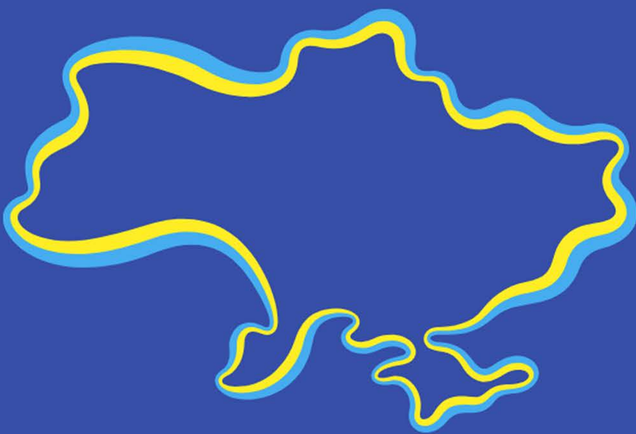
Наукові перспективи
Видавнича група

НАУКА і ТЕХНІКА СЬОГОДНІ

№ 3 (57)
2026

З Україною
в серці!



Видавнича група «Наукові перспективи»

Всеукраїнська Асамблея докторів наук із державного управління

«Наука і техніка сьогодні»

Випуск № 3(57) 2026

Київ – 2026

Publishing Group «Scientific Perspectives»

Ukrainian Assembly of Doctors of Sciences in Public Administration

"Science and technology today"

Issue № 3(57) 2026

Kyiv – 2026

ISSN 2786-6025 Online

УДК 001.32:1 /3](477)(02)

R40-05553

DOI: **https://doi.org/10.52058/2786-6025-2026-3(57)**

«Наука і техніка сьогодні» (Серія «Педагогіка», Серія «Право», Серія «Економіка», Серія «Фізико-математичні науки», Серія «Техніка»)»: журнал. 2026. № 3(57) 2026. С. 3273

Згідно наказу Міністерства освіти і науки України від 07.04.2022 № 320 журналу присвоєно категорію "Б" із економіки та педагогіки (спеціальності – 015 - Педагогічні науки; 076 - Економічні науки)

Згідно наказу Міністерства освіти і науки України від 06.06.2022 № 530 журналу присвоєно категорію "Б" із права (спеціальність – 081 Юридичні науки)

Згідно наказу Міністерства освіти і науки України від 10.10.2022 № 894 журналу присвоєно категорію "Б" із техніки (спеціальність - 122 Комп'ютерні науки)

Журнал видається за підтримки Міждержавної гільдії інженерів консультантів, Інституту філософії та соціології Національної Академії Наук Азербайджану (Баку, Азербайджан), громадської організації «Християнська академія педагогічних наук України» та громадської організації «Всеукраїнська асоціація педагогів і психологів з духовно-морального виховання»

Рекомендовано до видавництва Президією Всеукраїнської Асамблеї докторів наук з державного управління (Рішення від 24.03.2026, № 9/3-26)

Журнал включено до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus (IC), міжнародної пошукової системи Google Scholar та до міжнародної наукометричної бази даних Research Bible

Згідно Порядку формування Переліку наукових фахових видань України, затвердженого наказом МОН України від 15.01.2018 № 32, повнотекстовий доступ до наукових статей журналу представлений на платформі «Наукова періодика України» в Національній бібліотеці України імені В.І. Вернадського НАН України та в Національному репозитарії академічних текстів

ISSN 2786-6025 Online
Кирильчук М.Л., Белзецький Р.С. **2460**
МОБІЛЬНА ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА «BEEPLANNER» ДЛЯ АВТОМАТИЗОВАНОГО КЕРУВАННЯ ТА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ У БДЖІЛЬНИЦТВІ

Кобус О.С. **2475**
ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ СТІЙКИХ МОДЕЛЕЙ ПЕРЕДАВАННЯ ДАНИХ У СКЛАДНИХ БАГАТОРІВНЕВИХ КОМУНІКАЦІЙНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Ковалевич Р.В., Колпіков А.С., Устенко С.А. **2488**
МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ПОВЕДІНКОВО-ІДЕНТИФІКАЦІЙНОГО АНАЛІЗУ ЛЮДИНИ В ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМАХ ВІДЕОСПОСТЕРЕЖЕННЯ

