процедур управління їх повітряним рухом. Одним із шляхів підвищення надійності експлуатації БПЛА є створення систем підтримки прийняття рішень на різних етапах виконання польотного завдання. Мета представленого дослідження полягає у розробці та обґрунтуванні математичної моделі руху автономного БПЛА літакового типу в режимі заходу на посадку, яка забезпечує адекватне відображення динаміки процесу та створює основу для побудови оптимальних алгоритмів автоматизованої посадки.
Ключові слова: *математична модель, лінійна динамічна система, динаміка руху БПЛА.*

Abstract
The current research state in the field of autonomous landing of various categories aerodynamic objects, including aircraft-type UAVs, is characterized by different approaches to improving the procedures for controlling their air movement. One of the ways to increase the reliability of UAV operation is to create decision support systems at various stages of flight task execution. The objective of this study is to develop and validate the motion mathematical model of an autonomous fixed-wing UAV during the landing approach, which adequately reflects the dynamics of the process and provides a basis for constructing optimal automated landing algorithms.
Keywords: *mathematical model, linear dynamic system, UAV motion dynamics.*

Вступ

Етап посадки безпілотного літального апарата є найбільш відповідальним та складним компонентом польотного завдання, що супроводжується високою динамікою зміни режимів польоту. У цьому контексті особливої актуальності набуває наукова проблема розробки методів та моделей оптимальної посадкової траєкторії з метою забезпечення повної автоматизації процесу. Метою даної роботи є вдосконалення навігаційного забезпечення безпілотних літальних апаратів заради підвищення безаварійності польотів і розширення можливостей застосування їх в різних умовах.

Фаза заходу на посадку розглядається як головна зона ризику, що потребує особливої уваги та оптимізації. Задача апаратно-програмних навігаційних комплексів виконувати завдання автоматичного заходу на посадку з високою точністю [1]. При автономному та директорному заході визначення безпосередньо просторового положення БПЛА здійснюється за сигналами радіотехнічних навігаційних систем з подальшою постпроцесорною обробкою. Найбільш надійним методом посадки БПЛА на сьогодні вважається використання систем автоматичної посадки. Їх важливими характеристиками є надійність і точність визначення навігаційних параметрів (відносних координат БПЛА), а система у цілому має забезпечувати визначення навігаційних параметрів у будь-який час доби за будь-яких метеорологічних умов. Підвищену точність та достовірність кутових координат, в таких системах можна забезпечити завдяки методами їх обробки, що базуються на використанні сучасних інформаційних технологій. Загально визнаний метод фільтра Калмана вважається стандартним інструментом для розв’язання задач такого типу. У даному випадку всі фізичні процеси, що відбуваються під час посадкового маневру поєднуються та розглядаються у межах єдиної динамічної системи [1, 2]. Ефективне застосування методів оптимальної фільтрації передбачає наявність апріорної інформації щодо математичної моделі динаміки кутових координат БПЛА при маневруванні. Знання повноформатного вектора стану динамічної системи важливо не тільки з точки зору прогнозування поведінки аеродинамічного об’єкту, а й при синтезі функцій керування, за допомогою яких здійснюється цілеспрямований вплив на його поведінку.

Постановка задачі

Наявність адекватної математичної моделі руху аеродинамічного об'єкта забезпечує концептуальний міст між реальною фізичною задачею та математичною абстракцією, що дозволяє коректно інтерпретувати результати фільтрації траєкторних компонентів. Математична модель руху створюється на основі глибокого аналізу динаміки аеродинамічного об'єкта з використанням емперічних, заздалегідь отриманих напрацювань [2]. Враховуючи знання про початкові умови та вхідні діяння на усьому часовому інтервалі спостереження проведемо розрахунок параметрів траєкторії руху БПЛА літакового типу за кутом місця, використовуючи наступні співвідношення:

$$\beta(t)=\mathrm{arctg}\frac{H(t)}{D(t)}; \qquad \beta^{'}(t)=\frac{H^{'}(t)D(t)-H(t)D^{'}(t)}{H^{2}(t)+D^{2}(t)};$$

$$\beta^{''}(t)=\frac{\{[H''(t)D(t)-H(t)D''(t)]-2[H'(t)D(t)-H(t)D'(t)][H'(t)H(t)+D(t)D'(t)]\}}{H^{2}(t)+D^{2}(t)}; \tag{1}$$

де $\beta(t),\beta'(t),\beta''(t)$ – кут місця ПС, швидкість його зміни та прискорення ПС за кутом місця, відповідно; $D(t), D'(t), D''(t)$ – горизонтальна віддаль до точки дотику посадкової смуги, швидкість її зміни та прискорення у напрямку повздовжньої вісі посадкової смуги, відповідно; – висота польоту, швидкість її зміни та вертикальна складова прискорення, відповідно. Характер залежності параметрів траєкторії повітряного судна від часу при виконанні посадкового маневру показано на рис. 1.

