



Наукові перспективи
Видавнича група

№ 4 (58)

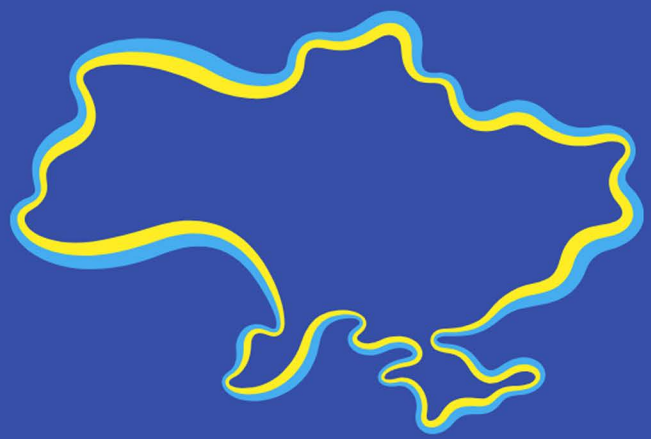
2026

ІТ НАУКА ТЕХНІКА

СЬОГОДНІ



З Україною
в серці!



Видавнича група «Наукові перспективи»

Всеукраїнська Асамблея докторів наук із державного управління

«Наука і техніка сьогодні»

Випуск № 4(58) 2026

Київ – 2026

Publishing Group «Scientific Perspectives»

Ukrainian Assembly of Doctors of Sciences in Public Administration

"Science and technology today"

Issue № 4(58) 2026

Kyiv – 2026

ISSN 2786-6025 Online

УДК 001.32:1 /3](477)(02)

R40-05553

DOI:  Crossref
we use DOIs

[https://doi.org/10.52058/2786-6025-2026-4\(58\)](https://doi.org/10.52058/2786-6025-2026-4(58))

**«Наука і техніка сьогодні» (Серія «Педагогіка», Серія «Право»,
Серія «Економіка», Серія «Фізико-математичні науки», Серія «Техніка»):
журнал. 2026. № 4(58) 2026. С. 5059**



*Згідно наказу Міністерства освіти і науки України від 07.04.2022 № 320
журналу присвоєно категорію "Б" із економіки та педагогіки
(спеціальності – 015 - Педагогічні науки; 076 - Економічні науки)*

*Згідно наказу Міністерства освіти і науки України від 06.06.2022 № 530 журналу
присвоєно категорію "Б" із права (спеціальність – 081 Юридичні науки)*

*Згідно наказу Міністерства освіти і науки України від 10.10.2022 № 894 журналу
присвоєно категорію "Б" із техніки (спеціальність - 122 Комп'ютерні науки)*

Журнал видається за підтримки Міждержавної гільдії інженерів консультантів, Інституту філософії та соціології Національної Академії Наук Азербайджану (Баку, Азербайджан), громадської організації «Християнська академія педагогічних наук України» та громадської організації «Всеукраїнська асоціація педагогів і психологів з духовно-морального виховання»

*Рекомендовано до видавництва Президією Всеукраїнської Асамблеї докторів наук з державного управління
(Рішення від 24.04.2026, № 8/4-26)*



Журнал включено до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus (IC), міжнародної пошукової системи Google Scholar та до міжнародної наукометричної бази даних Research Bible

Згідно Порядку формування Переліку наукових фахових видань України, затвердженого наказом МОН України від 15.01.2018 № 32, повнотекстовий доступ до наукових статей журналу представлений на платформі «Наукова періодика України» в Національній бібліотеці України імені В.І. Вернадського НАН України та в Національному репозитарії академічних текстів

Головний редактор:



Коренева Інна Миколаївна - доктор педагогічних наук, професор, декан факультету природничої і фізико-математичної освіти Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка; професор кафедри теорії і методики викладання природничих дисциплін Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка (Україна)

Редакційна колегія:

1. **Біляковська Ольга Орестівна** доктор педагогічних наук, професор, завідувачка кафедри загальної педагогіки та педагогіки вищої школи Львівського національного університету імені Івана Франка (Україна)
2. **Воровка Маргарита Іванівна** – докторка педагогічних наук, професорка, професорка кафедри освітології та педагогіки мистецтва Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького (Україна)

ISSN 2786-6025 Online

Котвицька Н.М., Ракецький А.М., Чмига Д.Ю. 3563
*УДОСКОНАЛЕННЯ УПРАВЛІННЯ БІЗНЕС-ПРОЦЕСАМИ НА
ОСНОВІ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ МОНІТОРИНГУ*

Кравцов С.В. 3575
*НОРМАЛІЗАЦІЯ ГЕТЕРОГЕННОЇ ТЕЛЕМЕТРІЇ ДЛЯ ПОБУДОВИ
МУЛЬТИМОДАЛЬНОГО ВЕКТОРА ОЗНАК У ЗАДАЧАХ ПРОГ-
НОЗУВАННЯ ВІДМОВ РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМ ЗБЕРІГАННЯ
ДАНИХ*

Крамар Т.О., Дуда О.М. 3586
*МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ДАНИМИ ЩОДО КУЛЬТУРНОЇ
СПАДЩИНИ НА ОСНОВІ DATA MESH*