Ковальський С.С., Коваль В.С., Панчак Д.В. **2502**
МЕТОДИ FEW-SHOT LEARNING ТА TRANSFER LEARNING ДЕФЕКТУВАННЯ ДЕРЕВ'ЯНИХ ВИРОБІВ В УМОВАХ ОБМЕЖЕНОЇ КІЛЬКОСТІ ДАНИХ

Колесник О.Б., Тітов С.В., Тітова О.В., Чорна О.С. **2518**
МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ФУНКЦІОНАЛЬНОГО УРАЖЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ РТЗ ПРИ ВИКОРИСТАННІ БАГАТОЧАСТОТНИХ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ СИГНАЛІВ ПЛОСКОЇ ФАР

Коповський С.М. **2533**
ЗАСТОСУВАННЯ ГЕНЕРАТИВНОГО ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ У ФОРМУВАННІ ТЕСТОВОЇ ДОКУМЕНТАЦІЇ

Котляревський О.В. **2541**
ІНТЕГРАЦІЯ ВІЙСЬКОВОЇ ТА БУДІВЕЛЬНОЇ ЛОГІСТИКИ В УКРАЇНІ ЯК ЧИННИК ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ОБОРОННОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ

Крилик Л.В. **2550**
ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ В НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧАХ

ISSN 2786-6025 Online
Крилик Л.В., Павлуш Є.П. **2560**
РОЗРОБКА WEBРЕСУРСУ ОБЛІКУ ВІДВІДУВАННЯ ЗАНЯТЬ СТУДЕНТАМИ

Кудрявський Дмитро А., Колесник Л.В., Колесник .Б. **2573**
АДАПТИВНА ГІБРИДНА МОДЕЛЬ РЕКОМЕНДАЦІЙ КРУЇЗНИХ ТУРІВ З ДИНАМІЧНИМ БАЛАНСУВАННЯМ ВАГОВИХ КОЕФІЦІЄНТІВ

Ліп'яніна-Гончаренко Х.В., Комар М.П., Биковий П.Є., Юрків Х.В., Гончарено О.О. **2586**
МЕТРИКИ ВІДПОВІДАЛЬНОГО ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ ДЛЯ ПРИКЛАДНИХ СИСТЕМ

Лобачев М.В., Шутов С.І. **2605**
МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ПІДТРИМКИ УПРАВЛІННЯ РИЗИКАМИ ІТ-ПРОЄКТІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЙ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Любарський С.В. **2619**
ЕВОЛЮЦІЯ ПІДХОДІВ ДО ЖИТТЄВОГО ЦИКЛУ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ В УМОВАХ ЦИФРОВОЇ ТРАНСФОРМАЦІЇ

Люшенко А.М. **2637**
СИСТЕМНО-РІВНЕВА МЕТОДОЛОГІЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ АРХІТЕКТУРНИХ ВУЗЬКИХ МІСЦЬ У МОБІЛЬНИХ ПЛАТФОРМАХ

Малашонок Г.І., Сухарський С.С. **2647**
ТРИДІАГОНАЛІЗАЦІЯ СТРІЧКОВИХ СИМЕТРИЧНИХ МАТРИЦЬ

Мних А.С., Гончаренко І.С., Тищенко Д.О., Франчук Т.М. **2664**
ВИКОРИСТАННЯ МІКРОІНТЕРАКЦІЙ У СУЧАСНОМУ ВЕБ-ДИЗАЙНІ ДЛЯ ПОКРАЩЕННЯ КОРИСТУВАЦЬКОГО ДОСВІДУ

Мудрий І.В. **2675**
МОНІТОРИНГ МЕРЕЖЕВОГО ТРАФІКУ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МЕТОДІВ МАШИННОГО НАВЧАННЯ