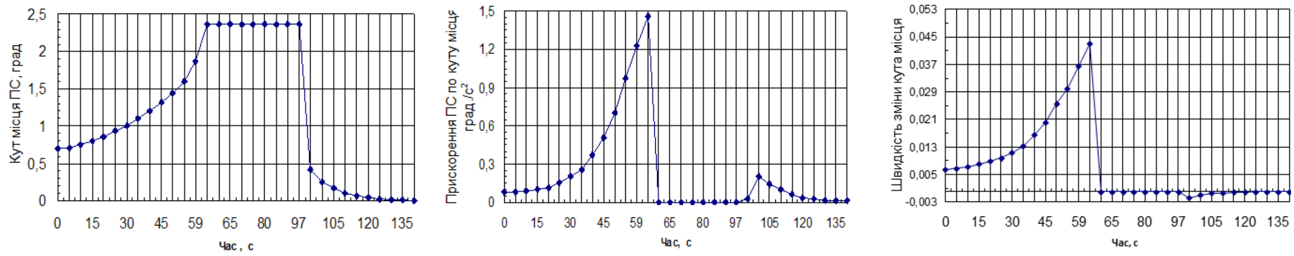

Рис. 1. Характерні зміни параметрів динамічного процесу при заході БПЛА на посадку

Для спрощеного опису монотонно зростаючої залежності кута місця від часу на ділянці горизонтального польоту, доцільно застосувати динамічну модель другого порядку. Вона є коректною для часових інтервалів, для яких справедливі співвідношення $\sigma_\beta \gg 0,5\left|\beta''(t)_{\max}\right|T^2$, де σ_β - середньоквадратична похибка первинних вимірювань кута місця; T – інтервал екстраполяції; $\beta''(t)_{\max}$ – максимально можливе прискорення по куту місця. Аналогічно підбираються динамічні моделі для ділянок планерування та вирівнювання. Використання фільтра першого порядку, за для спрощення, буде призводити до появи значних динамічних похибок та повільної їх збіжності до усталених значень. З врахуванням цих обставин доцільно розширити смугу пропускання фільтра за рахунок збільшення порядку динамічної моделі (до другого). За зазначених умов математична модель може бути описана рівнянням у термінах простору станів [2, 3]:

$$\mathbf{x}'(t)=\mathbf{F}(t)\mathbf{x}(t)+\mathbf{G}(t)\mathbf{a}(t); \tag{2}$$

де $\mathbf{x}(t)=[x_1(t), x_2(t)]^T$ - вектор стану, компонентами якого є значення кута місця $\beta(t)$ та швидкості його зміни $\beta'(t)$; $a(t)$ - випадкове прискорення за кутом місця; $\mathbf{F}(t),\mathbf{G}(t)$ - системні матриці. Оскільки кутові дані від навігаційного обладнання оновлюються дискретно, то рівняння (2) слід привести до різницевого

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k+1,k)\mathbf{x}(k)+\mathbf{B}(k+1,k)\mathbf{w}(k), \qquad 3)$$

де $\mathbf{A}(k+1,k) = \exp[\int\limits_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{F}(t)\mathrm{d}t]=\exp(\mathbf{F}\,\mathrm{T})$; $\mathbf{w}(k)=\int\limits_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{A}(t_{k+1},t)\mathbf{G}(t)\mathrm{a}(t)\mathrm{d}t$ – дискретний білий шум збурень. З огляду на роботи [4], неважко показати, що в якості перехідної матриці системи доцільно використати

$$\mathbf{A}(k+1,k)=\begin{bmatrix} 1 & \mathrm{T} & \tau_k\left[1+\mathrm{T}/\tau_k+\exp(-\mathrm{T}/\tau_k)\right] \\ 0 & 1 & \tau_k\left[1-\exp(-\mathrm{T}/\tau_k)\right] \\ 0 & 0 & \left[\exp(-\mathrm{T}/\tau_k)\right] \end{bmatrix} \qquad \mathbf{Q}(k)=2\frac{\sigma_{\text{КМ}}^2}{\tau_K}\begin{bmatrix} \mathrm{T}^5/20 & \mathrm{T}^4/8 & \mathrm{T}^3/6 \\ \mathrm{T}^4/8 & \mathrm{T}^3/3 & \mathrm{T}^2/2 \\ \mathrm{T}^3/6 & \mathrm{T}^2/2 & T \end{bmatrix}$$

де $\mathbf{Q}(k)$ – кореляційна матриця шумів збурень; $\sigma^2_{\text{КМ}}$ – дисперсія випадкового маневру по куту місця; $\tau_\text{к}$ – інтервал кореляції випадкових прискорень. За заданого інтервалу дискретизації Т (Т << 1), кореляційна матриця шумів збурень може бути суттєво спрощена. При $T/\tau_k \to \infty$, що відповідає випадку відсутності корельованих прискорень, перехідна матриця $\mathbf{A}(k+1,k)$ описує рух з постійною швидкістю. При $T/\tau_k \to 0$, розвинення експоненти у степеневий ряд з утриманням перших трьох членів, дає можливість описувати рівноприскорений рух без збурень. Результат моделювання визначеної траєкторії у декартовій системі координат представлений на рис.2.

