УДК 004.421

В. О. Слободянюк
Д. В. Власенко

ТЕОРЕТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ АЛГОРИТМІВ ПОШУКУ ШЛЯХУ В ГРАФОВИХ МОДЕЛЯХ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Роботу присвячено порівняльному аналізу алгоритмічних підходів до вирішення задачі пошуку найкоротшого маршруту в зважених графах. Досліджено еволюцію методів від класичних алгоритмів повного перебору до сучасних евристичних стратегій. Проаналізовано обчислювальну складність та особливості функціонування алгоритму Дейкстри та алгоритму A (А-зірка). Розглянуто вплив вибору евристичної функції на швидкість збіжності алгоритму та оптимальність знайденого рішення. Визначено сфери доцільного використання кожного з методів залежно від топології досліджуваного простору та вимог до використання ресурсів пам'яті.*

Ключові слова: Граф, вершина, ребро, алгоритм Дейкстри, евристика, пошук шляху, часова складність, пріоритетна черга.

Abstract

The work is devoted to the comparative analysis of algorithmic approaches to solving the problem of finding the shortest route in weighted graphs. The evolution of methods from classical brute-force algorithms to modern heuristic strategies is investigated. The computational complexity and functional features of Dijkstra's algorithm and the A (A-star) algorithm are analyzed. The influence of the choice of heuristic function on the algorithm convergence speed and the optimality of the found solution is considered. The areas of appropriate use of each method depending on the topology of the studied space and memory resource requirements are determined.*

Keywords: Graph, vertex, edge, Dijkstra's algorithm, heuristic, pathfinding, time complexity, priority queue.

Задача пошуку оптимального маршруту між двома точками в просторі станів є однією з ключових проблем дискретної математики та інформатики, маючи фундаментальне значення для розвитку навігаційних систем, логістики, мережевої маршрутизації та індустрії розробки відеоігор. Зростання обсягів даних та ускладнення топології досліджуваних мереж вимагає від сучасних алгоритмів не лише точності, але й високої швидкодії, що робить актуальним питання глибокого теоретичного аналізу існуючих підходів та виявлення умов їхньої найвищої ефективності.

Питання алгоритмізації пошуку найкоротшого шляху стало предметом активних досліджень у середині двадцятого століття. Фундаментальним етапом у цій галузі стала розробка Едсгером Дейкстрою методу, що гарантує знаходження найкоротшого шляху у зваженому графі без ребер з від'ємною вагою, що детально описано в класичних працях з теорії алгоритмів [1, С. 658]. Подальший розвиток обчислювальної техніки та потреба в оптимізації пошуку призвели до появи евристичних підходів, зокрема алгоритму A*, який базується на ідеї використання додаткової інформації про цільову точку для спрямування пошуку, що дозволило значно скоротити простір перебору. Теоретичні аспекти складності цих алгоритмів ґрунтовно викладені в сучасних українських підручниках, де розглядаються базові принципи побудови та обходу графів [3, С. 156]. Водночас існує потреба в узагальненні знань щодо поведінки цих алгоритмів у специфічних умовах, таких як регулярні сітки або графи з високою щільністю перешкод, що і стало предметом даного теоретичного розгляду.

У ході аналізу механізмів роботи алгоритмів було встановлено принципові відмінності в логіці дослідження графового простору. Алгоритм Дейкстри класифікується як метод рівномірного пошуку, що розширює фронт хвилі однаково в усіх напрямках від стартової вершини, поступово збільшуючи радіус дослідженої області, поки не буде досягнуто цільову вершину. Така стратегія гарантує знаходження математично оптимального шляху, проте з погляду обчислювальних ресурсів вона може бути надлишковою, оскільки алгоритм витрачає час на аналіз вершин, що знаходяться у протилежному від цілі напрямку [5, С. 208]. Використання структури даних "пріоритетна черга" дозволяє

оптимізувати процес вибору наступної вершини, знижуючи часову складність, однак не змінює загальної геометрії пошуку, яка залишається концентричною [1, С. 669].

