

## **АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ В ПРОГНОЗУВАННІ НАДІЙНОСТІ ФУНДАМЕНТІВ ПІДВИЩЕНОЇ ПОВЕРХОВОСТІ СПОРУД**

**Моргун Алла Серафимівна,**

д.т.н., професор,  
Вінницький національний технічний університет

**Записов Дмитро Васильович,**

аспірант,  
Вінницький національний технічний університет

**Колесник Андрій Вікторович,**

аспірант,  
Вінницький національний технічний університет

У публікації висвітлено актуальність та теоретичне обґрунтування розв'язання нелінійних задач фундаментобудування, що базуються на поєднанні положень теорії пружності, теорії пластичності та сучасних інформаційно—обчислювальних технологій числового моделювання. Для розв'язання задачі залучено числовий метод граничних елементів, пружно-пластичну дилатансійну модель дисперсного середовища ґрунту, яка дозволяє прогнозувати поведінку плитної фундаментної конструкції в нелінійній стадії її роботи. Виконано зіставлення результатів числового моделювання, отриманих із застосуванням методу граничних елементів, з даними експериментальних досліджень, яке засвідчило їхню задовільну збіжність та підтвердило адекватність розробленої математичної моделі.

Розвиток зон пластичних деформацій у ґрунтовому масиві супроводжується мобілізацією додаткового опору ґрунту за рахунок внутрішнього тертя, зчеплення та дилатансійних ефектів. Це сприяє більш рівномірному перерозподілу контактних напружень під подошвою фундаменту, зменшенню локальних концентрацій напружень і залученню до роботи більшого об'єму ґрунтової основи. У результаті підвищується ефективність взаємодії фундаментної конструкції з основою та зростає її фактична несуча спроможність.

Ключові слова: метод граничних елементів, рівняння стану, пружність, пластичність, напружено-деформований стан.

Однією з актуальних задач фундаментобудування є розробка і впровадження більш сучасних та економічних методів розрахунку будівельних конструкцій (фундаменти складають значну їх частину) направлених на виявлення і реалізацію їх резервів. Будівлі підвищеної поверховості є вельми

індивідуальними спорудами, потребують індивідуальної прив'язки до ґрунтів конкретного будівельного майданчика, умови прив'язки практично не повторюються.

Не дивлячись на уявну простоту процеси, що проходять в ґрунтах, дуже складні як об'єкти дослідження та контролю. На теперішній час вивчено не всі аспекти механізму деформування ґрунтової основи під навантаженням.

Наукові дослідження в області механіки ґрунтів завжди були направлені на удосконалення методів проектування основ і фундаментів. Для забезпечення надійності проектування основ і фундаментів споруд необхідне врахування при моделюванні їх поведінки складних і багаточисельних фізико-механічних характеристик ґрунтів.

В роботі прогнозовано осідання фундаментної конструкції—плити для 12—ти поверхової споруди див. на рис. 1. Для аналітичного розгляду задачі формування математичного еквівалента поведінки матеріалу ґрунту під навантаженням в роботі залучено механіку суцільних та пористих середовищ. В ґрунтах при дії зовнішніх сил виникають як пружні  $\varepsilon^{\text{пружн}}$  так і пластичні залишкові  $\varepsilon^{\text{пласт}}$  деформації (їх  $\approx 95\%$ ).



**Рисунок 1.** Візуалізація. Фасад 12—ти поверхової будівлі  
Джерело рисунка: розробка авторів Колесника А.В. і Записова Д.В.

Суттєвою відмінністю ґрунтів від однорідних суцільних пружних тіл є їхня здатність до розвитку незворотних (пластичних) деформацій уже на початкових стадіях навантаження. На відміну від ідеально пружних матеріалів, у яких після

зняття навантаження деформації повністю зникають, у ґрунтовому середовищі навіть за відносно невеликих рівнів напружень поряд із пружними деформаціями виникають залишкові деформації, що не відновлюються після розвантаження.

Така особливість обумовлена дискретною будовою ґрунту, складною структурою контактної взаємодії між мінеральними частинками, а також процесами ущільнення, зсуву, руйнування структурних зв'язків і взаємного переміщення зерен. Унаслідок цього механічна поведінка ґрунтів характеризується одночасним проявом пружних, пластичних та, у ряді випадків, реологічних властивостей.

Одночасна наявність в ґрунті зон, що працюють як в пружній так і в пластичних зонах потребує для моделювання його поведінки залучення теорії пружності та пластичності [1 — 4].