№ 3(57) 2026
НАУКА і ТЕХНІКА СЬОГОДНІ
ISSN 2786-6025 Online
УДК 004.94

https://doi.org/10.52058/2786-6025-2026-3(57)-2550-2559

Крилик Людмила Вікторівна кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, https://orcid.org/0000-0001-6642-754X

ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ В НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧАХ

Анотація. У статті подана порівняльна характеристика класичних чисельних методів обчислення нелінійних рівнянь з однією змінною, а саме метода половинного ділення, метода хорд та метода Ньютона, а також їх практична реалізація. Вибір методу для обчислення коренів нелінійного рівняння залежить від конкретних умов задачі та потреб точності. Спільним в обчисленні нелінійних рівнянь за цими методами є те, що на першому кроці обчислень виконується перевірка на визначеність функції на відрізку. В цьому разі відрізку належить тільки один простий корінь і виконується умова визначеності функції. Доведено, що метод половинного ділення доцільно застосовувати для грубого визначення коренів нелінійного рівняння і за умови збільшення точності значно зростає обсяг обчислювальної роботи. Особливим в застосуванні метода хорд є те, що для обчислення нелінійного рівняння за цим методом потрібно визначити нерухомий кінець кривої функції і для обчислення кореня застосувати відповідний математичний апарат. Крім того, функція має бути двічі диференційована. Метод Ньютона ефективний при жорстких обмеженнях на характер функції, а саме, функція має бути двічі диференційована, перша похідна функції не дорівнює нулю, а також перша та друга похідні функції зберігають постійні знаки. Попередньо корені нелінійного рівняння були визначені за допомогою системи комп'ютерної алгебри Maple V R4, а для відокремлення коренів застосовано чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь, які дозволяють визначити один корінь на заданому відрізку. Для програмних реалізацій обчислення нелінійного рівняння методами половинного ділення, хорд та Ньютона застосовано середовище програмування Visual Studio Code.

Розв'язування одного нелінійного рівняння методом половинного ділення, методом хорд та методом Ньютона сприяло порівнянню швидкості збіжності. Застосування програмних середовищ і систем комп'ютерної алгебри в обчисленні нелінійної задачі забезпечило збільшенню ефективності практичного застосування чисельних методів.

Ключові слова: чисельні методи, нелінійні задачі, нелінійне рівняння, метод половинного ділення, метод хорд, метод Ньютона.

Krylik Lyudmila Viktorivna Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department for Computer Science, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, https://orcid.org/0000-0001-6642-754X

FEATURES OF THE APPLICATION OF NUMERICAL METHODS IN NONLINEAR PROBLEMS

Abstract. The article presents a comparative characteristic of classical numerical methods for calculating nonlinear equations with one variable, namely the half-division method, the chord method, and Newton's method, as well as their practical implementation. The choice of method for calculating the roots of a nonlinear equation depends on the specific conditions of the problem and the accuracy requirements.

The common feature of calculating nonlinear equations using these methods is that in the first step of the calculations, a check is performed for the definiteness of the function on the segment. In this case, the segment has only one simple root and the condition for the function to be definite is satisfied. It has been proven that the method of half division is advisable to use for rough determination of the roots of a nonlinear equation and, provided that the accuracy is increased, the amount of computational work increases significantly. What is special about using the chord method is that to calculate a nonlinear equation using this method, it is necessary to determine the fixed end of the function curve and to use the appropriate mathematical apparatus to calculate the root.

In addition, the function must be twice differentiated. Newton's method is effective under strict constraints on the nature of the function, namely, the function must be twice differentiated, the first derivative of the function is not zero, and the first and second derivatives of the function retain constant signs. Previously, the roots of the nonlinear equation were determined using the Maple V R4 computer algebra system, and to separate the roots, numerical methods for solving nonlinear equations were used, which allow determining one root on a given segment. For software implementations of calculating a nonlinear equation using the half-division, chord, and Newton methods, the Visual Studio Code programming environment was used. Solving a single nonlinear equation by the division-by-half method, the chord method, and Newton's method helped to compare the speed of convergence. The use of computer algebra software environments and systems in the calculation of nonlinear problems has increased the efficiency of the practical application of numerical methods.