Крамаренко В.В., Старцев О.М. 3602
*ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСТОСУВАННЯ БАТИМЕТРИЧНИХ КАРТ
ЕКНІС ДЛЯ ІНФОРМАЦІЙНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРОВЕДЕ-
ННЯ СУДНА У ПОРТОВИХ ВОДАХ*

Криворучко О.В., Болбот І.М., Кулініч О.М., Шестак Я.І. 3613
*ГРАФОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГЕТЕРОГЕННИХ МЕРЕЖ
ЗАКЛАДІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕСУРСІВ У
ВІРТУАЛІЗОВАНИХ СЕРЕДОВИЩАХ*

Криворучко О.В., Завгородня Є.О., Шестак Я.І., Кулініч О.М. 3624
*МОДЕРНІЗАЦІЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ ЗАКЛА-
ДУ ВИЩОЇ ОСВІТИ НА ОСНОВІ NMS ТА МАГІСТРАЛЬНИХ
ОПТОВОЛОКОННИХ МЕРЕЖ*

Крилик Л.В. 3637
*ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ В
ОБРОБЦІ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ. ІНТЕРПОЛЮ-
ВАННЯ*

Кубрак О.В., Хрущак С.В., Висоцький О.В. 3651
*ВИКОРИСТАННЯ БЛОКЧЕЙН-ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ ЗАБЕЗ-
ПЕЧЕННЯ ЦІЛІСНОСТІ ДАНИХ У ДЕЦЕНТРАЛІЗОВАНИХ
СИСТЕМАХ*

Крилик Людмила Вікторівна кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, <https://orcid.org/0000-0001-6642-754X>

ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ В ОБРОБЦІ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ. ІНТЕРПОЛЮВАННЯ

Анотація. У статті проаналізовано особливості застосування класичних методів інтерполювання для обробки експериментальних даних, а саме, інтерполяційний многочлен Лагранжа, схему Ейткіна, перший та другий інтерполяційні многочлени Ньютона та інтерполяційні формули центральних різниць – це інтерполяційні формули Гаусса, Стірлінга, Бесселя. Встановлено, що вибір конкретного методу суттєво залежить від характеру експериментальних даних, розташування вузлів інтерполяції та вимог до обчислювальної ефективності. Інтерполяційну формулу Лагранжа та схему Ейткіна доцільно застосовувати як для рівновіддалених так і нерівновіддалених вузлів інтерполювання. Крім того, за допомогою інтерполяційної формули Лагранжа можна отримати вираз інтерполяційного многочлена в аналітичному вигляді. В середовищі системи комп'ютерної алгебри Maple V R4 отримано вираз інтерполяційного многочлена в аналітичному вигляді та його графічну інтерпретацію. Для схеми Ейткіна характерна однотипність та циклічність обчислень і її застосовують, коли потрібно обчислити тільки значення функції у заданій точці. Якщо значення аргументу лежить ближче до початку відрізка інтерполювання, для обчислень застосовують перший інтерполяційний многочлен Ньютона. У випадку, коли значення аргументу лежить ближче до кінця відрізка інтерполювання доцільно застосувати другу інтерполяційну формулу Ньютона. Інтерполяційні формули Гаусса є напівфабрикатами для отримання більш симетричних інтерполяційних формул, які використовують всі центральні різниці, це інтерполяційні формули Стірлінга та Бесселя. Крім того, схема розташування вузлів інтерполювання в таблиці кінцевих різниць інтерполяційних формул центральних різниць Гаусса, Стірлінга, Бесселя суттєво відрізняється від схеми розташування вузлів інтерполювання для обчислення значення функції за інтерполяційними формулами Ньютона. Інтерполяційні формули Ньютона та інтерполяційні формули центральних різниць доцільно застосовувати у випадку рівновіддалених вузлів інтерполювання.

Ключові слова: чисельні методи, інтерполювання, інтерполяційний многочлен Лагранжа, схема Ейткіна, інтерполяційні многочлени Ньютона, інтерполяційні формули центральних різниць.

Krylik Lyudmila Viktorivna Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department for Computer Science, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, <https://orcid.org/0000-0001-6642-754X>

FEATURES OF THE APPLICATION OF NUMERICAL METHODS IN EXPERIMENTAL DATA PROCESSING. INTERPOLATION

Abstract. The article analyzes the features of the application of classical interpolation methods for processing experimental data, namely, the Lagrange interpolation polynomial, the Aitkin scheme, the first and second Newton interpolation polynomials and the interpolation formulas of central differences – these are the Gauss, Stirling, Bessel interpolation formulas. It is established that the choice of a specific method significantly depends on the nature of the experimental data, the location of the interpolation nodes and the requirements for computational efficiency. The Lagrange interpolation formula and the Aitkin scheme are appropriate to use for both equidistant and unequally spaced interpolation nodes. In addition, using the Lagrange interpolation formula, it is possible to obtain the expression of the interpolation polynomial in analytical form.

In the environment of the Maple V R4 computer algebra system, the expression of the interpolation polynomial in analytical form and its graphical interpretation were obtained. The Aitkin scheme is characterized by uniformity and cyclicity of calculations and is used when it is necessary to calculate only the value of the function at a given point. If the value of the argument lies closer to the beginning of the interpolation segment, the first Newton interpolation polynomial is used for calculations.

In the case when the value of the argument lies closer to the end of the interpolation segment, it is advisable to use the second Newton interpolation formula. Gaussian interpolation formulas are semi-finished products for obtaining more symmetric interpolation formulas that use all central differences, these are Stirling and Bessel interpolation formulas.