Застосування змішаної постановки задачі, що ґрунтується на спільному використанні положень теорії пружності та теорії пластичності ґрунтів, забезпечує суттєве підвищення достовірності розрахунків осідань і дозволяє більш адекватно відтворити реальну поведінку ґрунтових основ під дією зовнішніх навантажень. Такий підхід враховує як оборотні, так і незворотні деформаційні процеси, а також перерозподіл напружень у ґрунтовому масиві в міру розвитку пластичних зон.

Експериментально досліджено [1, 3], що навіть в дуже слабких ґрунтах текучої консистенції за рамками границі зони деформацій переміщення ґрунту не спостерігаються. Це, говорить, що зона деформацій є активною робочою зоною основи фундаменту, в рамках якої на протязі деякого часу розвивається динамічний процес ущільнення ґрунту, що відображає суть сумісної роботи фундаменту і основи до приходу її в стан рівноваги.

В природних умовах нашарування ґрунтів мають різну текстуру. В запропонованій моделі в якості вхідних параметрів взято середньозважені характеристики ґрунту. В моделі враховано десять чинників впливу інженерно-геологічних властивостей ґрунту на процес його деформування:  $E=13,309$  МПа;  $\nu =0,35$ ;  $e=0,67$ ;  $\rho^{\min} =1,47$  т/м<sup>3</sup> ;  $\rho^{\max} =2,14$  т/м<sup>3</sup> ;  $\rho=1,95$  т/м<sup>3</sup> ;  $c=18,1$  кПа,  $p_0 =-1800$  кПа;  $\rho_s = 2,717$  т/м<sup>3</sup>.

Під впливом навантажень ґрунтова основа під спорудою деформується в межах активної зони (зони впливу додаткового навантаження). Як відомо математична модель дає основу для числового аналізу досліджувального об'єкту, за допомогою якого можна отримати дані не лише описаного, але й прогнозного характеру.

Запропонована нелінійна математична модель дилатансійного пружно-пластичного деформування ґрунтової основи ґрунтується на таких основних припущеннях:

1. Напружено—деформований стан ґрунту. Розглядається просторовий напружено-деформований стан ґрунтового масиву, що характеризується одночасною дією стискуючих та зсувних напружень. Фізичні співвідношення матеріалу задаються пружно-пластичною моделлю типу Прандтля зі

зміцненню. Як умову переходу до пластичного стану прийнято критерій міцності Мізеса–Шлейхера–Боткіна, який дозволяє враховувати залежність граничного стану від інтенсивності дівіаторних і гідростатичних напружень, а також фіксувати максимальні значення напружень, досягнуті в кожній точці ґрунтової основи.

2. Рівняння рівноваги. Напружено—деформований стан системи «буронабивна паля – ґрунтова основа» описується диференціальними рівняннями рівноваги. Після відповідних перетворень та переходу до інтегральної форми задача зводиться до розв’язання рівняння Лапласа, що є базовим рівнянням для реалізації методу граничних елементів.

3. Геометричні співвідношення. Для опису кінематики деформування використано тензор малих деформацій Коші, що передбачає малі переміщення та малі кути повороту елементів ґрунтового масиву.

4. Пружна стадія деформування. У межах пружної області зв’язок між компонентами тензорів напружень і деформацій описується узагальненим законом Гука для ізотропного середовища.

5. Пластична стадія деформування. На стадії пластичного деформування враховується неасоційований характер течії ґрунту, за якого головні осі тензора напружень і тензора швидкостей пластичних деформацій не є співвісними. Такий підхід дозволяє адекватно моделювати дилатансійні та контрактансійні ефекти, притаманні дисперсним ґрунтовим середовищам.

6. Числова реалізація нелінійної задачі. Для розв’язання нелінійної крайової задачі використано покроково-ітераційну процедуру О.А. Ільюшина [3]. На кожному кроці навантаження нелінійні фізичні співвідношення лінеаризуються, а напружено-деформований стан уточнюється шляхом послідовного коригування матриці жорсткості та параметрів матеріалу відповідно до поточного рівня пластичних деформацій.

Зазначена система припущень забезпечує можливість адекватного математичного опису складної нелінійної поведінки ґрунтової основи та дозволяє з достатньою для інженерної практики точністю визначати напружено-деформований стан і несучу здатність бурунабивних паль у багатопалевих ґрунтових умовах.

Перехід від крайової задачі рівнянь рівноваги фундаментної конструкції в ґрунті до інтегральних рівнянь здійснюється за допомогою числового МГЕ.

