



Наукові перспективи
Видавнича група

№ 5 (59)

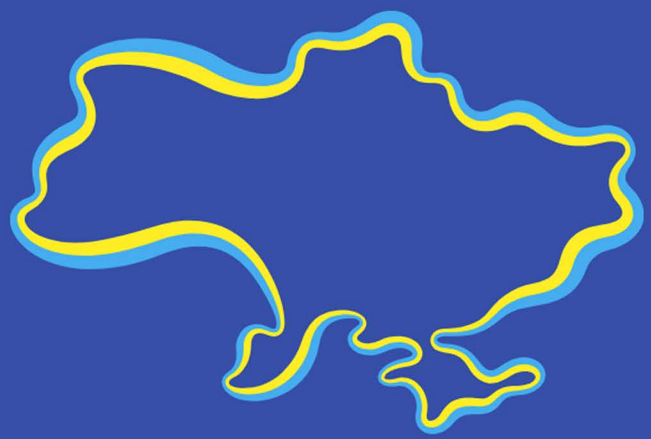
2026

ІТ НАУКА ТЕХНІКА

СЬОГОДНІ



З Україною
в серці!



Видавнича група «Наукові перспективи»

Всеукраїнська Асамблея докторів наук із державного управління

«Наука і техніка сьогодні»

Випуск № 5(59) 2026

Київ – 2026

Publishing Group «Scientific Perspectives»

Ukrainian Assembly of Doctors of Sciences in Public Administration

"Science and technology today"

Issue № 5(59) 2026

Kyiv – 2026

ISSN 2786-6025 Online

УДК 001.32:1 /3](477)(02)

R40-05553

DOI:  Crossref
we use DOIs

[https://doi.org/10.52058/2786-6025-2026-5\(59\)](https://doi.org/10.52058/2786-6025-2026-5(59))

**«Наука і техніка сьогодні» (Серія «Педагогіка», Серія «Право», Серія «Економіка»,
Серія «Фізико-математичні науки», Серія «Техніка»):
журнал. 2026. № 5(59) 2026. С. 6514**



*Згідно наказу Міністерства освіти і науки України від 07.04.2022 № 320 журналу
присвоєно категорію "Б" із економіки та педагогіки (спеціальності – 015 -
Педагогічні науки; 076 - Економічні науки)*

*Згідно наказу Міністерства освіти і науки України від 06.06.2022 № 530 журналу
присвоєно категорію "Б" із права (спеціальність – 081 Юридичні науки)*

*Згідно наказу Міністерства освіти і науки України від 10.10.2022 № 894 журналу присвоєно
категорію "Б" із техніки (спеціальність - 122 Комп'ютерні науки)*

*Журнал видається за підтримки Міждержавної гільдії інженерів консультантів, Інституту філософії та
соціології Національної Академії Наук Азербайджану (Баку, Азербайджан), громадської організації «Християнська
академія педагогічних наук України» та громадської організації «Всеукраїнська асоціація педагогів і психологів з
духовно-морального виховання»*

*Рекомендовано до видавництва Президією Всеукраїнської Асамблеї докторів наук з державного управління
(Рішення від 25.05.2026, № 9/3-1/26)*



Журнал включено до міжнародної наукометричної бази Index
Copernicus (IC), міжнародної пошукової системи Google Scholar та до
міжнародної наукометричної бази даних Research Bible

Згідно Порядку формування Переліку наукових фахових видань України, затвердженого наказом МОН
України від 15.01.2018 № 32, повнотекстовий доступ до наукових статей журналу представлений на платформі
«Наукова періодика України» в Національній бібліотеці України імені В.І. Вернадського НАН України та в
Національному репозитарії академічних текстів

Головний редактор:



Коренева Інна Миколаївна - доктор педагогічних наук, професор, декан факультету природничої і фізико-математичної освіти Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка; професор кафедри теорії і методики викладання природничих дисциплін Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка (Україна)

Редакційна колегія:

1. **Біляковська Ольга Орестівна** доктор педагогічних наук, професор, завідувачка кафедри загальної педагогіки та педагогіки вищої школи Львівського національного університету імені Івана Франка (Україна)
2. **Воровка Маргарита Іванівна** – докторка педагогічних наук, професорка, професорка кафедри освітології та педагогіки мистецтва Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького (Україна)

