

## **ПРОГНОЗУВАННЯ ДЕФОРМАТИВНОСТІ ОСНОВ ФУНДАМЕНТІВ БУДІВЕЛЬ ПРИ ПІДСИЛЕННІ ЗА МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

**Моргун Алла Серафимівна,**

д.т.н., професор,  
Вінницький національний технічний університет

**Меть Іван Миколайович,**

к.т.н., доцент, декан ФБЦЕІ  
Вінницький національний технічний університет

**Записов Дмитро Васильович,**

аспірант,  
Вінницький національний технічний університет

**Колесник Андрій Вікторович,**

аспірант,  
Вінницький національний технічний університет

Будівельна галузь відіграє визначальну роль у соціально-економічному розвитку суспільства, а забезпечення надійності та довговічності будівель і споруд залишається одним із пріоритетних завдань сучасної інженерної науки. В умовах інтенсивної урбанізації, реконструкції існуючого фонду та зведення нових об'єктів особливої актуальності набувають питання проєктування, відновлення й підсилення фундаментів, що потребують адекватного врахування нелінійної поведінки ґрунтових основ. Одним із ключових аспектів такого моделювання є дослідження дилатансійних процесів, які суттєво впливають на напружено-деформований стан системи «основа – фундамент» та її несучу здатність.

У роботі досліджено застосування числового методу граничних елементів (МГЕ) до розв'язання задач пружно-пластичного деформування ґрунтового середовища з урахуванням дилатансійних властивостей. Запропонований підхід дає можливість більш достовірно прогнозувати напружено-деформований стан основи та забезпечувати необхідний рівень експлуатаційної надійності будівель і споруд протягом усього розрахункового терміну їх експлуатації.

Особливістю використаного числового методу граничних елементів є перетворення вихідної системи диференціальних рівнянь у граничні інтегральні рівняння, що забезпечує зменшення порядку задачі на одиницю. Це дозволяє виконувати дискретизацію лише поверхні досліджуваного об'єкта, істотно знижуючи обчислювальну складність задачі та підвищуючи ефективність числового аналізу при моделюванні взаємодії фундаментних конструкцій із нелінійною ґрунтовою основою.

Ключові слова: математична модель, числове моделювання, підсилення фундаментів, метод граничних елементів, дилатансія.

Одним із ефективних шляхів зниження кошторисної вартості фундаментів є застосування раціональних конструктивних рішень, удосконалення методів їх розрахунку та врахування визначальних факторів, що характеризують реальну роботу фундаментних конструкцій у різноманітних інженерно-геологічних умовах. Підвищення точності прогнозування взаємодії системи «основа–фундамент» сприяє оптимізації конструктивних параметрів фундаментів, зменшенню матеріаломісткості та забезпеченню необхідного рівня надійності споруд.

На сучасному етапі розвитку геотехнічного будівництва значний обсяг експериментальних досліджень виконується безпосередньо на будівельних майданчиках. Польові випробування фундаментних конструкцій, зокрема статичні випробування паль, залишаються найбільш достовірним способом визначення їх несучої здатності та є основою для верифікації результатів числового моделювання. Водночас проведення таких випробувань характеризується високою трудомісткістю, значними матеріальними витратами та тривалістю виконання, що обмежує можливість їх широкого застосування на стадії проектування.

У зв'язку з цим актуальною науковою задачею є розвиток сучасних числових методів аналізу, зокрема методу граничних елементів (МГЕ), які забезпечують можливість прогнозування напружено-деформованого стану та несучої здатності фундаментних конструкцій із високою точністю. Використання МГЕ створює передумови для розроблення нових математичних моделей і алгоритмів, спрямованих на підвищення ефективності проектування, оптимізацію конструктивних рішень і вдосконалення методів керування роботою фундаментних систем.

Постійне зростання кількості наукових досліджень, присвячених застосуванню методу граничних елементів, підтверджує його ефективність і перспективність при розв'язанні широкого кола задач геомеханіки та механіки ґрунтів. Особливої актуальності цей підхід набуває при моделюванні нелінійної взаємодії фундаментів із ґрунтовою основою з урахуванням фізичної нелінійності середовища.

У роботі досліджено процес передавання навантаження буронабивною палею довжиною  $L = 12$  м на ґрунтову основу через бічну поверхню стовбура та підшву палі. Виконане числове моделювання із застосуванням методу граничних елементів продемонструвало добру збіжність із результатами польових статичних випробувань. Отримані результати підтверджують адекватність запропонованої математичної моделі та свідчать про можливість її використання для оцінювання несучої здатності буронабивних паль за різних інженерно-геологічних умов, фізико-механічних характеристик ґрунтів, а також геометричних параметрів паль, зокрема їх довжини та діаметра стовбура.

