

ЧИСЛОВИЙ РОЗВ'ЯЗОК РІВНЯНЬ ГРАНИЧНОГО СТАНУ ҐРУНТІВ

Моргун Алла Серафимівна,

д.т.н., професор,
Вінницький національний технічний університет

Записов Дмитро Васильович,

аспірант,
Вінницький національний технічний університет

Колесник Андрій Вікторович,

аспірант,
Вінницький національний технічний університет

Несуча здатність фундаментної системи характеризує її спроможність сприймати зовнішні навантаження без втрати стійкості та порушення граничного стану ґрунтової основи. Визначення цього показника є одним із ключових завдань сучасної геотехніки, оскільки від точності його оцінювання безпосередньо залежить надійність і безпечність експлуатації будівель та споруд.

Традиційне числове інтегрування рівнянь граничної рівноваги ґрунтового масиву супроводжується значними обчислювальними витратами, особливо при аналізі складних фундаментних систем. У зв'язку з цим актуальним є застосування ефективних числових методів, здатних забезпечити необхідну точність розрахунків при зменшенні обсягу обчислень. Одним із таких підходів є метод граничних елементів (МГЕ), який у даній роботі використано для дослідження напружено – деформованого стану ґрунтових основ та оцінювання їх несучої здатності [1–3].

Для перевірки адекватності запропонованої математичної моделі виконано експериментальні випробування буронабивної палі в інженерно-геологічних умовах будівельного майданчика м. Вінниці. Комплексне поєднання натурних досліджень із числовим моделюванням дозволяє підвищити достовірність прогнозування роботи системи «основа–фундамент – споруда» та забезпечити обґрунтованість проєктних рішень. Використання сучасних методів числового аналізу дає можливість прогнозувати осідання й характер деформування фундаментних конструкцій ще на етапі проєктування, що є важливим чинником забезпечення їх експлуатаційної надійності.

Застосування методу граничних елементів відображає сучасний напрям розвитку числових методів геотехнічного аналізу, спрямований на вдосконалення моделей взаємодії фундаментних конструкцій із ґрунтовым масивом. Як прикладна галузь будівельної науки, механіка ґрунтів поєднує теоретичні положення та інженерні методи оцінювання міцності,

деформативності й стійкості основ, створюючи наукове підґрунтя для ефективного розв'язання практичних задач проектування та будівництва з урахуванням сучасних уявлень про фізико-механічні властивості ґрунтів.

Ключові слова: числове моделювання, математична модель, метод граничних елементів, дилатансія.

Механіка ґрунтів є прикладною галуззю будівельної науки, що охоплює методи оцінювання міцності, деформативності та осідань ґрунтових основ і спрямована на створення наукового підґрунтя для розв'язання практичних задач геотехнічного проектування. У даному дослідженні оцінювання міцності ґрунтового масиву виконано на основі критерію Мізеса–Шлейхера–Боткіна [3]. Для числового розв'язання нелінійної задачі використано ітераційний метод пружних розв'язків О. А. Іллюшина [3, 4], а моделювання пружно-пластичної поведінки ґрунту здійснено із застосуванням дилатансійних кінематичних співвідношень моделі неасоційованого пружно-пластичного середовища, запропонованої В. М. Ніколаєвським [5].

Аналіз процесу взаємодії фундаментної конструкції з ґрунтовою основою свідчить, що на початкових етапах будівництва, коли навантаження ще не досягають критичних значень, ґрунт працює переважно в області пружних деформацій. Формування локальних пластичних зон під краями фундаменту, як правило, починається лише після зведення кількох поверхів будівлі, коли навантаження суттєво зростають. За таких умов для початкових стадій навантаження адекватною є модель лінійно-деформованого середовища, математичний апарат якої базується на положеннях класичної теорії пружності. Саме ця теорія є фундаментом більшості інженерних методик розрахунку міцності та деформативності конструкцій, що визначає її важливе практичне значення.

Ефективність застосування методу граничних елементів для розв'язання задач граничної рівноваги ґрунтових основ перевірено на прикладі визначення несучої здатності буронабивної палі шляхом розв'язання змішаної задачі теорії пружності та теорії пластичності. Використання такого підходу дозволяє значно точніше відтворити реальний напружено-деформований стан системи «основа – фундамент» та отримати більш достовірні результати щодо осідань і несучої здатності порівняно із застосуванням лише однієї з цих теорій.