In addition, the arrangement of interpolation nodes in the table of finite differences of the Gaussian, Stirling, Bessel central difference interpolation formulas is significantly different from the arrangement of interpolation nodes for calculating the value of the function using Newton interpolation formulas. Newton's interpolation formulas and central difference interpolation formulas are appropriate to use in the case of equidistant interpolation nodes.

Keywords: numerical methods, interpolation, Lagrange interpolation polynomial, Aitkin scheme, Newton interpolation polynomials, interpolation formulas of central differences.

Постановка проблеми. Сьогодні ключовим етапом побудови математичних моделей є опрацювання даних, зібраних під час активних або пасивних експериментів. Вибір конкретних методів та алгоритмів визначається типом об'єкта, структурою моделі та доступними ресурсами комп'ютера. Основними підходами до такої обробки є інтерполяція, апроксимація та методи статистики [1–10].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Інтерполяція функцій використовується в багатьох галузях науки і техніки, а саме, чисельні методи, обробка сигналів, комп'ютерна графіка тощо. Питання ідентифікації математичних моделей та обробки експериментальних даних широко висвітлені у працях вітчизняних та закордонних учених. Фундаментальні аспекти використання методів інтерполяції та апроксимації закладені в класичних працях з чисельних методів та математичної статистики [1–8].

У сучасних дослідженнях основна увага приділяється автоматизації цих процесів за допомогою систем аналітичних обчислень (таких як MATLAB, Wolfram Mathematica, Maple). Крім того, вибір конкретного методу інтерполювання (лінійної, поліноміальної або сплайн-інтерполяції) дедалі більше залежить від специфіки об'єкта моделювання та вимог до точності відтворення функціональних залежностей у проміжних точках [9, 10].

Метою статті є практичне застосування чисельних методів в обробці експериментальних даних.

Виклад основного матеріалу. У розрахунковій практиці дослідника часто виникають задачі знайти значення функції для аргументів, які відсутні в таблиці експериментальних даних. Такі задачі називаються задачами інтерполювання або екстраполювання. Для проведення яких застосовують інтерполяційний многочлен Лагранжа, схему Ейткіна, перший та другий інтерполяційні многочлени Ньютона. Крім того, з виведеними спеціально для початку і кінця таблиці кінцевих різниць першою і другою інтерполяційними формулами Ньютона є ще декілька формул, розрахованих на їх застосування в центральній частині таблиці кінцевих різниць, тому вони називаються центральними інтерполяційними формулами – це інтерполяційні формули Гаусса, Стірлінга, Бесселя для яких характерна висока точність обчислень [1–5].

Інтерполяційну формулу Лагранжа доцільно застосовувати як для рівновіддалених так і нерівновіддалених вузлів інтерполювання. За допомогою інтерполяційної формули Лагранжа можна отримати вираз інтерполяційного многочлена в аналітичному вигляді, який описує поведінку функції на проміжку інтерполювання:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)} y_i. \quad (1)$$

Розглянемо це детально на прикладі. В результаті проведення натурального експерименту отримано залежності між досліджуваними параметрами у вигляді таблиці, тобто – табличну функцію.

Потрібно побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа n -го степеня для функції f , заданої таблично (табл. 1) та знайти наближене значення функції в точці $x = 1,5$.

Таблиця 1

Вихідні дані

i	0	1	2	3
x_i	1	2	3	4
y_i	13	15	12	20

Степінь многочлена на одиницю менше кількості вузлів (в прикладі 4 вузла), тобто отримаємо многочлен 3-го степеня. Користуючись формулою (1), отримаємо

$$\begin{aligned} L_3(x) &= 13 \frac{(x-2)(x-3)(x-4)}{(1-2)(1-3)(1-4)} + 15 \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{(2-1)(2-3)(2-4)} + \\ &+ 12 \frac{(x-1)(x-2)(x-4)}{(3-1)(3-2)(3-4)} + 20 \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(4-1)(4-2)(4-3)} = \\ &= 2,66667x^3 - 18,5x^2 + 38,83333x - 10, \end{aligned}$$

$$\text{а } f(1,5) = L_3(1,5) = 15,62496.$$

Побудова інтерполяційного многочлена Лагранжа вимагає значної обчислювальної роботи. Її обсяг значно збільшується, коли потрібно підвищити порядок многочлена: якщо для заданої системи вузлів інтерполяції x_i ($i = 0, 1, \dots, n$) додати ще один вузол x_{n+1} , многочлен Лагранжа будують заново для нової системи вузлів x_i ($i = 0, 1, \dots, n+1$).

Проведемо інтерполявання функції в прикладному програмному пакеті Maple. Maple – це програмний пакет для автоматизації символічних та числових обчислень. Його функціональні можливості охоплюють основні розділи математики, такі як лінійна алгебра, диференціальні обчислення, геометрія, статистика та багато інших. Maple – це типова інтегрована система, яка об'єднує в собі потужну мову програмування, редактор для підготовки і редагування документів та програм, сучасний багатовіконний інтерфейс

користувача з можливістю роботи в діалоговому режимі, потужну довідкову систему з великою кількістю прикладів, ядро алгоритмів та правил перетворення математичних виразів, числовий та символний процесори, систему діагностики, бібліотеки вбудованих і додаткових функцій, пакети функцій сторонніх виробників та підтримку інших мов програмування та програм.