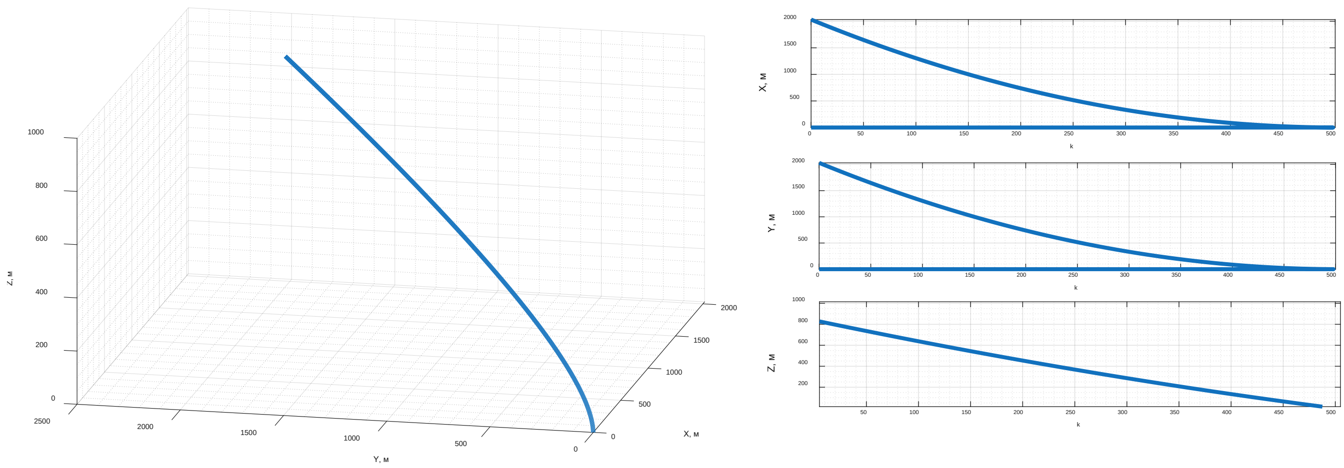

Рис. 2. Модель запропонованої посадкової траєкторії в середовищі Matlab

Висновки

Побудова математичної моделі руху автономного безпілотного літального апарата літакового типу, що адекватно відтворює динаміку процесу, виступає центральною задачею теорії оптимізації алгоритмів автоматизованої посадки і являє собою актуальну проблему сьогодення. Використання емпіричних даних, в представленому досліджені, дозволило обґрунтувати і запропонувати математичну модель руху БПЛА літакового типу на етапі посадкового маневру. Адекватність запропонованого алгоритму перевірна шляхом моделювання в середовище Matlab.

Запропонована модель створює підґрунтя для проведення досліджень в області формування оптимальних алгоритмів автономної посадки аеродинамічних об’єктів різних категорій, у тому числі і БПЛА літакового типу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Кичак В.М. Методи та пристрої обробки радіосигналів бортових авіаційних систем посадки / В.М. Кичак, Ю.М. Воловик, А.Ю.Воловик.– Вінниця: ВНТУ, 2011. – 208. с.
2. Gopal M. Modern Control System Theory. New Age International Publishers, 2014. 572p.
3. Zabczyk J. Mathematical Control Theory: An Introduction. Birkhäuser 2nd ed edition, 2020. 362 p.
4. Anderson J. D. Fundamentals of Aerodynamics. McGraw-Hill Education, 2010. 1106 p.

Воловик Андрій Юрійович – доктор технічних наук, професор кафедри інформаційних радіоелектронних технологій і систем, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail:voland@vntu.edu.ua.

Харжевський Олександр Олегович– студент групи РТ-23б, факультет інформаційних електронних систем, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: sasaharzevskij@gmail.com

Volovyk Andrii U.– Dr. Sc. (Eng.), Professor of Radio engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: voland@vntu.edu.ua.

Kharzhevskyi Oleksandr O. – student of group RT-23b, Department of Information Radioelectronic Technologies and Systems, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: sasaharzevskij@gmail.com.