Розв'язання змішаної задачі ґрунтується на припущенні про одночасне існування у ґрунтовому масиві зон пружного та пластичного деформування, що відповідає реальному механізму роботи основ під навантаженням. Метод граничних елементів забезпечує можливість адекватного відтворення процесу розвитку пластичних деформацій, перерозподілу напружень та наближення системи «основа – фундамент» до граничного стану, що підвищує достовірність прогнозування її несучої здатності.

Запровадження концепції розрахунку за граничними станами до оцінювання роботи ґрунтових основ було зумовлено потребами будівельної практики щодо забезпечення необхідного рівня надійності та безпеки споруд. Теоретичною основою такого підходу стали дослідження Н. М. Герсєванова, який у 1930 році

запропонував розглядати процес деформування ґрунтової основи як послідовність трьох характерних фаз залежно від рівня прикладеного навантаження. Саме ця концепція покладена в основу сучасних методів оцінювання напружено–деформованого стану та несучої здатності фундаментних конструкцій (рис. 1).

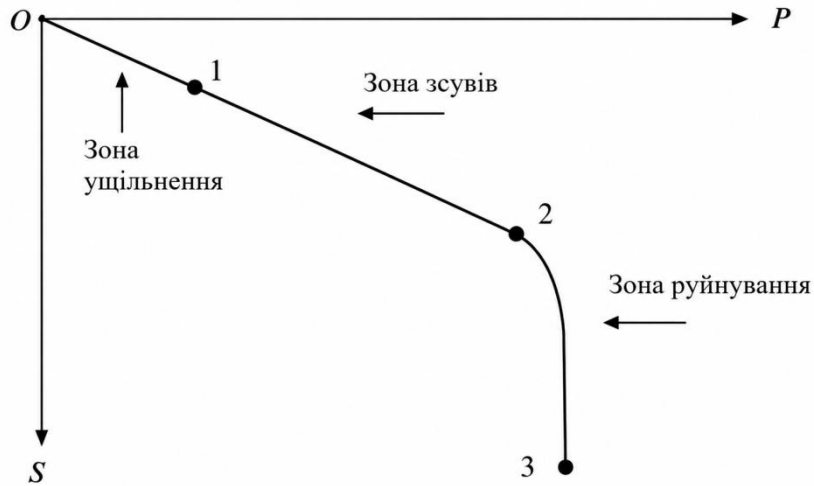


Рисунок 1. – Експериментальна крива $s = f(P)$ Візуалізація
Джерело рисунка: [3]

Відсутність чітко виражених точок перелому на експериментальних кривих навантаження–осідання пояснюється поступовим характером руйнування структурних зв'язків у ґрунтовому масиві. Із підвищенням навантаження процес накопичення пошкоджень відбувається як за рахунок збільшення кількості локальних руйнувань у мікроструктурі ґрунту, так і внаслідок перерозподілу внутрішніх напружень. На завершальній стадії цей процес набуває глобального характеру, що супроводжується формуванням суцільної поверхні руйнування та втратою стійкості ґрунтової основи.

Відповідно до концепції фазового розвитку деформацій ґрунтової основи, запропонованої Н. М. Герсєвановим, процес її роботи під навантаженням можна поділити на три характерні стадії.

Перша фаза характеризується переважно ущільненням ґрунту внаслідок зменшення його пористості без порушення структурної цілісності. На цьому етапі залежність між осіданням фундаменту та прикладеним навантаженням $s=f(P)$ має практично лінійний характер, що свідчить про пружну роботу основи.

Друга фаза відзначається інтенсивнішим приростом осідань при подальшому збільшенні навантаження. Поряд із процесами ущільнення починають розвиватися локальні пластичні деформації та взаємні зсуви ґрунтових частинок. Унаслідок цього крива $s=f(P)$ поступово відхиляється від лінійної залежності, що є ознакою переходу ґрунтової основи до пружно-пластичного стану.

Третя фаза настає після об'єднання окремих зон пластичних деформацій у суцільну поверхню ковзання, яка охоплює всю підшву фундаменту. Подальше збільшення навантаження призводить до різкого переміщення фундаменту вниз

із одночасним витісненням ґрунту в бокові сторони. Ця стадія має раптовий, аварійний характер і відповідає втраті несучої здатності ґрунтової основи.

У загальному випадку деформування ґрунтового масиву під дією навантаження є складним фізико-механічним процесом, що визначається одночасним перебігом фільтраційної консолідації, пов'язаної з витісненням порової рідини, та реологічних процесів у мінеральному скелеті ґрунту. Однією з найважливіших особливостей поведінки ґрунтів є виникнення незворотних структурних деформацій, які істотно впливають на їхню несучу здатність і деформативність.