Keywords: numerical methods, nonlinear problems, nonlinear equation, half-division method, chord method, Newton's method.

Постановка проблеми. До методів розв’язання нелінійних рівнянь та систем нелінійних рівнянь зводиться багато практичних задач, наприклад, розрахунки нелінійних електричних кіл та систем керування, розв’язання нелінійних диференціальних рівнянь, аналіз стійкості систем шляхом оцінення їх власних значень тощо.

Якщо для найпростіших видів алгебраїчних рівнянь (не вище третього степеня) існують точні аналітичні формули, то для трансцендентних рівнянь і будь-яких систем рівнянь таких методів взагалі не існує і потрібно користуватися тільки наближеними ітераційними методами та алгоритмами.

Крім того, якщо закони функціонування моделі нелінійні, а система або процес, які моделюються, мають один ступінь свободи (тобто мають одну незалежну змінну), то така модель, як правило, описується одним нелінійним рівнянням.

Потреба відшукання коренів нелінійних рівнянь зустрічається в розрахунках систем автоматичного управління і регулювання, власних коливань машин і конструкцій, в задачах кінематичного аналізу та синтезу, плоских і просторових механізмів та інших завданнях. Однак точне рішення рівняння не завжди є необхідним [1–5].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Завдання відшукання коренів нелінійного рівняння можна вважати практично вирішеним, якщо виконавець зуміє знайти корені рівняння із заданим ступенем точності. Для цього використовуються наближені (чисельні) методи розв’язання нелінійних рівнянь, а саме, метод половинного ділення, метод хорд, метод дотичних і його модифікація – метод січних тощо.

Більшість застосовуваних наближених методів обчислення нелінійних рівнянь є, по суті, способами уточнення коренів. Для їх застосування потрібно знати інтервал ізоляції $[a, b]$, в якому лежить уточнюваний корінь рівняння і застосувати відповідний математичний апарат. Ефективність застосування чисельних методів в обчисленні нелінійних задач суттєво збільшується під час застосування програмних середовищ, а також систем комп'ютерної алгебри, наприклад, Maple, Mathcad, Mathematica [1–7].

Метою статті є практичне застосування чисельних методів в нелінійних задачах з однією змінною**.**

Виклад основного матеріалу. Застосуємо метод половинного ділення, метод хибного положення (хорд), метод Ньютона (дотичних) для обчислення кореня нелінійного рівняння

№ 3(57) 2026
НАУКА і ТЕХНІКА СЬОГОДНІ
ISSN 2786-6025 Online

$x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$ на проміжку $[2,5;\, 4]$ з точністю $\varepsilon = 0,001$.

Спільним в обчисленні нелінійних рівнянь для цих методів є те, що спочатку потрібно переконатись в тому, що функція визначена на відрізку $[a;b]$, тобто на кінцях відрізку функція $f(x)$ має протилежні знаки. В цьому разі відрізку належить тільки один простий корінь x_* і виконується умова $f(a)\cdot f(b) < 0$.

Спочатку визначимо корені нелінійного рівняння за допомогою функції *solve(f(x), x)* в середовищі Maple V R4 (рис. 1) [6, 7].

```
> restart;f:=x^3-x^2-9*x+9.;
```

$$f := x^3 - x^2 - 9\,x + 9.$$

```
> solve(f=0,x);
```

$$1.,\ -3.,\ 3.$$

Рис. 1. Результат обчислення нелінійного рівняння в середовищі Maple V R4

Нелінійне рівняння має багато коренів, застосуємо чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь, які дозволяють визначити один корінь на заданому відрізку $[a,b]$ шляхом відокремлення коренів.

Метод половинного ділення застосовують для грубого визначення коренів нелінійного рівняння. Потрібно зауважити, що при збільшенні точності значно зростає обсяг обчислювальної роботи.