Якщо дані деякої залежності $y(x)$ задані векторами X і Y її дискретних значень, то для отримання інтерполяційного степеневого многочлена достатньо записати многочлен для всіх N пар значень $y_i(x_i)$ при $i=1..N$ (або $i=0..N-1$, якщо індекси відліків починаються з нуля). Отримана при цьому система лінійних (відносно коефіцієнтів полінома) рівнянь після розв'язання дає коефіцієнти інтерполюючого полінома. Степінь полінома на 1 менший за N , а значення $y_i(x_i)$, що обчислюються при x_i , збігаються з табличними (вузловими) в межах допустимої похибки. Насправді все це робити непотрібно, оскільки Maple 5 R4 має такий алгоритм реалізації, вбудовану функцію `interp(X,Y,v)` або `Interp(X,Y,v)` в інертній формі.

Змінна v вказує ім'я змінної інтерполяційного полінома. Вектори X та Y мають містити $n+1=N$ координат точок вихідної залежності, де n – степінь інтерполюючого полінома [9, 10]. На рис. 1 показано техніку використання поліноміальної інтерполяції на основі функції `interp` з побудовою графіка вихідних точок і апроксимуючого полінома.

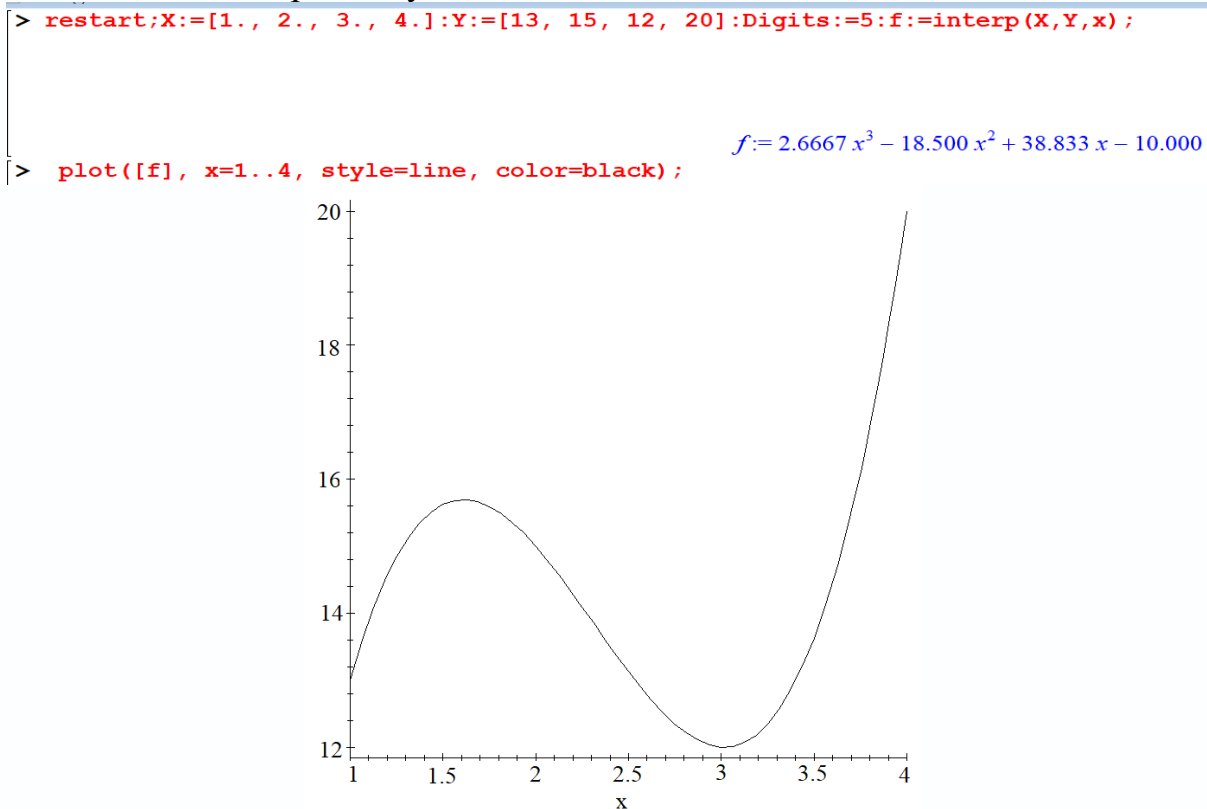


Рис. 1. Поліноміальна інтерполяція функцією `interp`

ISSN 2786-6025 Online

Однак, коли потрібно обчислити тільки значення функції у заданій точці, застосовують схему Ейткіна для якої характерна однотипність та циклічність обчислень. Значення інтерполяційного многочлена степеня n в точці $x \in (x_0, x_n)$, що не збігається з вузлами інтерполювання, можна обчислити за формулою [1–5]:

$$P_{0,1,\dots,n}(x) = \frac{1}{x_n - x_0} \begin{vmatrix} P_{0,1,\dots,n-1}(x) & x_0 - x \\ P_{1,2,\dots,n}(x) & x_n - x \end{vmatrix}, \quad (2)$$

де $P_{0,1,\dots,n-1}(x)$ і $P_{1,2,\dots,n}(x)$ – значення інтерполяційних многочленів $(n-1)$ -го степеня, які обчислені у точці x на попередньому кроці розрахунку.