Метою дослідження є подальший розвиток методів нелінійного розрахунку ефективних фундаментних конструкцій із урахуванням дилатансійних

властивостей ґрунтової основи та особливостей її взаємодії з фундаментом. Сучасне проєктування будівель і споруд потребує широкого застосування високоточних комп'ютерних технологій числового моделювання, які забезпечують удосконалення розрахункових схем, підвищення достовірності прогнозування напружено-деформованого стану та оптимізацію конструктивних рішень.

Основним завданням роботи є розроблення практичних алгоритмів числового розрахунку взаємодії системи «фундамент–ґрунтова основа», що базуються на положеннях теорії пластичної течії та дилатансійної теорії гранульованих середовищ із використанням методу граничних елементів. Запропонована математична модель повинна адекватно відтворювати фізично нелінійну поведінку ґрунтового середовища на всіх етапах навантаження, забезпечуючи достовірне прогнозування несучої здатності та деформативності фундаментних конструкцій.

Математичне формулювання задачі є основою сучасного інженерного аналізу процесів взаємодії фундаментів із ґрунтовою основою та визначає ефективність числових методів розрахунку. Відомо, що ґрунти вже на початкових стадіях навантаження зазнають незворотних пружно-пластичних деформацій, величина яких істотно залежить від історії прикладення навантаження. Така поведінка обумовлює необхідність використання фізично нелінійних математичних моделей, що описуються системою диференціальних рівнянь у частинних похідних.

Для числового розв'язання поставленої нелінійної задачі в роботі застосовано метод граничних елементів (МГЕ), який є одним із найбільш ефективних числових методів аналізу контактних задач геомеханіки. На основі методу зважених нев'язок та теореми взаємності Бетті К. Бреббія [1] одержав фундаментальне інтегральне рівняння рівноваги, яке встановлює взаємозв'язок між векторами переміщень і поверхневих зусиль на межі контакту фундаментної конструкції з ґрунтовою основою. Перехід від диференціальної постановки задачі до інтегральної забезпечує зниження порядку розрахункової системи, оскільки дискретизації підлягає лише гранична поверхня досліджуваної області, що суттєво підвищує обчислювальну ефективність методу при розв'язанні просторових задач взаємодії фундаментів із фізично нелінійним ґрунтовим середовищем.

В роботі використано пружно-пластичну дилатансійну модель [2, 3]. Для моделювання поведінки ґрунту в пластичній стадії з метою врахування дисипативних ефектів ґрунту крім рівнянь рівноваги в модель вводилось ще два додаткових. Перше додаткове рівняння – критерій переходу до граничного стану, використано критерій текучості Мізеса-Шлейхера-Боткіна. Другим додатковим рівнянням була залежність між напруженнями та швидкостями деформацій для пластичного стану (неасоційований закон пластичної течії, який найбільш повно відображає поведінку дисперсного середовища ґрунту).

При розв'язанні нелінійної задачі механіки ґрунтів використано квазілінійну постановку і залучено метод пружних розв'язків О.А. Іллюшина [6].