Основним розрахунковим рівнянням запроєктованої в роботі моделі роботи ґрунту і яке є аналогом системи 15 диференційних рівнянь (статичних рівнянь, геометричних, фізичних) є інтегральне рівняння, запропоноване

К. Бреббія [4]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= 0,5(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (1)$$

Для нелінійної задачі:

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \sigma^* \dot{\varepsilon}_{jk}^p d\Omega \quad (2)$$

де  $u$  – заданий вектор переміщень на границі фундаментної конструкції;  
 $p$  – шуканий вектор напруг на границі;

$u^*$ ,  $p^*$ ,  $\sigma^*$  – ядра граничного рівняння (1) — рішення Р. Міндліна для переміщень, напружень та похідних від напружень, що відповідають одиничним збурюючим впливам ( $P=1$ ) в півпросторі [4];

$c_{ij}$  – постійна, визначається із умов руху тіла як цілого, з'являється при переводі краєвої задачі до інтегрального рівняння (1) для отримання єдиного рішення;

$\Gamma$ ,  $\Omega$  – відповідно гранична поверхня фундаментної конструкції та границя трикутних осередків ґрунту.

Основний розв'язок (1) в роботі проведено методом граничних елементів. Згідно положення, що використовувались у нормативних документах, граничний опір фундаментної конструкції визначається опором ґрунту руйнуванню під нижнім кінцем і опором зсуву по боковій поверхні. Ця гранична поверхня плити дискретизувалась в роботі граничними елементами, активна зона ґрунту дискретизувалась трикутними осередками. Для дослідження НДС плити використана просторова пружно–пластична дилатансійна модель [2].

Використана дилатансійна модель дозволяє: схематизувати процес, розбивши його на послідовні стадії формозміни та ущільнення; скористатись результатами теорії пластичності нестисливих тіл, яка на сьогоднішній день відпрацьована достатньо повно; провести аналіз розв'язків нелінійної задачі, виконавши його методом пружних розв'язків О.А. Ільюшина [3]; врахувати траєкторію навантаження, не співвісність векторів тензорів напруг та тензора швидкостей деформацій; перейти до автоматизованого розрахунку поведінки фундаментної конструкції в ґрунті, дискретизувавши розрахункову модель і провівши розрахунок за числовим методом граничних елементів (МГЕ).

В роботі замість вимог ортогональності вектора приросту пластичних деформацій  $d\varepsilon_{ij}^p$  до поверхні пластичності  $f$  використано неасоційований закон пластичної течії, який доповнювався дилатансійним співвідношенням В.М. Ніколаєвського, І.П. Бойка [1, 2]:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda(\chi) \cdot d\gamma^p \quad (3)$$

де  $d\gamma^p$  – скалярний еквівалент приросту зсувної пластичної деформації на октаедричній площині;

$\Lambda$  – швидкість дилатансії;

$\chi$  – параметр зміцнення ґрунтового середовища (прийнято щільність ґрунту  $\rho$ ).

В якості параметра зміцнення прийнята щільність ґрунту, яка є своєрідною пам'яттю ґрунту, її підвищення означає зміну площадки текучості матеріалу ґрунту.

У відповідності до напрацьованої моделі загальні деформації визначались:

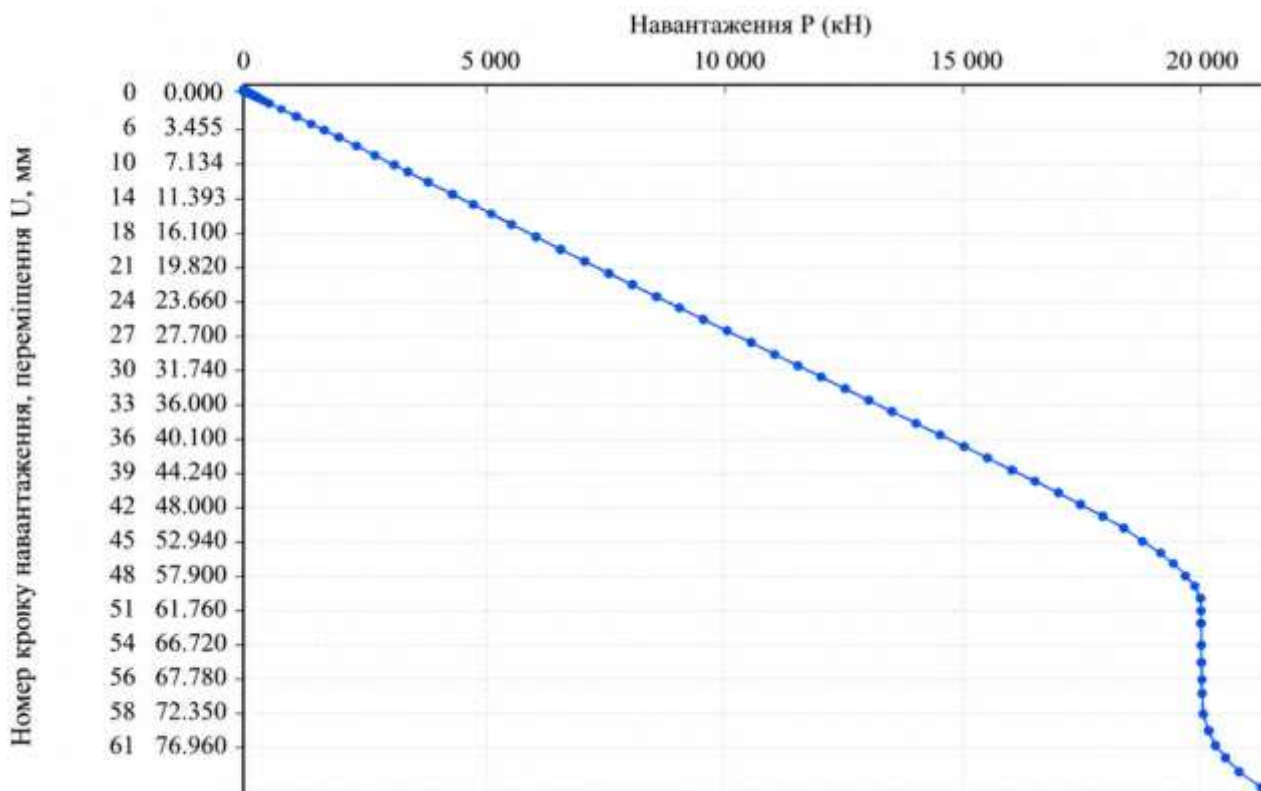
$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p, \quad (4)$$

де  $d\varepsilon_{ij}^e$  – приріст пружних деформацій;

$d\varepsilon_{ij}^p$  – приріст пластичних деформацій.

Визначення несучої спроможності плити та осідань фундаменту від дії вертикального навантаження проведено шляхом рішення задачі в пружно-пластичній постановці в такій послідовності: дискретизація граничної поверхні плити та активної (буферної) зони; компоновка розрахункової матриці впливу МГЕ на основі рішень Р.Міндліна; запис розрахункової системи рівнянь; розв'язок отриманої СЛАР, отримання НДС на кожному кроці навантаження; побудова пластичних областей; прийняття та обґрунтування проектного рішення про можливість прикладання додаткових навантажень.

На рис. 2 наведено отриману за методом граничних елементів розрахункову залежність «навантаження–осідання» для плитної фундаментної конструкції завтовшки 0,7 м, що сприймає навантаження від 12-поверхової будівлі, на всьому дослідженому інтервалі навантаження.



**Рисунок 2.** Графік залежності «навантаження P – осідання s (U)» згідно МГЕ  
Джерело рисунка: розробка авторів Моргун А.С. і Записова Д.В.

Графік на рис. 2 дає можливість визначити осідання 's'(U) при різних навантаженнях P та вибрати найбільш вигідні технічні та економічні умови

роботи плитного фундаменту, які будуть гарантувати стійкість та надійність 12-ти поверхової будівлі на даному плитному фундаменті.

Запропонована модель поєднує розрахунок системи «основа-фундаментна плита» за обома граничними станами, аналіз НДС системи проведено на всьому діапазоні її навантаження. Фундаментна плита функціонує як єдиний жорсткий розподільчий елемент, здатний перерозподіляти зовнішні навантаження та внутрішні зусилля між окремими зонами контакту з основою, що забезпечує часткове вирівнювання неоднорідних деформацій ґрунтового масиву та зменшення диференційних осідань.

### Список літератури

1. Бойко І. П. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / і. П. Бойко, О. В. Сахаров // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково – технічний збірник. – К.: КНУБА. – 2004. – Вип. 28.– С. 3-10.

2. Ніколаєвський В. Н. Дилатансія та закони незворотного деформування ґрунтів / В. Н. Ніколаєвський // Зб. Основи, фундаменти та механіка ґрунтів. – 1979. – № 5. – С. 29-31.

3. Моргун А. С. Теорія пластичної течії в механіці ґрунтів // А. С. Моргун. – Вінниця : ВНТУ. – 2013 – 108с.

4. Бреббія К. Методи граничних елементів / К. Бреббія, Ж. Теллес, Л.Вроубел. – 1987.-525 с.