

УДК 681.5.023+681.5.015+62-83:629.433

Б. І. Мокін, д. т. н., проф.;

О. Б. Мокін, асп. □

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ТРАМВАЯ

1. Постановка задачі та вихідні передумови

Для розв'язання задачі аналізу перехідних процесів в електроприводі трамвая або задачі його оптимізації необхідно використовувати математичну модель динаміки електропривода, яка має вигляд [1]:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{\text{Д}} - M_{\text{СТ}}, \quad (1)$$

де J — момент інерції махових мас електропривода, приведених до вала електродвигуна, який обертається з круговою швидкістю ω , $M_{\text{СТ}}$ — статичний момент навантаження на цей вал, а $M_{\text{Д}}$ — обертальний момент електродвигуна, який, в свою чергу, можна представити у вигляді

$$M_{\text{Д}} = k\Phi I_{\text{Я}}, \quad (2)$$

де $I_{\text{Я}}$ — струм якоря електродвигуна, а Φ — його робочий магнітний потік у зазорі між ротором та статором.

Зрозуміло, що модель (1) є придатною для використання лише в тому випадку, коли параметри J і $M_{\text{СТ}}$ в ній чисельно визначені.

Існують методики визначення як J так і $M_{\text{СТ}}$ для різних класів механізмів, що приводяться в рух різного класу електроприводами [2, 3]. Але ці методики практично не можна використати для ідентифікації параметрів моделі (1) в тому випадку, коли з її допомогою описується динаміка електропривода трамвая, який переміщується і в часі, і в просторі, використовуючи одночасно і лінійну, і обертальні форми руху, що суттєво ускладнює формули для розрахунку параметрів моделі (1), отримані з теоретичних посилок.

На наш погляд, ці параметри набагато простіше і з достатньою для розв'язання прикладних задач точністю можна визначити експериментально, використовуючи спеціально організовані форми руху трамвая.

Покажемо, як це зробити.

2. Побудова методики експериментального визначення еквівалентного статичного моменту навантаження електропривода трамвая

Для приведення у обертальний рух чотирьох колісних пар до складу електропривода трамвая входять чотири електродвигуни послідовного збудження, які включені послідовно по два під напругу контактної мережі [4]. Тож для електропривода трамвая рівняння (1) матиме вигляд

$$J^{\text{T}} \frac{d\omega}{dt} = \sum_{i=1}^2 M_{\text{Д}i} + \sum_{j=3}^4 M_{\text{Д}j} - M_{\text{СТ}}^{\text{T}}, \quad (3)$$

де J^{T} — еквівалентний момент інерції трамвая в цілому, приведений до умовної осі, яка обертається з круговою швидкістю ω обертання валів електродвигунів, а $M_{\text{СТ}}^{\text{T}}$ — еквівалентний статичний момент навантаження трамвая в цілому, приведений до цієї ж умовної осі, що обертається під дією одразу усіх чотирьох електродвигунів, які створюють сумарний обертальний момент $M_{\text{Д}1} + M_{\text{Д}2} + M_{\text{Д}3} + M_{\text{Д}4}$.

Відштовхуючись від роботи [5], можна стверджувати, що магнітний потік електродвигуна пос-

лідового збудження Φ , який є функцією струму обмотки збудження $I_{зб}$, в області робочих значень струму якоря $I_{Я}$, використовуючи в складі електропривода трамвая, можна представити моделлю

$$\phi = a_0 + a_1 I_{зб}, \quad (4)$$

яка враховує, що для електродвигуна послідовного збудження

$$I_{зб} = I_{Я}, \quad (5)$$

може бути записана і так

$$\phi = a_0 + a_1 I_{Я}. \quad (6)$$

Підставляючи (6) у (2), отримаємо

$$M_{Д} = k I_{Я} (a_0 + a_1 I_{Я}) = k a_0 I_{Я} + k a_1 I_{Я}^2 = a_0^* I_{Я} + a_1^* I_{Я}^2, \quad (7)$$