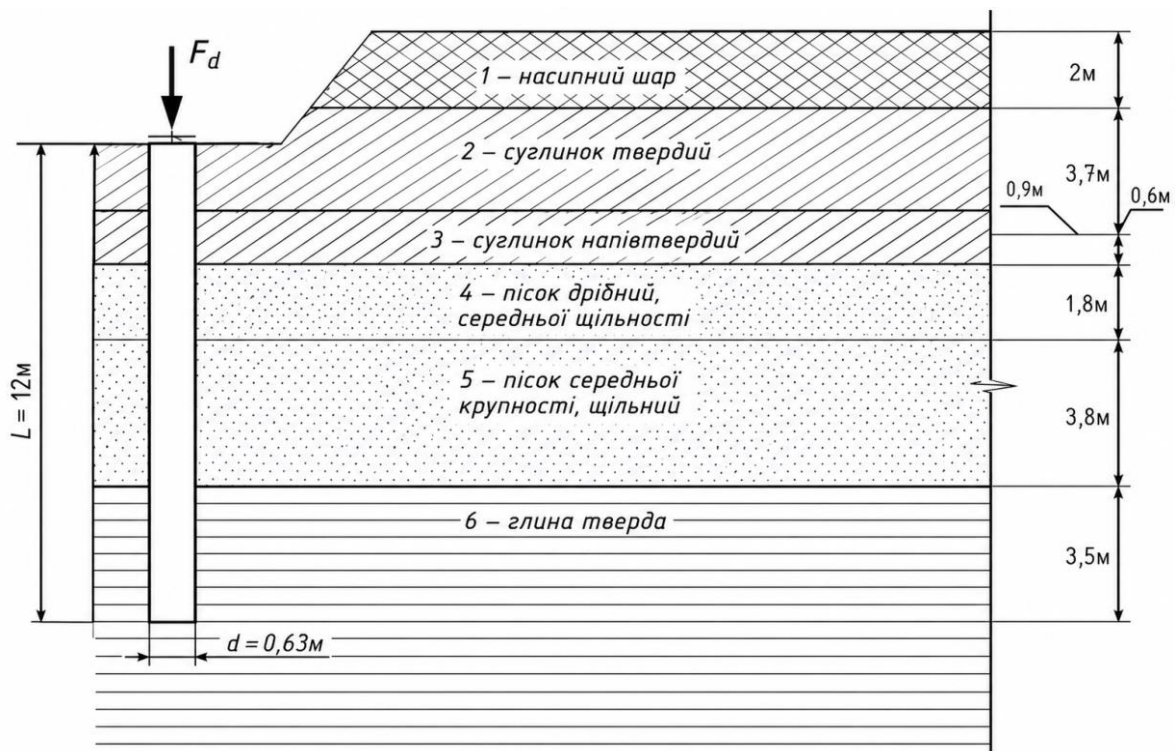
Прийнятність малих поздовжень та нескінченно малих деформацій веде до можливості використання лінійної теорії і як наслідок, до правомірності принципу суперпозицій

Явище зміни об'єму ґрунту при зсвіві – дилатансія відкрито. О.Рейнольдсом в 1885 р. Дилатансія – порушення структури або зміна міцності, що залежить від переміщення частинок ґрунту. Дилатансія робить параметри напружено-деформованого стану ґрунту суттєво нелінійними.

У роботі наведено результати теоретичних досліджень процесу деформування буро набивної палі довжиною  $L=12$  м, діаметром 630 мм. В розрахунку використано вісім середньозважених значень показників багатшарової основи ґрунту:

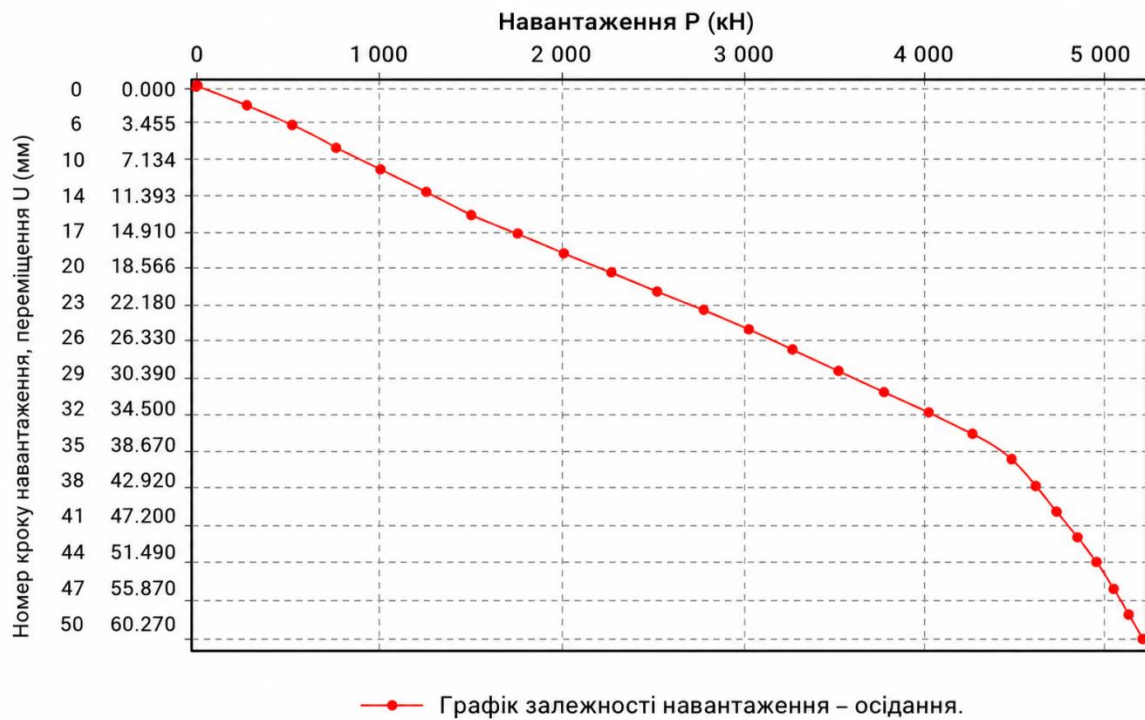
$$E = 23.08 \text{ МПа}; \rho = 1.912 \text{ г/см}^3; \rho_{\max} = 2.1 \text{ г/см}^3; \rho_{\min} = 1.6333 \text{ г/см}^3; \\ c = 20.77 \text{ кПа}; \varphi = 0.472 \text{ рад}; \nu = 0.371; p_o = -0.2014 \text{ МПа}.$$