Розглянемо етапи обробки експериментальних даних за схемою Ейткіна для функції f заданої таблично (табл. 2).

Таблиця 2

Початкові дані

i	0	1	2	3	4	5
x_i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
y_i	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5

$$x = \xi, \quad y = ?$$

За схемою Ейткіна значення квадратичного тричлена обчислюється на основі двох лінійних многочленів:

$$P_{0,1,2}(x) \rightarrow P_{0,1}(x)$$

$$P_{1,2}(x)$$

$$P_{0,1}(x) = \frac{1}{x_1 - x_0} \begin{vmatrix} y_0 & x_0 - x \\ y_1 & x_1 - x \end{vmatrix} \quad \text{і} \quad P_{1,2}(x) = \frac{1}{x_2 - x_1} \begin{vmatrix} y_1 & x_1 - x \\ y_2 & x_2 - x \end{vmatrix},$$

$$P_{0,1,2}(x) = \frac{1}{x_2 - x_0} \begin{vmatrix} P_{0,1}(x) & x_0 - x \\ P_{1,2}(x) & x_2 - x \end{vmatrix}.$$

Якщо $P_{0,1}(x) \neq P_{0,1,2}(x)$, то залучаємо $x_3 = \xi$ і обчислюємо додатково. Кубічне інтерполювання здійснюється в такий спосіб, а саме, спочатку обчислюють лінійний многочлен $P_{2,3}$ та квадратичний тричлен $P_{1,2,3}$ і використовують лінійні та квадратичні многочлени, обчислені на попередньому кроці:

$$P_{0,1,2,3}(x) \rightarrow P_{0,1,2}(x) \rightarrow P_{0,1}(x) \\ P_{1,2}(x)$$

$$\rightarrow P_{1,2,3}(x) \rightarrow P_{1,2}(x) \\ P_{2,3}(x)$$

$$P_{1,2,3}(x) = \frac{1}{x_3 - x_1} \cdot \begin{vmatrix} P_{1,2}(x) & x_1 - x \\ P_{2,3}(x) & x_3 - x \end{vmatrix}, \quad P_{2,3}(x) = \frac{1}{x_3 - x_2} \cdot \begin{vmatrix} y_2 & x_2 - x \\ y_3 & x_3 - x \end{vmatrix},$$

$$P_{0,1,2,3}(x) = \frac{1}{x_3 - x_0} \cdot \begin{vmatrix} P_{0,1,2}(x) & x_0 - x \\ P_{1,2,3}(x) & x_3 - x \end{vmatrix}.$$

Якщо $P_{0,1,2}(x) \neq P_{0,1,2,3}(x)$, то залуцаємо $x_4 = \xi$ і обчислюємо додатково.

В обчисленнях за цією схемою нові вузли x_i (що відповідає переходу до інтерполяційних многочленів вищих степенів) залуцають доти, поки самі обчислення не покажуть, що необхідної точності вже досягнуто.

Схема Ейткіна для інтерполювання використовується тоді, коли вузли інтерполювання рівновіддалені та нерівновіддалені, а також для оберненого інтерполювання та екстраполювання функції.

Тепер розглянемо перший та другий інтерполяційні многочлени Ньютона, а також інтерполяційні многочлени центральних різниць, до яких відносять: інтерполяційні многочлени Гаусса, Стірлінга та Бесселя.

Спільним для цих методів обробки експериментальних даних є те, що обчислення основані на застосуванні значень табличних кінцевих різниць. Крім того, ці інтерполяційні формули також мають деякі переваги, а саме, якщо до заданої системи рівновіддалених вузлів інтерполяції додати ще один вузол, то відповідний многочлен Лагранжа треба побудувати заново, а до многочленів Ньютона, Гаусса, Стірлінга та Бесселя потрібно додати лише один новий доданок, а вже розраховані залишаться незмінними [1–5].

Однак многочлени Ньютона, Гаусса, Стірлінга та Бесселя мають особливості їх практичного застосування.

Коли значення аргументу лежить ближче до початку відрізка інтерполювання, а саме для випадку $x \in (x_0, x_1)$, для обчислень застосовують перший інтерполяційний многочлен Ньютона вигляду:

$$P_n(x_0+th) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!}\Delta^3 y_0 + \dots + \frac{t(t-1)(t-2)\dots(t-n+1)}{n!}\Delta^n y_0, \quad (3)$$

де $t = \frac{x-x_0}{h}$, $t < 1$.

У цьому разі перший інтерполяційний многочлен Ньютона містить різниці Δy_0 , $\Delta^2 y_0$, ..., $\Delta^n y_0$ (табл. 3). Якщо $x \in (x_1, x_2)$, для обчислень користуватись формулою (3) недоцільно, тому що t буде більшим за 1. Тоді для цього випадку за x_0 потрібно взяти вузол x_1 і в інтерполяційному многочлені використовувати різниці Δy_1 , $\Delta^2 y_1$, ..., $\Delta^n y_1$.

$$P_n(x_1+th) = y_1 + t\Delta y_1 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_1 + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!}\Delta^3 y_1 + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{4!}\Delta^4 y_1 + \dots + \frac{t(t-1)(t-2)\dots(t-n+1)}{n!}\Delta^n y_1, \quad (4)$$

де $t = \frac{x-x_1}{h}$, $t < 1$.