- Краснюк М.Т., Кулаженко В.В., Савінков Н.Д.** 4865
ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЕВРИСТИЧНИХ ТА МЕТАЕВРИСТИЧНИХ ТЕХНОЛОГІЙ МАТЕМАТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ДЛЯ ПІДТРИМКИ АКСЕЛERAЦІЇ ІННОВАЦІЙНИХ БІЗНЕС-ПРОЄКТІВ ПІД ЧАС ПЕРЕХОДУ ВІД VUCA- ДО BANI-СВІТУ
- Криворучко О.В., Шкарупило В.В., Кулініч О.М., Шестак Я.І.** 4883
АДАПТИВНІ МЕТОДИ УПРАВЛІННЯ ВІРТУАЛІЗОВАНИМИ РЕСУРСАМИ В МЕРЕЖАХ ЗАКЛАДІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ НА ОСНОВІ АРХІТЕКТУРИ SDN/NFV
- Крижанівська І.В., Ткачук А.Г., Пуховський Є.С., Біленький І.О.** 4898
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ МЕХАТРОННІ СИСТЕМИ ПРОГНОЗНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ПРОМИСЛОВИХ РОБОТІВ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ПАРАМЕТРІВ ВІБРАЦІЇ, СТРУМУ ТА ТЕМПЕРАТУРИ
- Крилик Л.В.** 4913
ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ В ОБЧИСЛЕНІ ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ
- Крилик Л.В., Романець К.В.** 4926
РОЗРОБКА TELEGRAM-БОТА ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ ФЕЙКОВИХ НОВИН ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ NLP І МОДЕЛЕЙ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ
- Кубицький В.О., Божок А.В.** 4941
ЗБЕРЕЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ В ПРОМІЖНИХ ШАРАХ ГЛИБОКИХ МЕРЕЖ: ВПЛИВ АРХІТЕКТУРНИХ РІШЕНЬ НА ЯКІСТЬ БАГАТОРІВНЕВИХ ПРЕДСТАВЛЕНЬ ДЛЯ ЗАДАЧ ПОДІБНОСТІ
- Кукла О.С.** 4953
МЕТОДИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КІБЕРСТІЙКОСТІ ТА ВІДМОВОСТІЙКОСТІ ВЕБ-ІНФРАСТРУКТУРИ В УМОВАХ МАСОВАНИХ КІБЕРАТАК: ДОСВІД УКРАЇНСЬКИХ ХОСТИНГ-ПРОВАЙДЕРІВ
- Кучерук С.В.** 4965
ФОТОКАТАЛІТИЧНА ДЕСТРУКЦІЯ АНІОННИХ БАРВНИКІВ: МОДЕЛЮВАННЯ Й ОПТИМІЗАЦІЯ ПРОЦЕСІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Крилик Людмила Вікторівна кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, <https://orcid.org/0000-0001-6642-754X>

ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ В ОБЧИСЛЕНІ ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ

Анотація. У статті розглянуто особливості застосування чисельних методів в обчисленні визначеного інтеграла з використанням класичного математичного апарату квадратурних формул прямокутників, трапеції та Сімпсона (парабол). Застосування чисельного інтегрування є критично важливим, оскільки воно дозволяє розв'язувати математичні задачі, які неможливо або надто складно обчислити аналітично за допомогою класичної формули Ньютона-Лейбніца. На основі отриманих результатів доведено, що формула Сімпсона забезпечує найвищу точність обчислень порівняно з формулами прямокутників і трапецій за однакової кількості розбиття інтервалу. Формула Сімпсона може бути застосована для рівномірно розташованих вузлів у разі парної кількості підінтервалів і непарної кількості вузлів. Формула Сімпсона має четвертий порядок точності. Похибка обчислень формул лівих та правих прямокутників має перший порядок точності. Вона більша, ніж для формули середніх прямокутників через порушення симетрії. Формула середніх прямокутників та трапеції має другий порядок точності. Точність квадратурної формули характеризується порядком залишкового члена відносно степеня кроку інтегрування.

Квадратурну формулу вважають тим точнішою, чим більший порядок її залишкового члена. Крім того, залишковий член квадратурних формул залежить від кроку інтегрування. Застосовано теоретичну та практичну реалізацію, яка є оптимальною для розв'язання прикладних задач, де аналітичне знаходження первісної є неможливим або занадто складним. З метою якісного сприйняття інформації та її засвоєння для обчислень залучено систему комп'ютерної математики Maple V R4. Використання системи комп'ютерної математики Maple V R4 дозволило не лише автоматизувати громіздкі обчислення, а й отримати наочну візуалізацію процесу інтегрування. Використання таких систем, як Maple, Wolfram Mathematica та MATLAB, дозволяє не лише автоматизувати обчислювальний процес, а й візуалізувати динаміку наближення, що критично важливо для аналізу збіжності алгоритмів.

Ключові слова: чисельне інтегрування, визначений інтеграл, обчислення, формула прямокутників, формула трапеції, формула Сімпсона (парабол).