Заміна геологічних показників багатшарового середовища показниками еквівалентного квазіоднорідного середовища є достатньо ефективним прийомом при розрахунках [4, 5]. Схема розташування дослідної буро набивної палі у ґрунтовому масиві подана на рис. 1.



**Рисунок 1.** – Схема розташування буро набивної палі у ґрунтовому масиві  
Джерело рисунка: розробка авторів Записова Д.В. і Колесника А.В.

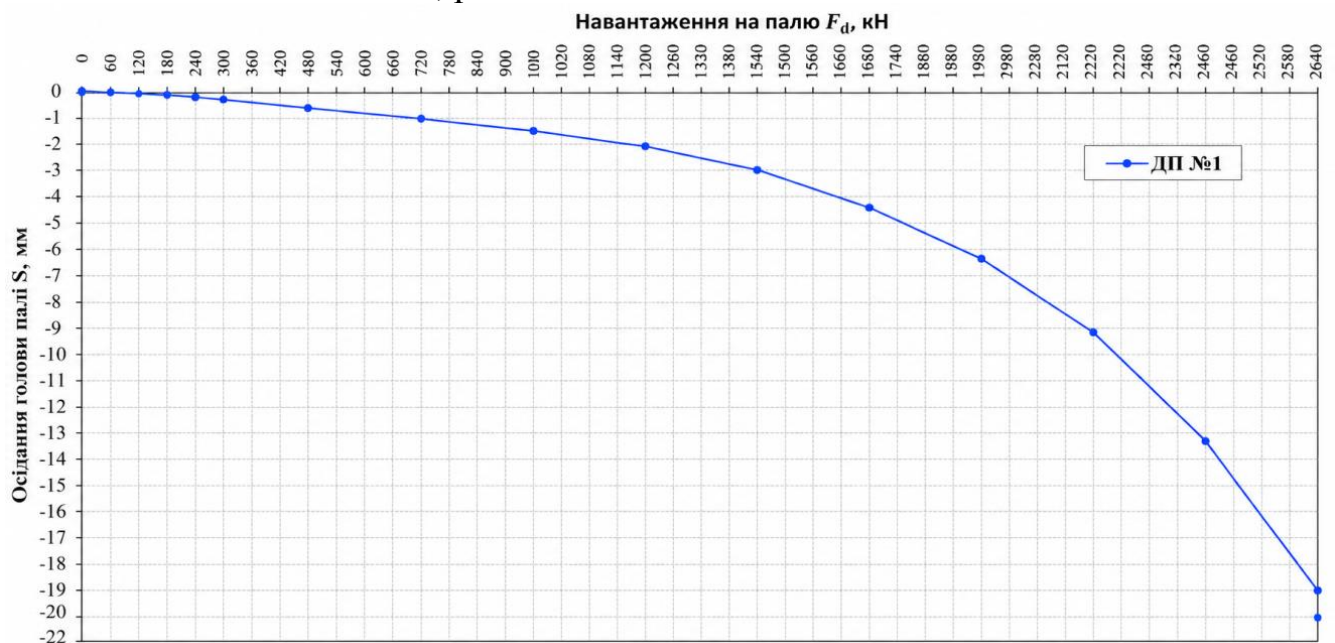
Результати числового прогнозування за МГЕ несучої спроможності буронабивної палі до осідання  $S = 6$  см подано на рис. 2.



**Рисунок 2.** – Результати числового моделювання за МГЕ несучої спроможності буро набивної палі  $L = 12$  м

Джерело рисунка: розробка авторів Моргун А.С. і Колесника А.В.

Данні числового дослідження за МГЕ порівнювались з результатами експериментальних досліджень палі на будівельному майданчику [3] при її осіданні до величини  $S = 2$  см, рис. 3.



**Рисунок 3.** – Результати експериментальних досліджень [6] несучої спроможності буро набивної палі  $L = 12$  м

Джерело рисунка: розробка авторів Метя І.М. і Колесника А.В.