Таблиця 3

Діагональна таблиця кінцевих різниць

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$
x_0	y_0					
		Δy_0				
x_1	y_1		$\Delta^2 y_0$			
		Δy_1		$\Delta^3 y_0$		
x_2	y_2		$\Delta^2 y_1$		$\Delta^4 y_0$	
		Δy_2		$\Delta^3 y_1$		$\Delta^5 y_0$
x_3	y_3		$\Delta^2 y_2$		$\Delta^4 y_1$	
		Δy_3		$\Delta^3 y_2$		
x_4	y_4		$\Delta^2 y_3$			
		Δy_4				

x_5	y_5					
Σ		$\sum_{i=0}^4 \Delta y_i$	$\sum_{i=0}^3 \Delta^2 y_i$	$\sum_{i=0}^2 \Delta^3 y_i$	$\sum_{i=0}^1 \Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_0$
S	$y_5 - y_0$	$\Delta y_4 - \Delta y_0$	$\Delta^2 y_3 - \Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_2 - \Delta^3 y_0$	$\Delta^4 y_1 - \Delta^4 y_0$	

У випадку, коли значення аргументу лежить ближче до кінця відрізка інтерполювання, не варто використовувати першу інтерполяційну формулу Ньютона, оскільки не буде достатньо кінцевих різниць функції вищого порядку. Тому в кінці відрізка інтерполювання застосовують другу інтерполяційну формулу Ньютона вигляду:

$$P_n(x_n + th) = y_n + t\Delta y_{n-1} + \frac{t(t+1)}{2!} \Delta^2 y_{n-2} + \frac{t(t+1)(t+2)}{3!} \Delta^3 y_{n-3} + \dots + \frac{t(t+1)\dots(t+n-1)}{n!} \Delta^n y_0. \quad (5)$$

Розглянемо інтерполяційні формули центральних різниць, а саме, інтерполяційні формули Гаусса, Стірлінга та Бесселя. Потрібно зазначити, що інтерполяційні формули Гаусса слугують напівфабрикатами для отримання більш симетричних інтерполяційних формул, які використовують всі центральні різниці. Крім того, схема розташування вузлів інтерполювання в діагональній таблиці кінцевих різниць інтерполяційних формул центральних різниць (табл. 4) суттєво відрізняється від схеми розташування вузлів інтерполювання для обчислення значення функції за інтерполяційними формулами Ньютона (табл. 3) [1–5].

Таблиця 4

Центральні різниці

x	y	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$	$\Delta^6 y_i$
x_{-4}	y_{-4}						
		Δy_{-4}					
x_{-3}	y_{-3}		$\Delta^2 y_{-4}$				
		Δy_{-3}		$\Delta^3 y_{-4}$			
x_{-2}	y_{-2}		$\Delta^2 y_{-3}$		$\Delta^4 y_{-4}$		
		Δy_{-2}		$\Delta^3 y_{-3}$		$\Delta^5 y_{-4}$	
x_{-1}	y_{-1}		$\Delta^2 y_{-2}$		$\Delta^4 y_{-3}$		$\Delta^6 y_{-4}$

		Δy_{-1}		$\Delta^3 y_{-2}$		$\Delta^5 y_{-3}$	
x_0	y_0		$\Delta^2 y_{-1}$		$\Delta^4 y_{-2}$		$\Delta^6 y_{-3}$
		Δy_0		$\Delta^3 y_{-1}$		$\Delta^5 y_{-2}$	
x_1	y_1		$\Delta^2 y_0$		$\Delta^4 y_{-1}$		$\Delta^6 y_{-2}$
		Δy_1		$\Delta^3 y_0$		$\Delta^5 y_{-1}$	
x_2	y_2		$\Delta^2 y_1$		$\Delta^4 y_0$		
		Δy_2		$\Delta^3 y_1$			
x_3	y_3		$\Delta^2 y_2$				
		Δy_3					
x_4	y_4						

Формули Гаусса застосовуються для інтерполювання в середині таблиці поблизу x_0 . Крім того, перша формула Гаусса застосовується при $x > x_0$, а друга – при $x < x_0$.

Перша інтерполяційна формула Гаусса має вигляд:

$$\begin{aligned}
 P(x) = & y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!} \Delta^2 y_{-1} + \frac{(q+1)q(q-1)}{3!} \Delta^3 y_{-1} + \\
 & + \frac{(q+1)q(q-1)(q-2)}{4!} \Delta^4 y_{-2} + \frac{(q+2)(q+1)q(q-1)(q-2)}{5!} \Delta^5 y_{-2} + \\
 & + \dots + \frac{(q+n-1)\dots(q-n+1)}{(2n-1)!} \Delta^{2n-1} y_{-(n-1)} + \frac{(q+n-1)\dots(q-n)}{(2n)!} \Delta^{2n} y_{-n}, \quad (6)
 \end{aligned}$$

де $q = \frac{x - x_0}{h}$.