Krylik Lyudmila Viktorivna Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department for Computer Science, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, <https://orcid.org/0000-0001-6642-754X>

FEATURES OF THE APPLICATION OF NUMERICAL METHODS IN THE CALCULATION OF DEFINITE INTEGRALS

Abstract. The article discusses the features of the application of numerical methods in the calculation of a definite integral using the classical mathematical apparatus of quadrature formulas for rectangles, trapezoids and Simpson's (parabolas). The use of numerical integration is critically important, since it allows solving mathematical problems that are impossible or too difficult to calculate analytically using the classical Newton-Leibniz formula. Based on the results obtained, it is proven that Simpson's formula provides the highest accuracy of calculations compared to the formulas for rectangles and trapezoids for the same number of interval divisions. Simpson's formula can be applied to evenly spaced nodes in the case of an even number of subintervals and an odd number of nodes. Simpson's formula has the fourth order of accuracy. The calculation error of the formulas of the left and right rectangles has the first order of accuracy. It is larger than for the formula of the middle rectangles due to symmetry violation. The formula of the middle rectangles and trapezoids has the second order of accuracy. The accuracy of the quadrature formula is characterized by the order of the residual term relative to the degree of the integration step.

The quadrature formula is considered to be more accurate, the higher the order of its residual term. In addition, the residual term of the quadrature formulas depends on the integration step.

A theoretical and practical implementation has been applied, which is optimal for solving applied problems where analytical finding of the initial is impossible or too complicated. In order to qualitatively perceive information and assimilate it, the Maple V R4 computer mathematics system was used for calculations. The use of the Maple V R4 computer mathematics system allowed not only to automate cumbersome calculations, but also to obtain a visual visualization of the integration process. The use of such systems as Maple, Wolfram Mathematica and MATLAB allows not only to automate the computational process, but also to visualize the dynamics of approximation, which is critically important for analyzing the convergence of algorithms.

Keywords: numerical integration, definite integral, calculus, rectangle formula, trapezoid formula, Simpson's formula (parabola).

Постановка проблеми. Формула Ньютона-Лейбніца досить зручна для обчислення визначених інтегралів. Однак на практиці дуже рідко вдається обчислити точно визначений інтеграл чи проінтегрувати звичайне диференціальне рівняння. Для багатьох функцій, які виникають у реальних фізичних чи економічних процесах, первісна не виражається через елементарні функції. Навіть якщо первісна існує, її знаходження може бути занадто трудомістким для швидких практичних розрахунків, що ускладнює обчислення інтеграла за формулою Ньютона-Лейбніца або воно взагалі стає неможливим. Часто на практиці підінтегральна функція задається таблично або графічно, що також унеможливує використання аналітичних методів. У всіх згаданих випадках для обчислення визначеного інтеграла доцільно використовувати чисельні методи [1–6].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теоретичний фундамент чисельного інтегрування та розробка квадратурних формул закладені у класичних працях з обчислювальної математики. Основним об'єктом вивчення обчислювальної математики є чисельні методи розв'язування різноманітних математичних задач та алгоритмізація цих методів. Чисельні методи, на відміну від аналітичних, дають не загальні, а частинні розв'язки з певною похибкою. Попри ґрунтовну теоретичну базу, актуальним залишається питання вибору оптимального методу для специфічних типів функцій, які виникають у прикладних задачах [1–6].

Нині зміщують акцент на інтеграцію математичних методів у середовища комп'ютерної математики. Використання таких систем, як Maple, Wolfram Mathematica та MATLAB, дозволяє не лише автоматизувати обчислювальний процес, а й візуалізувати динаміку наближення, що критично важливо для аналізу збіжності алгоритмів [7, 8].

Метою статті є практичне застосування квадратурних формул в обчисленні визначених інтегралів.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо обчислення визначеного інтеграла з використанням класичного математичного апарату квадратурних формул прямокутників [1–5]:

лівих прямокутників

$$I_n \approx \frac{b-a}{n} (y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}), \quad R \leq \frac{(b-a)h}{2} \max_{[a,b]} |f'(x)|, \quad (1)$$

правих прямокутників

$$I_n \approx \frac{b-a}{n} (y_1 + y_2 + \dots + y_n), \quad R \leq \frac{(b-a)h}{2} \max_{[a,b]} |f'(x)|, \quad (2)$$

середніх прямокутників

$$I_{cn} \approx \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{x_k + x_{k+1}}{2}\right), \quad R \leq \frac{(b-a)h^2}{24} \max_{[a;b]} |f''(x)|, \quad (3)$$

трапеції:

$$I_T \approx h \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right), \quad R \leq \frac{(b-a)h^2}{12} \max_{[a,b]} |f''(x)|, \quad (4)$$

та Сімпсона (парабол):

$$I_C \approx \frac{h}{3} [(y_0 + y_m) + 4(y_1 + \dots + y_{2m-1}) + 2(y_2 + \dots + y_{2m-2})], \quad (5)$$

$$R \leq \frac{(b-a)h^4}{180} \max_{[a,b]} |f^{(4)}(x)|.$$

З метою графічної візуалізації результату обчислень застосуємо середовище системи Maple V R4. Для обчислення невизначених і визначених інтегралів Maple надає такі функції:

int(f,x) int(f,x=a..b) int(f,x=a..b, continuous),
Int(f,x) Int(f,x=a..b) Int(f,x=a..b, continuous),

де **f** – підінтегральна функція;

x – змінна, за якою виконуються обчислення;

a і **b** – нижня і верхня межі інтегрування;

continuous – необов'язкові додаткові умови.