Порівняльний аналіз результатів числового моделювання із даними польових статичних випробувань підтверджує адекватність запропонованої математичної моделі взаємодії буронабивної палі з нелінійною ґрунтовою основою. Відповідно до результатів експериментальних досліджень (рис. 3), при осіданні палі  $S = 2$  см її несуча здатність становить  $P = 2640$  кН. Числовий розрахунок, виконаний із застосуванням методу граничних елементів (рис. 2), для аналогічної величини осідання показав значення  $P = 2580$  кН.

Абсолютне відхилення між експериментальними та розрахунковими результатами становить 60 кН, що відповідає відносній похибці близько 2,3 %. Такий рівень збіжності свідчить про високу достовірність запропонованої математичної моделі та коректність використаних фізичних передумов щодо опису нелінійної поведінки ґрунтового середовища. Отримані результати підтверджують можливість застосування числового методу граничних елементів для прогнозування напружено-деформованого стану та оцінювання несучої здатності буронабивних паль на всіх етапах навантаження. Крім того, використаний підхід забезпечує можливість дослідження перерозподілу контактних напружень уздовж бічної поверхні та під вістрям палі, що є важливим для оптимізації конструктивних параметрів фундаментів у складних інженерно-геологічних умовах.

На основі проведених дослідів та числового моделювання можна зробити такі висновки:

- запропонована математична модель, побудована на основі теорії пластичної течії та дилатансійної теорії гранульованих середовищ, адекватно описує процес нелінійного деформування ґрунтів у широкому діапазоні навантажень. Її використання забезпечує достовірне відтворення напружено-деформованого стану ґрунтової основи з урахуванням історії навантаження, розвитку пластичних деформацій та дилатансійних ефектів;

- застосування методу граничних елементів дозволяє виконувати числовий аналіз напружено-деформованого стану ґрунтових основ за межами розрахункового опору із використанням традиційних фізико-механічних характеристик ґрунтів, що визначаються під час інженерно-геологічних вишукувань. Це значно розширює можливості прогнозування роботи фундаментних конструкцій у нелінійній області деформування;

- порівняння результатів числового моделювання з даними польових випробувань засвідчило високу точність запропонованої методики. Розбіжність між експериментально визначеною несучою здатністю буронабивної палі (2640 кН) та результатами розрахунку за методом граничних елементів (2580 кН) не перевищує 2,3%, що підтверджує практичну придатність розробленої моделі для інженерного проектування.

- метод граничних елементів є ефективним інструментом для розв'язання широкого класу задач механіки ґрунтів, пов'язаних із моделюванням взаємодії системи «ґрунтова основа – фундамент». Його використання дозволяє досліджувати вплив геометричних параметрів фундаментів, фізико-механічних

характеристик ґрунтів та режимів навантаження на несучу здатність і деформативність фундаментних конструкцій;

- використання сучасних числових моделей на основі методу граничних елементів створює передумови для оптимізації конструктивних рішень, зниження матеріаломісткості фундаментів, скорочення обсягів дороговартісних експериментальних випробувань і підвищення економічної ефективності проектування. Запропонований підхід може бути використаний при проектуванні нових, реконструкції та підсиленні існуючих фундаментів у складних інженерно-геологічних умовах.

### Список літератури

1. C.A. Brebbia, J.C. F. Telles, L.C. Wroubel. BOUNDARY ELEMENT TECHNIQUES, Theory and Applications in Engineering. New York. 1989. <http://www.mymannual.ru/ebooks/technicheskaia>

2. Бойко І.П. Особливості взаємодії плитних фундаментів значних розмірів з ґрунтовою основою. КНУБА. Збірник Основи та фундаменти № 50. 2025. С.9-12.

3. Моргун А. С. Теорія пластичної течії в механіці ґрунтів // А. С. Моргун. – Вінниця : ВНТУ. – 2013 – 108с.

4. Бойко І. П. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / і. П. Бойко, О. В. Сахаров // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково – технічний збірник. – К.: КНУБА. – 2004. – Вип. 28.– С. 3-10.

5. Ніколаєвський В. Н. Дилатансія та закони незворотного деформування ґрунтів / В. Н. Ніколаєвський // Зб. Основи, фундаменти та механіка ґрунтів. – 1979. – № 5. – С. 29-31.

6. Самородов А.В. Полеві дослідження несучої спроможності буроін'єкційних паль при дії висмикуючих та втискуючих навантажень /А.В. Самородов, С.В. Табачников // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – Вип. 4 (34), т. 1. – С. 239-245.