Структурні деформації є наслідком руйнування сил тертя та зчеплення між окремими структурними елементами ґрунту. Такі деформації мають незворотний характер, локалізуються в межах навантаженої області та виникають після досягнення напруженнями межі пружності матеріалу. За межами безпосередньо навантаженої ділянки структурні осідання практично не проявляються.

Одним із перспективних напрямів підвищення ефективності пальових фундаментів є застосування буронабивних паль, які забезпечують високу несучу здатність, технологічну гнучкість і можливість використання у складних інженерно-геологічних умовах. Їх широке застосування обумовлене ефективною взаємодією з ґрунтовим масивом та можливістю оптимізації конструктивних параметрів фундаментної системи.

Оскільки взаємодія між частинками ґрунту здійснюється переважно через контактні сили, його механічні властивості значною мірою визначаються характером просторового розташування (упаковки) частинок у масиві. Зміна структури цієї упаковки під час навантаження обумовлює опір ґрунту деформуванню, зміну його форми та залежність механічних характеристик від швидкості взаємного переміщення окремих частинок.

Метою роботи є експериментальне дослідження напружено-деформованого стану буронабивної палі довжиною 12 м під дією статичного навантаження в інженерно-геологічних умовах будівельного майданчика м. Вінниці та порівняння отриманих результатів із даними числового моделювання, виконаного методом граничних елементів.

Польові випробування дослідної палі проводилися відповідно до вимог чинних нормативних документів щодо статичних випробувань паль. Навантаження прикладалося за допомогою гідравлічного домкрата ДГО-500, встановленого безпосередньо на оголовку палі. Величину прикладеного навантаження визначали за показами манометра з подальшим перерахунком тиску в атмосферних одиницях у силу навантаження, виражену в кілоньютонах. Для контролю вертикальних переміщень палі використовували прогиноміри типу 6ПАО, які забезпечують точність вимірювання до 0,01 мм, що дозволило отримати достовірні експериментальні дані для подальшого порівняльного аналізу з результатами числового моделювання.

Такий комплексний підхід, що поєднує натурні випробування та числове моделювання методом граничних елементів, дає можливість оцінити

адекватність математичної моделі, уточнити закономірності взаємодії системи «буронабивна паля – ґрунт» та підвищити достовірність прогнозування її несучої здатності й осідань на стадії проектування.

Ґрунтові основи характеризуються складною нелінійною поведінкою, оскільки навіть за малих рівнів навантаження в них виникають незворотні пружно-пластичні деформації, що залежать від попередньої історії навантаження. Адекватний опис такого процесу потребує розв'язання системи нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних, які відображають взаємозв'язок між напруженнями, деформаціями та переміщеннями. У даному дослідженні для числової реалізації інтегрального формулювання рівнянь рівноваги, геометричних і фізичних співвідношень застосовано метод граничних елементів. Використання МГЕ забезпечує високу точність визначення напружено-деформованого стану ґрунтової основи при одночасному скороченні розмірності задачі та зменшенні обсягу обчислень. Методологічною основою дослідження стали фундаментальні положення методу граничних елементів, розроблені К. Бреббією [1].

При спорудженні будівель основними показниками якості роботи є геологічні характеристики ґрунту. За вхідні параметри моделі прийнято середньозважені фізико – механічні характеристики ґрунтової основи:

$$E = 11.25 \text{ МПа}, \varphi = 17.44^\circ, \gamma = 18.32 \text{ кН/м}^3, \vartheta = 0.35, c = 13.16 \text{ кПа}, \\ \rho^{\min} = 1.72 \text{ кН/м}^3, \rho^{\max} = 2.03 \text{ кН/м}^3, P_0 = -2000 \text{ кН/м}^3.$$

Міцність ґрунту оцінювалась модифікованою умовою Мізеса–Шлейхера–Боткіна [3], яка враховує реальне просторове деформування ґрунту та передбачає, що площадки зсуву реалізуються на октаедричних площадках:

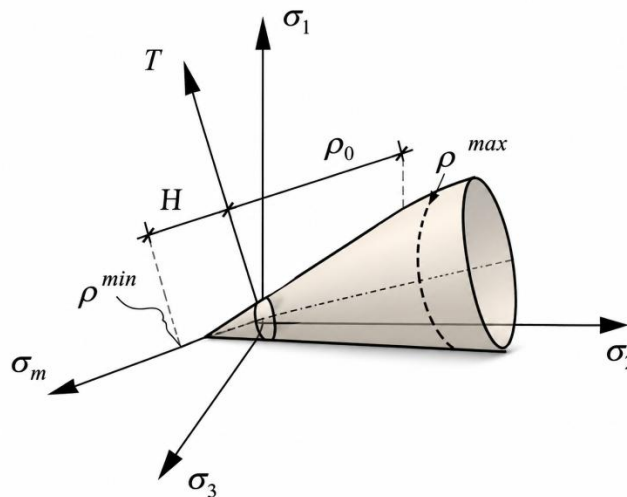


Рисунок 2. – Модифікований критерій текучості Мізеса-Шлейхера-Боткіна
Джерело рисунка: [2]

На **рис. 3** подано порівняльний графік результатів числового моделювання за МГЕ та даних експерименту.

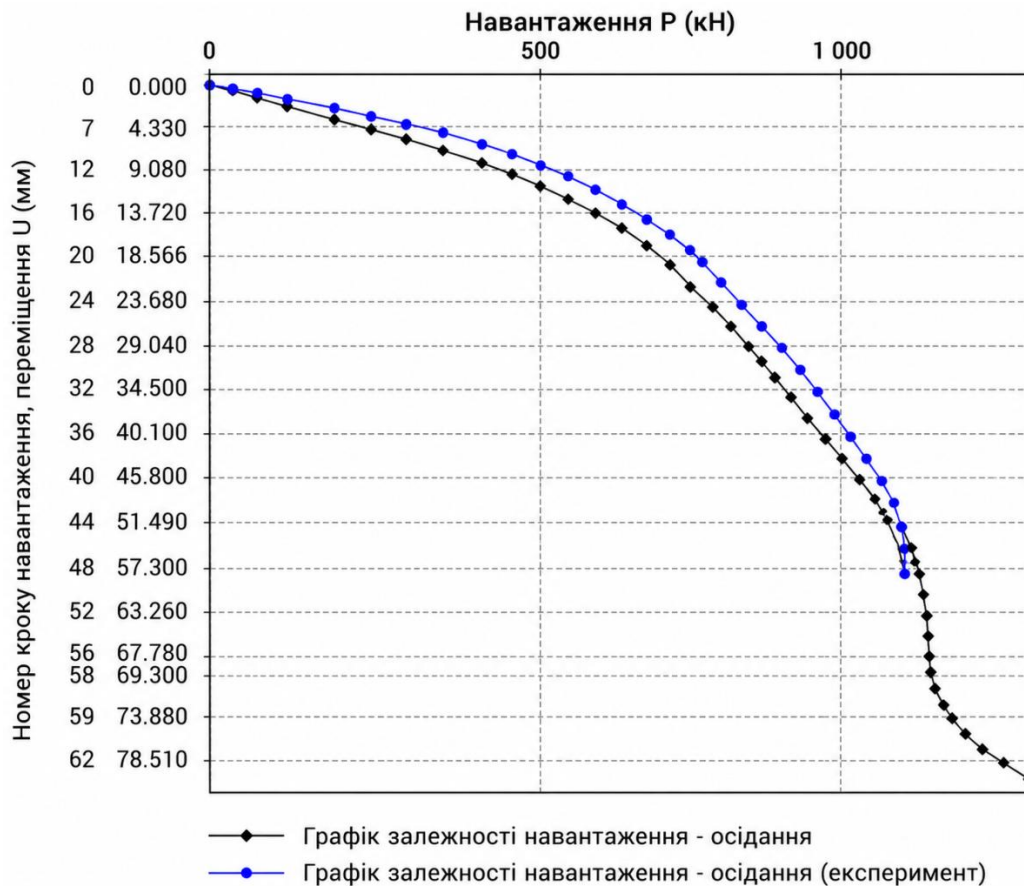


Рисунок 3. – Визначення несучої спроможності буро набивної палі $L = 12$ м за МГЕ (нижня частина графіка) та дані експериментальних досліджень (верхня частина графіка)

Джерело рисунка: розробка авторів Колесника А.В. і Моргун А.С.

У роботі, крім числового моделювання, початкове критичне навантаження на ґрунтову основу визначено за формулою Н. П. Пузиревського. Цей параметр характеризує граничне значення тиску, за якого в жодній точці ґрунтового масиву ще не виникають зони граничної рівноваги. Відповідно, зазначений рівень навантаження є безпечним для експлуатації фундаментних конструкцій та забезпечує роботу основи без розвитку пластичних деформацій [3, 6].