Maple намагається знайти аналітичне значення інтеграла із заданою підінтегральною функцією.

Якщо це не вдається (наприклад, для інтегралів у закритій формі), то повертається вихідний запис інтеграла.

Для обчислення визначеного інтеграла потрібно використовувати функцію **evalf(int(f,x=a..b))**.

Крім того, існує ряд пакетів (**packages**), які можна під'єднати.

Додаткові функції із пакетів можуть застосовуватись після оголошення під'єднання пакета за допомогою команди **with(name)**, де **name** – це ім'я під'єданого пакета.

Пакет **student** – найважливіший пакет для студентів та аспірантів. В ньому зібрані найпоширеніші і необхідні функції, які студенти зазвичай використовують на практичних заняттях, при підготовці курсових і дипломних проектів та робіт.

Набір цих функцій, в основному, відноситься до математичного аналізу. Одночасно із студентами ці функції використовують професіонали-математики та науковці, що використовують математичні методи у своїй роботі. Розглянемо обчислення визначених інтегралів в середовищі пакета **student** за допомогою функцій:

leftbox – графічна ілюстрація інтегрування за методом лівих прямокутників;

rightbox – графічна ілюстрація інтегрування за методом правих прямокутників;

middlebox – графічна ілюстрація інтегрування за методом середніх (центральных) прямокутників;

simpson – числове наближення до інтеграла за методом Сімпсона;

trapezoid – числове наближення до інтеграла за методом трапеції.

Синтаксис:

leftbox(f(x), x=a..b, o) та **leftbox(f(x), x=a..b, n, 'shading'= <color>, o)**;

rightbox (f(x), x=a..b, o) та **rightbox (f(x), x=a..b, n, 'shading'= <color>, o)**;

middlebox (f(x), x=a..b, o) та **middlebox (f(x), x=a..b, n, 'shading'= <color>, o)**;

simpson (f(x), x=a..b) та **simpson (f(x), x=a..b, n)**;

trapezoid (f(x), x=a..b) та **trapezoid (f(x), x=a..b, n)**;

де **f(x)** – функція змінної **x**;

x – змінна інтегрування;

a – ліва межа області інтегрування;

b – права межа області інтегрування;

n – число показаних прямокутників;

color – колір прямокутників;

o – параметри.

leftsum – числове наближення до інтеграла лівими прямокутниками;

rightsum – числове наближення до інтеграла правими прямокутниками;

middlesum – числове наближення до інтеграла середніми (центральними) прямокутниками;

evalf – обчислення значення визначеного інтеграла [7].

ISSN 2786-6025 Online

Проведемо обчислення визначеного інтеграла розбивши відрізок інтегрування на $n=10$ рівних частин

$$I = \int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx.$$

Використовуючи функції $\text{Int}(f,x=a..b)$ та $\text{int}(f,x=a..b)$ обчислимо наведений вище інтеграл:

> $\text{Int}(f,x=0..1)=\text{evalf}(\text{int}(f,x=0..1));$

Точне значення визначеного інтеграла отримано в середовищі системи комп'ютерної алгебри Maple V R4 (рис. 1).

> **restart; f:=x/(x^2+1);**

$$f := \frac{x}{x^2 + 1}$$

> **Int(f, x=0..1)=evalf(int(f, x=0..1));**

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx = .3465735903$$

Рис. 1. Результат обчислення визначеного інтеграла в середовищі Maple V R4

Розв'язання. Визначимо крок інтегрування

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{1-0}{10} = 0,1.$$

Складемо таблиці значень підінтегральної функції (табл. 1 і табл. 2).