Друга інтерполяційна формула Гаусса має вигляд:

$$\begin{aligned}
 P(x) = & y_0 + q\Delta y_{-1} + \frac{q(q+1)}{2!} \Delta^2 y_{-1} + \frac{(q+1)q(q-1)}{3!} \Delta^3 y_{-2} + \\
 & + \frac{(q+2)(q+1)q(q-1)}{4!} \Delta^4 y_{-2} + \dots + \frac{(q+n-1)\dots(q-n+1)}{(2n-1)!} \Delta^{2n-1} y_{-n} + \\
 & + \frac{(q+n)(q+n-1)\dots(q-n+1)}{(2n)!} \Delta^{2n} y_{-n}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

Півсума першого і другого інтерполяційних многочленів Гаусса після перетворень приводить до формули, яка називається інтерполяційною формулою Стірлінга:

$$\begin{aligned}
 P(x) = & y_0 + q \cdot \frac{\Delta y_{-1} + \Delta y_0}{2} + \frac{q^2}{2} \Delta^2 y_{-1} + \frac{q(q^2 - 1^2)}{3!} \cdot \frac{\Delta^3 y_{-2} + \Delta^3 y_{-1}}{2} + \\
 & + \frac{q^2(q^2 - 1^2)}{4!} \Delta^4 y_{-2} + \frac{q(q^2 - 1^2)(q^2 - 2^2)}{5!} \cdot \frac{\Delta^5 y_{-3} + \Delta^5 y_{-2}}{2} + \\
 & + \frac{q^2(q^2 - 1^2)(q^2 - 2^2)}{6!} \Delta^6 y_{-3} + \dots + \\
 & + \frac{q(q^2 - 1^2)(q^2 - 2^2)(q^2 - 3^2) \dots [q^2 - (n-1)^2]}{(2n-1)!} \times \\
 & \times \frac{\Delta^{2n-1} y_{-n} + \Delta^{2n-1} y_{-(n-1)}}{2} + \frac{q^2(q^2 - 1^2)(q^2 - 2^2) \dots [q^2 - (n-1)^2]}{(2n)!} \Delta^{2n} y_{-n}, \quad (8)
 \end{aligned}$$

де $q = \frac{x - x_0}{h}$.

Крім формули Стірлінга, часто застосовується формула Бесселя, отриману на основі другої інтерполяційної формули Гаусса.

$$\begin{aligned}
 P(x) = & \frac{y_0 + y_1}{2} + \left(q - \frac{1}{2}\right) \Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2} \cdot \frac{\Delta^2 y_{-1} + \Delta^2 y_0}{2} + \frac{\left(q - \frac{1}{2}\right) q(q-1)}{3!} \Delta^3 y_{-1} + \\
 & + \frac{q(q-1)(q+1)(q-2)}{4!} \cdot \frac{\Delta^4 y_{-2} + \Delta^4 y_{-1}}{2} + \frac{\left(q - \frac{1}{2}\right) q(q-1)(q+1)(q-2)}{5!} \Delta^5 y_{-2} + \\
 & + \frac{q(q-1)(q+1)(q-2)(q+2)(q-3)}{6!} \cdot \frac{\Delta^6 y_{-3} + \Delta^6 y_{-2}}{2} + \dots + \\
 & + \frac{q(q-1)(q+1)(q-2)(q+2) \dots (q-n)(q+n-1)}{(2n)!} \cdot \frac{\Delta^{2n} y_{-n} + \Delta^{2n} y_{-n+1}}{2} + \\
 & + \frac{\left(q - \frac{1}{2}\right) q(q-1)(q+1)(q-2)(q+2) \dots (q-n)(q+n-1)}{(2n+1)!} \Delta^{2n+1} y_{-n}, \quad (9)
 \end{aligned}$$

де $q = \frac{x - x_0}{h}$.

ISSN 2786-6025 Online

Отже, якщо точка x , в якій потрібно знайти наближене значення таблично заданої функції $f(x)$, знаходиться на початку чи в кінці таблиці, застосовується відповідно перша або друга інтерполяційні формули Ньютона з таким вибором базової точки, щоб значення $|q|$ було якомога менше. Якщо точка x знаходиться в середині таблиці, тоді завжди можна зафіксувати точку x_0 в таблиці центральних різниць так, щоб $q = \frac{x - x_0}{h}$ або було за модулем менше 0,25, і тоді застосовувати інтерполяційну формулу Стірлінга, чи щоб $q \in [0,25; 0,75]$ і використати формулу Бесселя.

Висновки.

У межах проведеного дослідження проаналізовано особливості застосування методів інтерполявання для обробки експериментальних даних. Доведено, що вибір конкретного методу суттєво залежить від характеру експериментальних даних, розташування вузлів інтерполяції та вимог до обчислювальної ефективності.

Крім того, системи аналітичних обчислень до яких відносять пакети Maple, MathCad, Mathematica та MatLab відіграють важливу роль у багатьох галузях науки. Ці системи надають широкі можливості для фахівців різних профілів, дозволяючи простіше та швидше вирішувати дослідницькі та прикладні задачі.