де

$$\begin{cases} a_0^* = k a_0, \\ a_1^* = k a_1. \end{cases} \quad (8)$$

А підставляючи (7) у (3), матимемо

$$J^T \frac{d\omega}{dt} = \sum_{i=1}^2 (a_{0i}^* I_{Я(1-2)} + a_{1i}^* I_{Я(1-2)}^2) + \sum_{j=3}^4 (a_{0j}^* I_{Я(3-4)} + a_{1j}^* I_{Я(3-4)}^2) - M_{СТ}^T. \quad (9)$$

Нагадаємо, що коефіцієнт k у виразі (2) ми знаємо з паспортних даних електродвигуна, а коефіцієнти a_0 і a_1 обчислюємо в процесі ідентифікації характеристики (4) за методикою, викладеною в роботі [5]. Тож будемо вважати, що коефіцієнти a_0^* , a_1^* для кожного двигуна нам відомі.

Виберемо горизонтальну прямолінійну ділянку трамвайної колії і проїдемо трамваєм половину цієї ділянки (далі — перша підділянка) зі сталою швидкістю ω^* . Тож для цієї підділянки матимемо

$$\frac{d\omega}{dt} = 0 \quad (10)$$

і, як наслідок, при сумісному розгляді виразів (9), (10)

$$M_{СТ}^T = \sum_{i=1}^2 (a_{0i}^* I_{Я(1-2)} + a_{1i}^* I_{Я(1-2)}^2) + \sum_{j=3}^4 (a_{0j}^* I_{Я(3-4)} + a_{1j}^* I_{Я(3-4)}^2). \quad (11)$$

Знімаючи під час руху трамвая по експериментальній підділянці показання амперметрів у колі послідовно з'єднаних якорів електродвигунів 1—2 та 3—4 і підставляючи заміряні значення струмів $I_{Я(1-2)}$, $I_{Я(3-4)}$ у рівняння (11), знайдемо значення еквівалентного статичного моменту навантаження електропривода трамвая $M_{СТ}^T$.

3. Побудова методики експериментального визначення еквівалентного моменту інерції махових мас електропривода трамвая, приведених до умовної осі, яка обертається з круговою швидкістю обертання валів електродвигунів

На другій підділянці вибраної експериментальної ділянки організуємо рух трамвая так, щоб кутова швидкість обертання ω валів електродвигунів наростала за лінійним законом від початкового її значення $\omega_{П}$ до кінцевого $\omega_{К}$ за час

$$\Delta t = t_{К} - t_{П} \quad (12)$$

від початкового моменту $t_{П}$ до кінцевого $t_{К}$.

При такій організації руху трамвая на другій підділянці експериментальної ділянки буде справедливим вираз

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_k - \omega_{\Pi}}{t_k - t_{\Pi}} = \text{const}. \quad (13)$$

Зафіксуємо показання амперметрів в якірних колах електродвигунів 1—2 та 3—4 у моменти часу t_{Π} і t_k . Нехай маємо

$$\begin{cases} I_{Я(1-2)}(t_n) = I_{Я(1-2)\Pi}, & I_{Я(1-2)}(t_k) = I_{Я(1-2)k}, \\ I_{Я(3-4)}(t_n) = I_{Я(3-4)\Pi}, & I_{Я(3-4)}(t_k) = I_{Я(3-4)k}. \end{cases} \quad (14)$$

Із співвідношень (14) випливає, що

$$\begin{cases} I_{Я(1-2)k} = I_{Я(1-2)\Pi} + \Delta I_{Я(1-2)}, \\ I_{Я(3-4)k} = I_{Я(3-4)\Pi} + \Delta I_{Я(3-4)}. \end{cases} \quad (15)$$

Запишемо рівняння (9) для кінцевого моменту часу t_k з врахуванням виразу (13). Отримаємо

$$J^T \frac{\omega_k - \omega_{\Pi}}{t_k - t_{\Pi}} = \left[\sum_{i=1}^2 \left(a_{0i}^* I_{Я(1-2)k} + a_{1i}^* I_{Я(1-2)k}^2 \right) + \sum_{j=3}^4 \left(a_{0j}^* I_{Я(3-4)k} + a_{1j}^* I_{Я(3-4)k}^2 \right) - M_{СТ}^T \right]. \quad (16)$$