Таблиця 1

Вихідні значення для квадратурних формул лівих та правих прямокутників, трапеції, Сімпсона

k	0	1	2	3	4	5
x_k	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$f(x_k)$	0	0,09901	0,19231	0,27523	0,34483	0,40000

Продовження таблиці 1

k	6	7	8	9	10
x_k	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$f(x_k)$	0,44118	0,46980	0,48781	0,49724	0,50000

Таблиця 2

Вихідні значення для квадратурної формули середніх прямокутників

k	0	1	2	3	4	5
$x_{k+1/2}$	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55
$f(x_{k+1/2})$	0,04988	0,14670	0,23529	0,31180	0,37422	0,42227

Продовження таблиці 2

k	6	7	8	9
$x_{k+1/2}$	0,65	0,75	0,85	0,95
$f(x_{k+1/2})$	0,45694	0,48000	0,49347	0,49934

Користуючись узагальненою формулою лівих прямокутників (1) та даними табл. 1, маємо:

$$I_{\Pi} \approx h \sum_{k=0}^9 f(x_k) = 0,1 \cdot (0 + 0,09901 + 0,19231 + 0,27523 + 0,34483 + 0,40000 + 0,44118 + 0,46980 + 0,48781 + 0,49724) = 0,32074.$$

На рис. 2. подано обчислення визначеного інтеграла за допомогою функції `leftsum` в пакеті `student`.

```
> with(student): leftsum(x/(x^2+1), x=0..1, 10);
```

$$\frac{1}{10} \left(\sum_{i=0}^9 \left(\frac{1}{10} \frac{i}{\frac{1}{100} i^2 + 1} \right) \right)$$

```
> evalf(1/10*Sum(1/10*i/(1/100*i^2+1), i = 0 .. 9));
```

```
.3207392113
```

Рис. 2. Обчислення визначеного інтеграла за допомогою функції `leftsum` в пакеті `student`

ISSN 2786-6025 Online

Графічна ілюстрація інтегрування (рис. 3) за формулою лівих прямокутників.

```
> restart; with(student): leftbox(x/(x^2+1), x=0..1, 10, color=black, style=line, 'shading'=grey);
```

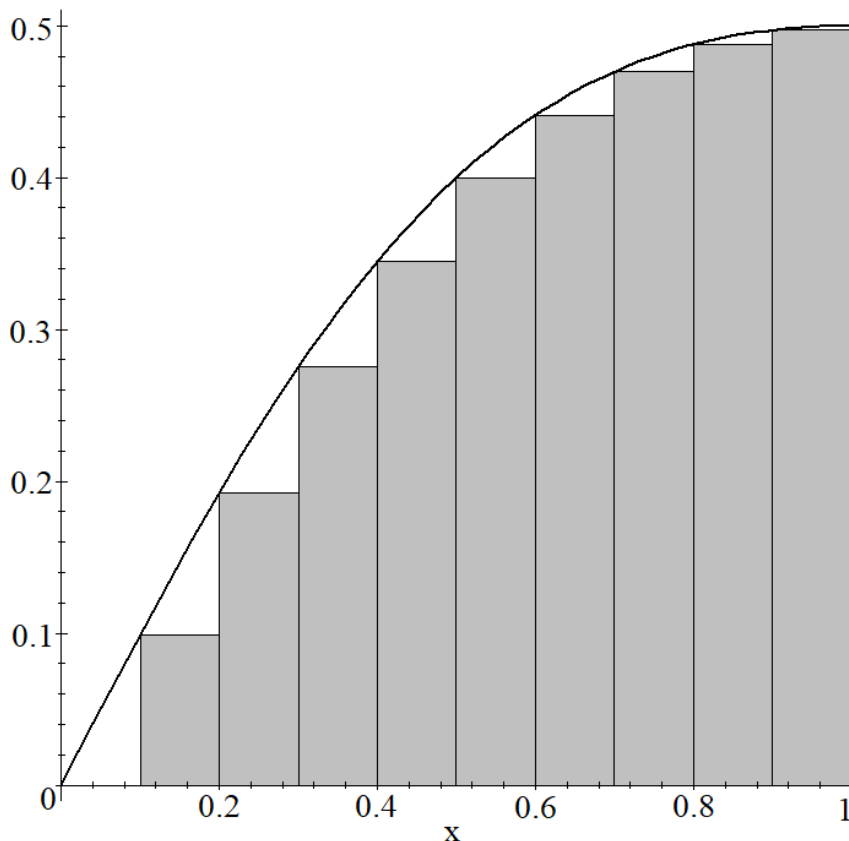


Рис. 3. Графічна ілюстрація інтегрування за формулою лівих прямокутників

Користуючись формулою правих прямокутників (2), на основі даних табл. 1 отримаємо:

$$I_{II} \approx h \sum_{k=1}^{10} f(x_k) = 0,1 \cdot (0,09901 + 0,19231 + 0,27523 + 0,34483 + 0,40000 + 0,44118 + 0,46980 + 0,48781 + 0,49724 + 0,50000) = 0,37074.$$