Згідно з вимогами чинних нормативних документів, нормативний тиск на ґрунтову основу рекомендується приймати таким, за якого глибина поширення зон граничної рівноваги не перевищує величини $Z_{\max} = b/4$, де b — ширина підшви фундаменту. Такий критерій забезпечує необхідний запас надійності та запобігає розвитку небезпечних пластичних деформацій у ґрунтовому масиві.

За рівнів навантаження, менших від нормативного тиску, допускається використовувати лінійну залежність між напруженнями та деформаціями, вважаючи, що ґрунт перебуває у фазі ущільнення і його робота описується моделлю лінійно-деформованого середовища. Це дозволяє застосовувати положення класичної теорії пружності для оцінювання напружено-деформованого стану ґрунтової основи та прогнозування осідань фундаментів.

$$P^{kp} = \frac{\pi(\gamma \cdot h + C \cdot \operatorname{ctg} \varphi)}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} + \gamma \cdot h =$$
$$= \frac{\pi(18.32 \frac{kH}{m^3} \cdot 12m + 13.16 \frac{kH}{m^2} \cdot \operatorname{ctg} 17.44^\circ)}{\operatorname{ctg} 17.44^\circ + 17.44^\circ - \frac{180^\circ}{2}} + 18.32 \frac{kH}{m^3} \cdot 12m =$$

521,7 кН

Як видно з графічної залежності, наведеної на рис. 3, на початковій ділянці навантаження–осідання крива «P–S» до значення навантаження 521,7 кН має практично лінійний характер, що свідчить про роботу ґрунтової основи в області пружних деформацій. При цьому експериментально визначене осідання буронабивної палі довжиною 12 м і діаметром 0,30 м становить 11,4 мм, що добре узгоджується з результатами теоретичного розрахунку, виконаного методом пошарового елементарного підсумовування, за яким величина осідання дорівнює 11,8 мм. Незначне розходження між експериментальними та розрахунковими даними (близько 3,4%) підтверджує адекватність використаної розрахункової моделі та її придатність для прогнозування деформативності буронабивних паль у заданих інженерно-геологічних умовах.

Отже, розв'язання змішаної задачі теорії пружності та пластичності забезпечує адекватне відтворення закономірностей деформування ґрунтової основи в широкому діапазоні навантажень, що дозволяє більш достовірно прогнозувати напружено-деформований стан системи «основа – фундамент».

Застосування методу граничних елементів дає можливість виконувати розрахунки напружено-деформованого стану ґрунтових основ за межами розрахункового опору із використанням стандартних фізико-механічних характеристик ґрунтів, отриманих під час інженерно-геологічних вишукувань. Отримані результати числового моделювання демонструють високу збіжність із даними натурних експериментальних досліджень, що підтверджує достовірність запропонованого підходу.

Використання сучасних програмних комплексів і числових методів моделювання створює передумови для розроблення ресурсозберігаючих та техніко-економічно обґрунтованих проєктних рішень, спрямованих на оптимізацію конструктивних параметрів фундаментних систем.

Запропонована методика числового моделювання роботи фундаментних конструкцій дозволяє підвищити точність прогнозування поведінки буронабивних паль під дією статичних навантажень, що сприяє підвищенню надійності, довговічності та економічної ефективності проєктних рішень на всіх стадіях проєктування та експлуатації фундаментів.

Список літератури

1. Бреббія К. Методи граничних елементів / К. Бреббія, Ж. Теллес, Л.Вроубел. – 1987.-525 с.

2. Бойко І.П. Особливості взаємодії плитних фундаментів значних розмірів з ґрунтовою основою. КНУБА. Збірник Основи та фундаменти № 50. 2025. С.9-12.
3. Моргун А. С. Теорія пластичної течії в механіці ґрунтів // А. С. Моргун. – Вінниця : ВНТУ. – 2013 – 108с.
4. Бойко І. П. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / і. П. Бойко, О. В. Сахаров // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково – технічний збірник. – К.: КНУБА. – 2004. – Вип. 28.– С. 3-10.
5. Ніколаєвський В. Н. Дилатансія та закони незворотного деформування ґрунтів / В. Н. Ніколаєвський // Зб. Основи, фундаменти та механіка ґрунтів. – 1979. – № 5. – С. 29-31.
6. Інженерна геологія. Механіка ґрунтів, основи і фундаменти: Підручник / М. Л. Зоценко, В. І. Коваленко, А. В. Яковлєв, О. О. Петраков, В. Б. Швець, О. В. Школа, С. В. Біда, Ю. Л. Винников. – Полтава: ПНТУ, 2003. – 446 с.: іл. ISBN 5-11-003835-X.