Література:

1. Методи та алгоритми комп'ютерних обчислень. Теорія і практика: підручник / Р.Н. Кветний, Я.В. Іванчук, І.В. Богач, О.Ю. Софіна, М.В. Барабан. – Вінниця : ВНТУ, 2023. – 280 с.
2. Кутнів М.В. Чисельні методи : підручник / М.В. Кутнів, Я.В. Пізюр. – Львів : Растр-7, 2024. – 277 с.
3. Білушак Г.І. Аналітичні та чисельні методи дослідження. Статистичні методи аналізу даних : навч. посіб. : для здобувачів вищ. освіти / Г.І. Білушак. – Львів : Растр-7, 2024. – 315 с.
4. Чисельні методи розв'язання технічних задач: підручник / Н.С. Ремез, В.Б. Кисельов, А.О. Дичко, Ю.Ю. Мінаєв. – Одеса : Видавничий дім «Гельветика», 2022. – 186 с.
5. Чисельні методи комп'ютерного аналізу : навч. посіб. / В.Я. Воропаєва, І.К. Локтіонов, Л.П. Мироненко, В.В. Турупалов. – Львів : «Магнолія 2006», 2025. – 224 с.
6. Триснюк В.М. Використання методів інтерполяції для обробки даних радіаційної розвідки / В.М. Триснюк, Є.І. Нагорний // Телекомунікаційні та інформаційні технології. – 2024. – №1(82). – С. 73-78.
7. Сидоренко Ю.В. Аналіз роботи алгоритму інтерполяційної функції Гауса на елементарних алгебричних функціях / Ю.В. Сидоренко, М.В. Городецький // Сучасні проблеми моделювання. – 2020. – №19. – С. 138-145.

8. Поляков М. О. Методика інтерполяції та екстраполяції даних при нерівномірному кроку зміни параметрів експерименту / М.О. Поляков, В.В. Василевський, О.М. Поляков // Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції інформаційні технології в металургії та машинобудуванні (м. Дніпро, 10 квітня 2024р.). – Дніпро : ННІ «Дніпровський металургійний інститут» Українського державного університету науки і технологій, 2024. – С. 526-529.

9. Возняк О.М. Використання середовища Maple для розв'язування задач квантової механіки: навч. посіб. / О.М. Возняк, В.В. Прокопів, Л.І. Никируй. – Івано-Франківськ : Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, 2017. – 156 с.

10. Maple Calculator: Math Solver [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.maplesoft.companion&hl=uk&pli=1>.

References:

1. Kvietyi, R.N., Ivanchuk, Ya.V., Bohach, I.V., Sofyna, O.Yu., & Baraban, M.V. (2023). *Metody ta alhorytmy kompiuternykh obchyslen. Teoriia i praktyka [Methods and algorithms of computer calculations. Theory and practice]*. Vinnytsia : VNTU [in Ukrainian].

2. Kutniv, M.V., & Piziur, Ya.V. (2024). *Chyselni metody [Numerical methods]*. Lviv : Rastr-7 [in Ukrainian].

3. Bilushchak, H.I. (2024). *Analitichni ta chyselni metody doslidzhennia. Statystychni metody analizu danykh [Analytical and numerical research methods. Statistical methods of data analysis]*. Lviv : Rastr-7 [in Ukrainian].

4. Remez, N.S., Kyselov, V.B., Dychko, A.O., & Minaiev, Yu.Yu. (2022). *Chyselni metody rozv'iazannia tekhnichnykh zadach [Numerical methods for solving technical problems]*. Odesa : Vydavnychy dim «Helvetyka» [in Ukrainian].

5. Voropaieva, V.Ia., Loktionov, I.K., Myronenko, L.P., & Turupalov, V.V. (2025). *Chyselni metody kompiuternoho analizu [Numerical methods of computer analysis]*. Lviv : «Mahnoliia 2006» [in Ukrainian].

6. Trysniuk, V.M., & Nahorni, Ye.I. (2024). *Vykorystannia metodiv interpoliatsii dlia obrobky danykh radiatsiinoi rozvidky [Using interpolation methods for processing radiation reconnaissance data]*. *Telekomunikatsiini ta informatsiini tekhnologii – Telecommunications and information technologies, 1(82)*. 73-78 [in Ukrainian].

7. Sydorenko, Yu.V., & Horodetskyi, M.V. (2020). *Analiz roboty alhorytmu interopoliatsiinoi funktsii Hausa na elementarnykh alhebrychnykh funktsiiakh [Analysis of the Gaussian interpolation function algorithm on elementary algebraic functions]*. *Suchasni problemy modeliuвання – Modern modeling problems, 19*, 138-145 [in Ukrainian].

8. Poliakov, M.O., Vasylevskyi, V.V., & Poliakov, O.M. (2024) *Metodyka interpoliatsii ta ekstrapoliatsii danykh pry nerivnomirnomu kroku zminy parametriv eksperymentu [Method of interpolation and extrapolation of data with uneven step changes in experimental parameters]*. *Materialy Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii informatsiini tekhnologii v metalurhii ta mashynobuduvanni – Materials of the International Scientific and Technical Conference on Information Technologies in Metallurgy and Mechanical Engineering*, (pp. 526-529). Dnipro : NNI «Dniprovskiyi metalurhiinyi instytut» Ukrainskoho derzhavnoho universytetu nauky i tekhnologii [in Ukrainian].

9. Vozniak, O.M., Prokopiv, V.V., & Nykyruy, L.I. (2017). *Vykorystannia seredovishcha Maple dlia rozv'iazuvannia zadach kvantovoi mekhaniky [Using the Maple environment to solve*

ISSN 2786-6025 Online

quantum mechanics problems]. Ivano-Frankivsk : Prykarpatskyi natsionalnyi universytet imeni Vasylia Stefanyka [in Ukrainian].

10. Maple Calculator: Math Solver. Retrieved from: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.maplesoft.companion&hl=uk&pli=1>.

Дата першого надходження статті до видання: 01.04.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 19.04.2026