На рис. 4. подано обчислення визначеного інтеграла за допомогою функції rightsum в пакеті student.

```
> restart; with(student): rightsum(x/(x^2+1), x=0..1, 10);
```

$$\frac{1}{10} \left(\sum_{i=1}^{10} \left(\frac{1}{10} \frac{i}{\frac{1}{100} i^2 + 1} \right) \right)$$

```
> evalf(1/10*Sum(1/10*i/(1/100*i^2+1), i = 1 .. 10));
```

```
.3707392113
```

Рис. 4. Обчислення визначеного інтеграла за допомогою функції rightsum в пакеті student

Графічна ілюстрація інтегрування (рис. 5) за формулою правих прямокутників.

```
> restart; with(student): rightbox(x/(x^2+1), x=0..1, 10, color=black, style=line, 'shading'=grey);
```

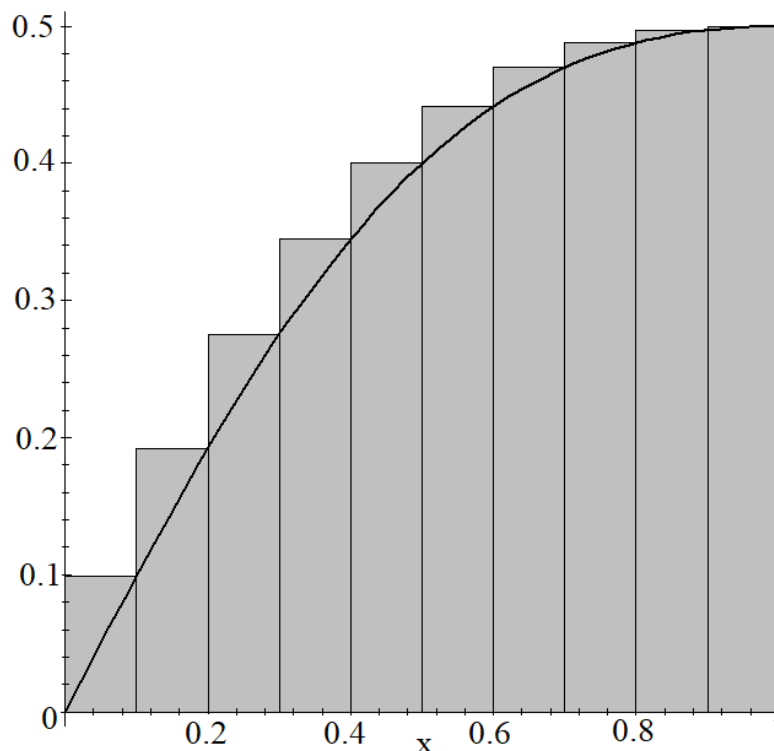


Рис. 5. Графічна ілюстрація інтегрування за формулою правих прямокутників

На основі даних табл. 2 за формулою середніх прямокутників (3) матимемо:

$$I_{\text{сер}} \approx h \sum_{k=0}^9 f(x_{k+1/2}) = 0,1 \cdot (0,04988 + 0,14670 + 0,23529 + \\ + 0,31180 + 0,37422 + 0,42227 + 0,45694 + 0,48000 + \\ + 0,49347 + 0,49934) = 0,34699.$$

На рис. 6. подано обчислення визначеного інтеграла за допомогою функції `middlesum` в пакеті `student`.

```
> restart; with(student):middlesum(x/(x^2+1), x=0..1, 10);
```

$$\frac{1}{10} \left(\sum_{i=0}^9 \frac{\frac{1}{10}i + \frac{1}{20}}{\left(\frac{1}{10}i + \frac{1}{20}\right)^2 + 1} \right)$$

```
> evalf(1/10*Sum((1/10*i+1/20)/((1/10*i+1/20)^2+1), i = 0 .. 9));
```

.3469911723

Рис. 6. Обчислення визначеного інтеграла за допомогою функції `middlesum` в пакеті `student`

Графічна ілюстрація інтегрування (рис. 7) за формулою середніх прямокутників.