Порівняльний аналіз показує, що алгоритм A* є логічним розвитком методу Дейкстри, який інтегрує в функцію оцінки вартості вершини евристичний компонент. Загальна вартість проходження через вузол у цьому випадку визначається як сума реальної вартості шляху від старту до поточного вузла та прогнозованої вартості від поточного вузла до фінішу. Саме наявність прогностичної складової перетворює "сліпий" пошук на цілеспрямований рух. В українській фаховій літературі зазначається, що ефективність подібних жадібних алгоритмів прямо залежить від властивостей обраної евристики [2, С. 373]. Ключовою вимогою до евристичної функції є її допустимість, тобто вона ніколи не повинна переоцінювати реальну відстань до цілі. У разі дотримання цієї умови алгоритм A* гарантовано знаходить найкоротший шлях, але робить це швидше за алгоритм Дейкстри, оскільки фронт пошуку витягується в бік цільової точки [4, С. 186].

Окремий аспект дослідження стосується вибору конкретної метрики для евристичної оцінки. Аналіз джерел та геометричних властивостей простору дозволяє стверджувати, що для графів, представлених у вигляді ортогональної сітки з дозволеним рухом лише по горизонталі та вертикалі, найбільш адекватною є Манхеттенська відстань. Вона точно відображає мінімально необхідну кількість кроків між точками у дискретному просторі [3, С. 191]. Для просторів, де дозволено рух по діагоналі або в довільному напрямку, доцільніше використовувати Евклідову відстань. Важливо зазначити, що у випадку, коли евристична функція дорівнює нулю, алгоритм A* математично зводиться до алгоритму Дейкстри, що підтверджує їхню спорідненість та спільну теоретичну базу [5, С. 208].

Розгляд питання ресурсомісткості виявив, що обидва алгоритми мають схожі вимоги до оперативної пам'яті, оскільки змушені зберігати інформацію про всі відвідані та виявлені вершини. У найгіршому випадку просторова складність зростає лінійно або експоненціально залежно від коефіцієнта розгалуження графа. Проте, завдяки евристичному відсіканню гілок, алгоритм A* на практиці заповнює пам'ять повільніше, що робить його пріоритетним вибором для задач реального часу, де критичною є швидкість реакції системи [3, С. 191].

Підсумовуючи проведений аналіз, можна зробити висновок, що вибір між алгоритмом Дейкстри та A* повинен базуватися на наявності інформації про цільову точку. Алгоритм Дейкстри залишається надійним інструментом для задач, де необхідно знайти шляхи від одного джерела до всіх інших вершин графа, наприклад, при розрахунку маршрутизації в мережах. Натомість для навігації "точка-точка", де координати фінішу відомі, алгоритм A* забезпечує перевагу в швидкодії. Подальші перспективи розвитку методів пошуку шляху вбачаються в дослідженні ієрархічних підходів та використанні динамічних евристик, що адаптуються до змін у топології графа.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Рівест Р., Стайн К. Вступ до алгоритмів : переклад з англ. 3-тє вид. Київ : К.І.С., 2019. 1288 с.
2. Ковалюк Т. В. Алгоритмізація та програмування : підручник. Львів : Магнолія 2006, 2013. 400 с.
3. Креневич А. П. Алгоритми та структури даних : підручник. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2021. 200 с.
4. Шаховська Н. Б., Голощук Р. О. Алгоритми і структури даних : посібник. Львів : Магнолія 2006, 2024. 215 с.
5. Матвієнко М. П. Теорія алгоритмів : навчальний посібник. Київ : Ліра-К, 2014. 340 с.

Слободянюк Вадим Олександрович – студент групи 4ПІ-24б, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: 04-24-359.stud@vntu.edu.ua

Власенко Данило Володимирович – асистент кафедри програмного забезпечення, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: vlasenkodanylo@vntu.edu.ua

Slobodianiuk Vadym Oleksandrovych – student of group 4PI-24b, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: 04-24-359.stud@vntu.edu.ua

Vlasenko Danylo Volodymyrovych – Assistant Lecturer at the Department of Software, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: vlasenkodanylo@vntu.edu.ua

Денисюк Алла Василівна – асистент кафедри програмного забезпечення, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: dealla@vntu.edu.ua

Denisyuk Alla Vasylivna – Assistant Lecturer at the Department of Software, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: dealla@vntu.edu.ua