Наприклад, потрібно обчислити нелінійне рівняння вигляду:

$$f(x) = 0, \qquad (1)$$

де функція $f(x)$ неперервна на відрізку $[a,b]$ і визначена $f(a)\,f(b) < 0$.

Для обчислення кореня рівняння (1), який належить відрізку $[a,b]$, ділимо відрізок навпіл. Якщо $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) = 0$, то $\xi = \dfrac{a+b}{2}$ є коренем рівняння. Якщо $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) \neq 0$, то вибираємо ту із половин $\left[a, \dfrac{a+b}{2}\right]$ або $\left[\dfrac{a+b}{2}, b\right]$, на кінцях якої функція $f(x)$ має протилежні знаки. Новий звужений відрізок $[a_1, b_1]$ знову ділимо навпіл і проводимо ті ж дії. У результаті отримуємо на деякому етапі або точний корінь рівняння (1) або ж нескінченну послідовність вкладених один в одного відрізків $[a_1,b_1]$, $[a_2,b_2]$, …, $[a_n,b_n]$, …

№ 3(57) 2026
НАУКА І ТЕХНІКА СЬОГОДНІ
ISSN 2786-6025 Online

Процес обчислення завершується, тоді, коли довжина наступного інтервалу невизначеності стане менше заданої величини ε, що відповідає заданій точності визначення кореня $|b_k - a_k| < \varepsilon$. Як наближене значення кореня береться середина останнього інтервалу невизначеності. Метод половинного ділення легко програмно реалізується.

Для програмних реалізацій обчислення нелінійного рівняння методами половинного ділення, хорд та Ньютона застосовано середовище програмування Visual Studio Code.

Фрагмент програмної реалізації обчислення нелінійного рівняння методом половинного ділення:

```
scope = [a, b]
compression = 1
x = 1
while compression > e:
result_of_dividing = sum(scope) / 2
if (f(scope[0]) > 0 and
f(result_of_dividing) < 0) or (
f(scope[0]) < 0 and
f(result_of_dividing) > 0
):
new_scope = [scope[0],
result_of_dividing]
elif (f(scope[1]) > 0 and
f(result_of_dividing) < 0) or (
f(scope[1]) < 0 and
f(result_of_dividing) > 0
):
new_scope = [result_of_dividing,
scope[1]]
compression = abs(scope[0] - scope[1])
scope = new_scope
print("x%i =" % x, result_of_dividing)
if compression > e:
print("Δ%i =" % x, compression, ">
E")
else:
print("Δ%i =" % x, compression, "<
E")
print("Відповідь: x%i =" % (x + 1),
result_of_dividing)
x += 1
print("=" * 100)
print(
"Метод половинного ділення
дозволяє знайти корінь нелінійного
рівняння шляхом послідовного
звуження інтервалу, де функція
змінює знак."
)
```

На рис. 2 подано результат виконання програми обчислення нелінійного рівняння методом половинного ділення.

ISSN 2786-6025 Online

```
Функція визначена на всьому відрізку
x1 = 3.25
Δ1 = 1.5 > E
x2 = 2.875
Δ2 = 0.75 > E
x3 = 3.0625
Δ3 = 0.375 > E
x4 = 2.96875
Δ4 = 0.1875 > E
x5 = 3.015625
Δ5 = 0.09375 > E
x6 = 2.9921875
Δ6 = 0.046875 > E
x7 = 3.00390625
Δ7 = 0.0234375 > E
x8 = 2.998046875
Δ8 = 0.01171875 > E
x9 = 3.0009765625
Δ9 = 0.005859375 > E
x10 = 2.99951171875
Δ10 = 0.0029296875 > E
x11 = 3.000244140625
Δ11 = 0.00146484375 > E
x12 = 2.9998779296875
Δ12 = 0.000732421875 < E
Відповідь: x13 = 2.9998779296875
==========================================================================================
Метод половинного ділення дозволяє знайти корінь нелінійного рівняння шляхом послідовного звуження інтервалу, де функція змінює знак.
Процес триває доти, доки довжина інтервалу не стане менше заданої точності.
==========================================================================================
```

Рис. 2. Результат виконання програми обчислення нелінійного рівняння методом половинного ділення

Отже, $x = 2{,}99988 \approx 3{,}0$. Кількість кроків для визначення кореня із заданою точністю – 13.