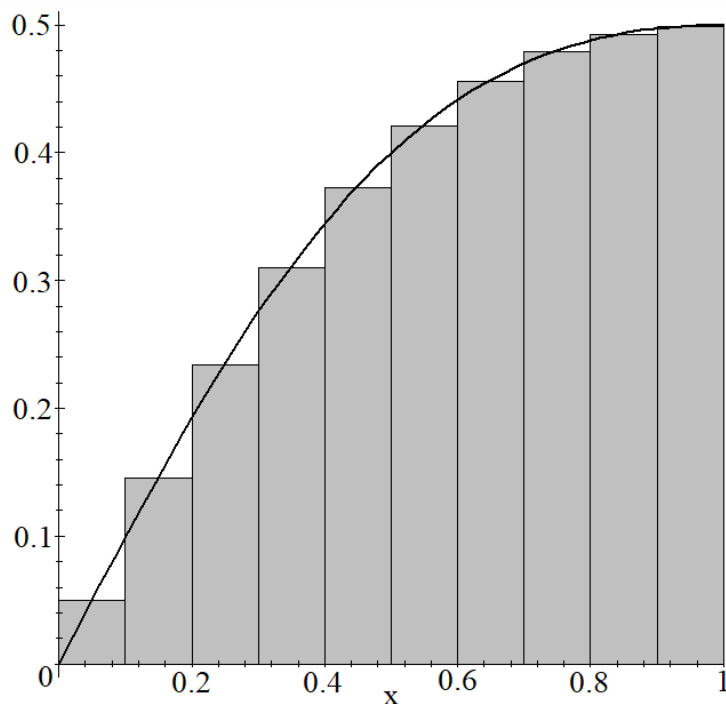


Рис. 7. Графічна ілюстрація інтегрування за формулою середніх прямокутників

Користуючись формулою трапеції (4), на основі даних табл. 1 отримаємо:

$$I = h \left(\frac{f(x_0) + f(x_{10})}{2} + \sum_{k=1}^9 f(x_k) \right) = 0,1 \cdot \left(\frac{0 + 0,50000}{2} + 0,09901 + \right. \\ \left. + 0,19231 + 0,27523 + 0,34483 + 0,400000 + 0,44118 + 0,46980 + \right. \\ \left. + 0,48781 + 0,49724 \right) = 0,34574.$$

На рис. 8. подано обчислення визначеного інтеграла за допомогою функції trapezoid в пакеті student.

```
> restart; with(student): trapezoid(x/(x^2+1), x=0..1, 10);
```

$$\frac{1}{40} + \frac{1}{10} \left(\sum_{i=1}^9 \left(\frac{1}{10} \frac{i}{100 i^2 + 1} \right) \right)$$

```
> evalf(1/40+1/10*Sum(1/10*i/(1/100*i^2+1), i = 1 .. 9));
```

.3457392113

Рис. 8. Обчислення визначеного інтеграла за допомогою функції trapezoid в пакеті student

Користуючись формулою Сімпсона (5), на основі даних табл. 1 отримаємо:

$$I = \frac{h}{3} \left((y_0 + y_{10}) + 4 \sum_{k=0}^4 f(x_{2k+1}) + 2 \sum_{k=0}^4 f(x_{2k}) \right) = \frac{0,1}{3} \cdot ((0 + 0,50000) + \\ + 4 \cdot (0,09901 + 0,27523 + 0,40000 + 0,46980 + 0,49724) + \\ + 2 \cdot (0,19231 + 0,34483 + 0,44118 + 0,48781)) = 0,34658.$$

На рис. 9. подано обчислення визначеного інтеграла за допомогою функції simpson в пакеті student.

```
> restart; with(student): simpson(x/(x^2+1), x=0..1, 10);
```

$$\frac{1}{60} + \frac{2}{15} \left(\sum_{i=1}^5 \frac{\frac{1}{5}i - \frac{1}{10}}{\left(\frac{1}{5}i - \frac{1}{10}\right)^2 + 1} \right) + \frac{1}{15} \left(\sum_{i=1}^4 \left(\frac{1}{5} \frac{i}{25 i^2 + 1} \right) \right)$$

```
> evalf(1/60+2/15*Sum((1/5*i-1/10)/((1/5*i-1/10)^2+1), i = 1 .. 5)+1/15*Sum(1/5*i/(1/25*i^2+1), i = 1 .. 4));
```

.3465778399

Рис. 9. Обчислення визначеного інтеграла за допомогою функції simpson в пакеті student

simpson в пакеті student

Отже, з проведених обчислень можна зробити висновок, що швидку збіжність забезпечує формула Сімпсона. Вона значно точніша за формули прямокутників і трапецій. Її порядок точності – $O(h^4)$. Формула Сімпсона може бути застосована для рівномірно розташованих вузлів у разі парної кількості підінтервалів n і непарної кількості вузлів. Похибка обчислень формул лівих та правих прямокутників має перший порядок точності $O(h)$. Вона більша, ніж для формули середніх прямокутників через порушення симетрії. Формула середніх прямокутників та трапеції має другий порядок точності $O(h^2)$.

Висновки. У ході дослідження було проведено порівняльний аналіз квадратурних формул Ньютона-Котеса, а саме, формул прямокутників, трапецій та Сімпсона. На основі отриманих результатів доведено, що формула Сімпсона (парабол) забезпечує найвищу точність обчислень порівняно з формулами прямокутників і трапецій за однакової кількості розбиття інтервалу. Формула Сімпсона має четвертий порядок точності. Точність квадратурної формули характеризується порядком залишкового члена $R(f)$ відносно степеня кроку інтегрування h . Квадратурну формулу вважають тим точнішою, чим більший порядок її залишкового члена $R(f)$. Вибраний комплекс підходів (теоретичний і практична реалізація) є оптимальним для розв'язання прикладних задач, де аналітичне знаходження первісної є неможливим або занадто складним.

Використання системи комп'ютерної математики Maple дозволило не лише автоматизувати громіздкі обчислення, а й отримати наочну візуалізацію процесу інтегрування.

Література:

1. Методи та алгоритми комп'ютерних обчислень. Теорія і практика: підручник / Р.Н. Кветний, Я.В. Іванчук, І.В. Богач, О.Ю. Софіна, М.В. Барабан. – Вінниця : ВНТУ, 2023. – 280 с.
2. Кутнів М.В. Чисельні методи : підручник / М.В. Кутнів, Я.В. Пізюр. – Львів : Растр-7, 2024. – 277 с.
3. Білушак Г.І. Аналітичні та чисельні методи дослідження. Статистичні методи аналізу даних : навч. посіб. : для здобувачів вищ. освіти / Г.І. Білушак. – Львів : Растр-7, 2024. – 315 с.
4. Чисельні методи розв'язання технічних задач: підручник / Н.С. Ремез, В.Б. Кисельов, А.О. Дичко, Ю.Ю. Мінаєв. – Одеса : Видавничий дім «Гельветика», 2022. – 186 с.
5. Чисельні методи комп'ютерного аналізу : навч. посіб. / В.Я. Воропаєва, І.К. Локтіонов, Л.П. Мироненко, В.В. Турупалов. – Львів : «Магнолія 2006», 2025. – 224 с.

6. Черняк О. Застосування методу середніх прямокутників для отримання комплексного показника безпеки праці / О. Черняк, Н. Сороколат, В. Бурдейна, Л. Фатєєва, І. Багаєв // Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості. – 2023. – № 1(23). – С. 115-122.

7. Возняк О.М. Використання середовища Maple для розв'язування задач квантової механіки: навч. посіб. / О.М. Возняк, В.В. Прокопів, Л.І. Никируй. – Івано-Франківськ : Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, 2017. – 156 с.

8. Maple Calculator: Math Solver [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.maplesoft.companion&hl=uk&pli=1>.

References:

1. Kviatnyi, R.N., Ivanchuk, Ya.V., Bohach, I.V., Sofyna, O.Yu., & Baraban, M.V. (2023). *Metody ta alhorytmy kompiuternykh obchyslen. Teoriia i praktyka [Methods and algorithms of computer calculations. Theory and practice]*. Vinnytsia : VNTU [in Ukrainian].

2. Kutniv, M.V., & Piziur, Ya.V. (2024). *Chyselni metody [Numerical methods]*. Lviv : Rastr-7 [in Ukrainian].

3. Bilushchak, H.I. (2024). *Analitychni ta chyselni metody doslidzhennia. Statystychni metody analizu danykh [Analytical and numerical research methods. Statistical methods of data analysis]*. Lviv : Rastr-7 [in Ukrainian].

4. Remez, N.S., Kyselov, V.B., Dychko, A.O., & Minaiev, Yu.Yu. (2022). *Chyselni metody rozv'iazannia tekhnichnykh zadach [Numerical methods for solving technical problems]*. Odesa : Vydavnychiy dim «Helvetyka» [in Ukrainian].

5. Voropaieva, V.Ia., Loktionov, I.K., Myronenko, L.P., & Turupalov, V.V. (2025). *Chyselni metody kompiuternoho analizu [Numerical methods of computer analysis]*. Lviv : «Mahnoliia 2006» [in Ukrainian].

6. Cherniak, O., Sorokolat, N., Burdeina, V., Fatieieva, L., & Bahaiev, I. (2023). *Zastosuvannia metodu serednykh priamokutnykh dlia otrymannia kompleksnoho pokaznyka bezpeky pratsi [Application of the mean rectangular method to obtain a complex occupational safety indicator]*. *Suchasnyi stan naukovykh doslidzhen ta tekhnolohii v promyslovosti – Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries, 1(23)*, 115-122 [in Ukrainian].

7. Vozniak, O.M., Prokopiv, V.V., & Nykyrui, L.I. (2017). *Vykorystannia seredovyshcha Maple dlia rozv'iazuvannia zadach kvantovoi mekhaniky [Using the Maple environment to solve quantum mechanics problems]*. Ivano-Frankivsk : Prykarpatskyi natsionalnyi universytet imeni Vasylia Stefanyka [in Ukrainian].

8. Maple Calculator: Math Solver. Retrieved from: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.maplesoft.companion&hl=uk&pli=1>.

Дата першого надходження статті до видання: 30.04.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 16.05.2026