Метод хорд забезпечує більш швидке визначення кореня нелінійного рівняння ніж метод половинного ділення. Для цього відрізок $[a;b]$ ділиться не навпіл, а у відношенні $|f(a)|:|f(b)|$.

Геометрично метод хорд еквівалентний заміні кривої $y = f(x)$ хордою, яка проходить через точки $(a, f(a))$ та $(b, f(b))$. Для того, щоб провести обчислення нелінійного рівняння за цим методом потрібно визначити нерухомий кінець кривої $y = f(x)$.

Для виявлення нерухомого кінця використовується умова $f''(x) \cdot f(t) > 0$, де $t = a$ або $t = b$.

Якщо нерухомий кінець a, застосовується формула:

$$x_{(0)} = b,\ x_{(k+1)} = x_{(k)} - \frac{f(x_{(k)})}{f\left(x_{(k)}\right) - f(a)}\left(x_{(k)} - a\right),\ k = 0,1,\ldots, \qquad (2)$$

а якщо кінець b – формула (3):

$$x_{(0)} = a,\ x_{(k+1)} = x_{(k)} - \frac{f(x_{(k)})}{f\left(b\right) - f(x_{(k)})}\left(b - x_{(k)}\right),\ k = 0,1,\ldots, \qquad (3)$$

Фрагмент програмної реалізації обчислення нелінійного рівняння методом хорд:

№ 3(57) 2026
Наука і Техніка сьогодні
ISSN 2786-6025 Online

```
# визначаємо нерухомий кінець
if f(a) * ddf(a) > 0:
fixed = a
x = b
print("Нерухомий кінець: a =", a)
# x_(k+1) = x_k - f(x_k)/(f(x_k) - f(a)) * (x_k - a)
formula_type = 1
elif f(b) * ddf(b) > 0:
fixed = b
x = a
print("Нерухомий кінець: b =", b)
# x_(k+1) = x_k - f(x_k)/(f(b) - f(x_k)) * (b - x_k)
formula_type = 2
else:
print("Неможливо визначити нерухомий кінець")
return None
k = 0
print(f"x{0} = {x}")
while k < max_iter:
if formula_type == 1:
# якщо нерухомий кінець a
x_new = x - f(x) * (x - fixed) / (f(x) - f(fixed))
else:
# якщо нерухомий кінець b
x_new = x - f(x) * (fixed - x) / (f(fixed) - f(x))
delta = abs(x_new - x)
print(f"|x{k+1} - x{k}| = {delta:.6f} {'<=' if delta <= e else '>'} e")
print(f"x{k+1} = {x_new:.6f}")
if delta <= e:
print(f"Відповідь: x{k+1} = {x_new:.6f}")
break
x = x_new
k += 1
print("=" * 100)
print(
"Метод хорд забезпечує більш швидке визначення кореня нелінійного рівняння ніж метод половинного ділення."
)
```

На рис. 3 подано результат виконання програми обчислення нелінійного рівняння методом хорд.

```
Функція визначена на всьому відрізку
Нерухомий кінець: b = 4
x0 = 2.5
|x1 - x0| = 0.246269  >  e
x1 = 2.746269
|x2 - x1| = 0.135568  >  e
x2 = 2.881837
|x3 - x2| = 0.065558  >  e
x3 = 2.947394
|x4 - x3| = 0.029678  >  e
x4 = 2.977073
|x5 - x4| = 0.013029  >  e
x5 = 2.990102
|x6 - x5| = 0.005643  >  e
x6 = 2.995745
|x7 - x6| = 0.002429  >  e
x7 = 2.998174
|x8 - x7| = 0.001043  >  e
x8 = 2.999217
|x9 - x8| = 0.000447  <=  e
x9 = 2.999664
Відповідь: x9 = 2.999664
====================================================================================================
Метод хорд забезпечує більш швидке визначення кореня нелінійного рівняння ніж метод половинного ділення.
Для цього відрізок [a; b] ділиться не навпіл, а у відношенні |f(a)|:|f(b)|.
====================================================================================================
```

Рис. 3. Результат виконання програми обчислення нелінійного рівняння методом хорд

№ 3(57) 2026
Наука і техніка сьогодні
ISSN 2786-6025 Online

Отже, $x = 2,99966 \approx 3,0$. Кількість кроків для визначення кореня із заданою точністю – 9. Метод Ньютона характеризується квадратичною збіжністю і допускає різні модифікації, пристосованих для розв'язування векторних задач і сіткових рівнянь. Проте метод Ньютона ефективний при жорстких обмеженнях на характер функції $f(x)$:

1) існування другої похідної функції $f(x)$ на множині $G = \{a \le x \le b\}$;

2) відповідність першої похідної умові $f'(x) \ne 0$ для всіх $x \in G$;

3) постійність знаків $f'(x)$, $f''(x)$ для всіх $x \in G$.

Для обчислення нелінійного рівняння потрібно переконатись в тому, що функція визначена і виконуються вище наведені обмеження, задати початкове наближення $x^{(0)}$ так, щоб виконувалась нерівність $f(x^{(0)}) \cdot f''(x^{(0)}) > 0$, а також точність обчислення ε. Прийняти $k = 0$ і обчислити $x^{(k+1)}$ за формулою:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})},\ k = 0,1,2,... \tag{4}$$

Якщо $\left|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right| \le \varepsilon$, процес завершити і покласти $x_* \cong x^{(k+1)}$.

Якщо $\left|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right| > \varepsilon$, покласти $k = k+1$ і продовжити обчислення за формулою (4).

Фрагмент програмної реалізації обчислення нелінійного рівняння методом Ньютона:

```
# вибір початкового наближення
if f(a) * ddf(a) > 0:
x = a
print("Початкове наближення x0 =", a)
elif f(b) * ddf(b) > 0:
x = b
print("Початкове наближення x0 =", b)
else:
print("Неможливо вибрати початкове
наближення")
return None
k = 0
while k < max_iter:
if df(x) == 0:
print("Похідна = 0. Метод зупинено.")
print("x%i =" % k, x_new)
if delta <= e:
x = x_new
break
x = x_ne
print("Відповідь: x%i =" % k, x)
print("=" * 100)
print(
"Метод дотичних (Ньютона) дає змогу
швидко знайти корінь рівняння за умови
вдалого початкового наближення та
виконання вимог щодо знаків функції та її
похідних."
)
```

На рис. 4 подано результат виконання програми обчислення нелінійного рівняння методом Ньютона.

ISSN 2786-6025 Online

```
Функція визначена на всьому відрізку
Початкове наближення x0 = 4
|x1 - x0| = 0.677419  >  e
x1 = 3.3225806451612905
|x2 - x1| = 0.271097  >  e
x2 = 3.051483809494537
|x3 - x2| = 0.049810  >  e
x3 = 3.0016737920558385
|x4 - x3| = 0.001672  >  e
x4 = 3.000001864339447
|x5 - x4| = 0.000002  <  e
x5 = 3.0000000000023173
Відповідь: x5 = 3.0000000000023173
====================================================================================================
Метод дотичних (Ньютона) дає змогу швидко знайти корінь рівняння за умови вдалого початкового наближення та виконання вимог щодо знаків функції
 та її похідних.
Його часто поєднують з методом половинного ділення для надійнішого потрапляння в зону збіжності.
====================================================================================================
```

Рис. 4. Результат виконання програми обчислення нелінійного рівняння методом Ньютона

Отже, $x = 3,0$. Кількість кроків для визначення кореня із заданою точністю – 5.

З проведених обчислень можна зробити висновок, що швидку збіжність забезпечує метод Ньютона.

Висновки. Необхідність визначення коренів нелінійних рівнянь зустрічається в різних сферах промислової індустрії. Однак, якщо рівняння алгебраїчне або трансцендентне достатньо складне, то його корені досить складно визначити точно. Крім того, в деяких випадках рівняння містить коефіцієнти, які відомі лише наближено і тому задача про точне визначення коренів рівняння втрачає сенс. В цьому разі, важливе значення набувають способи наближеного визначення коренів нелінійного рівняння та оцінювання степені їх точності. Вибір методу для обчислення коренів нелінійного рівняння залежить від конкретних умов задачі та потреб точності. Розв’язування одного нелінійного рівняння різними чисельними методами сприяє порівнянню швидкості збіжності. Застосування програмних середовищ і систем комп’ютерної алгебри в обчисленні нелінійних задач сприяє збільшенню ефективності практичного застосування чисельних методів.

Література:

1. Методи та алгоритми комп’ютерних обчислень. Теорія і практика: підручник / Р.Н. Квєтний, Я.В. Іванчук, І.В. Богач, О.Ю. Софина, М.В. Барабан. – Вінниця : ВНТУ, 2023. – 280 с.

2. Кутнів М.В. Чисельні методи : підручник / М.В. Кутнів, Я.В. Пізюр. – Львів : Растр-7, 2024. – 277 с.

3. Білущак Г.І. Аналітичні та чисельні методи дослідження. Статистичні методи аналізу даних : навч. посіб. : для здобувачів вищ. освіти / Г.І. Білущак. – Львів : Растр-7, 2024. – 315 с.

4. Чисельні методи розв’язання технічних задач: підручник / Н.С. Ремез, В.Б. Кисельов, А.О. Дичко, Ю.Ю. Мінаєв. – Одеса : Видавничий дім «Гельветика», 2022. – 186 с.

ISSN 2786-6025 Online
5. Kucera V. Numerical Methods for Nonlinear Equations / V. Kucera. – Prague, 2022. – P. 67.

6. Возняк О.М. Використання середовища Maple для розв'язування задач квантової механіки: навч. посіб. / О.М. Возняк, В.В. Прокопів, Л.І. Никируй. – Івано-Франківськ : Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, 2017. – 156 с.

7. Maple Calculator: Math Solver [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.maplesoft.companion&hl=uk&pli=1.

References:

1. Kvietnyi, R.N., Ivanchuk, Ya.V., Bohach, I.V., Sofyna, O.Yu., & Baraban, M.V. (2023). *Metody ta alhorytmy kompiuternykh obchyslen. Teoriia i praktyka [Methods and algorithms of computer calculations. Theory and practice]*. Vinnytsia : VNTU [in Ukrainian].

2. Kutniv, M.V., & Piziur, Ya.V. (2024). *Chyselni metody [Numerical methods]*. Lviv : Rastr-7 [in Ukrainian].

3. Bilushchak, H.I. (2024). *Analitychni ta chyselni metody doslidzhennia. Statystychni metody analizu danykh [Analytical and numerical research methods. Statistical methods of data analysis]*. Lviv : Rastr-7 [in Ukrainian].

4. Remez, N.S., Kyselov, V.B., Dychko, A.O., & Minaiev Yu.Yu. (2022). *Chyselni metody rozviazannia tekhnichnykh zadach [Numerical methods for solving technical problems]*. Odesa : Vydavnychyi dim «Helvetyka» [in Ukrainian].

5. Kucera, V. (2022) Numerical Methods for Nonlinear Equations. Prague.

6. Vozniak, O.M., Prokopiv, V.V., & Nykyrui, L.I. (2017). *Vykorystannia seredovyshcha Maple dlia rozviazuvannia zadach kvantovoi mekhaniky [Using the Maple environment to solve quantum mechanics problems]*. Ivano-Frankivsk : Prykarpatskyi natsionalnyi universytet imeni Vasylia Stefanyka [in Ukrainian].

7. Maple Calculator: Math Solver [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.maplesoft.companion&hl=uk&pli=1.

Дата першого надходження статті до видання: 02.03.2026
Дата прийняття статті до друку після рецензування: 18.03.2026