Із рівняння (16) з врахуванням співвідношень (15) матимемо

$$\begin{aligned} J^T = \frac{t_k - t_{\Pi}}{\omega_k - \omega_{\Pi}} & \left\{ \sum_{i=1}^2 \left[a_{0i}^* \left(I_{Я(1-2)\Pi} + \Delta I_{Я(1-2)} \right) + a_{1i}^* \left(I_{Я(1-2)\Pi} + \Delta I_{Я(1-2)} \right)^2 \right] + \right. \\ & \left. + \sum_{j=3}^4 \left[a_{0j}^* \left(I_{Я(3-4)\Pi} + \Delta I_{Я(3-4)} \right) + a_{1j}^* \left(I_{Я(3-4)\Pi} + \Delta I_{Я(3-4)} \right)^2 \right] - M_{СТ}^T \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Із виразу (17) з врахуванням того, що для моменту часу $t = t_{\Pi}$ є справедливою рівність (11), отримаємо

$$\begin{aligned} J^T = \frac{t_k - t_{\Pi}}{\omega_k - \omega_{\Pi}} & \left\{ \sum_{i=1}^2 \left[a_{0i}^* \Delta I_{Я(1-2)} + a_{1i}^* \left(2I_{Я(1-2)\Pi} \Delta I_{Я(1-2)} + \Delta I_{Я(1-2)}^2 \right) \right] + \right. \\ & \left. + \sum_{j=3}^4 \left[a_{0j}^* \Delta I_{Я(3-4)} + a_{1j}^* \left(2I_{Я(3-4)\Pi} \Delta I_{Я(3-4)} + \Delta I_{Я(3-4)}^2 \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

З врахуванням співвідношень (15) вираз (18) можна переписати і так

$$\begin{aligned} J^T = \frac{t_k - t_{\Pi}}{\omega_k - \omega_{\Pi}} & \left\{ \sum_{i=1}^2 \left[a_{0i}^* \left(I_{Я(1-2)k} - I_{Я(1-2)\Pi} \right) + a_{1i}^* \left(I_{Я(1-2)k}^2 - I_{Я(1-2)\Pi}^2 \right) \right] + \right. \\ & \left. + \sum_{j=3}^4 \left[a_{0j}^* \left(I_{Я(3-4)k} - I_{Я(3-4)\Pi} \right) + a_{1j}^* \left(I_{Я(3-4)k}^2 - I_{Я(3-4)\Pi}^2 \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Аналізуючи співвідношення (19), бачимо, що для експериментального визначення еквівалентного моменту інерції J^T махових мас електропривода трамвая, приведених до умовної осі, яка обертається з круговою швидкістю ω обертання валів електродвигунів, що входять до складу цього електропривода, необхідно заміряти в початковий для другої підділянки експериментальної ділянки руху t_{Π} та кінцевий t_k моменти часу дві фізичні величини — струм $I_{Я(1-2)}$, $I_{Я(3-4)}$ в якірних колах спарок 1—2 та 3—4 електродвигунів і кругову швидкість ω обертання валів цих електродвигунів, тобто:

$$\begin{cases} t_{\Pi} \rightarrow I_{Я(1-2)\Pi}, & I_{Я(3-4)\Pi}, & \omega_{\Pi}; \\ t_k \rightarrow I_{Я(1-2)k}, & I_{Я(3-4)k}, & \omega_k. \end{cases} \quad (20)$$

Підставляючи значення величин із (20) у співвідношення (19), однозначно визначимо J^T . А для експериментального отримання значень величин із (20) нам необхідно мати лише один тахометр, два амперметри і секундомір — усі вони сьогодні мають електронний варіант виконання, який дозволяє забезпечити високу точність вимірювань.

Завершити цей матеріал ми хочемо нагадуванням про те, що треба бути уважними при викори-

станні різносистемних одиниць вимірювання фізичних величин і не забувати ввести в запропоновані формули для визначення M_{CT}^T і J^T необхідні узгоджувальні коефіцієнти аби привести розмірність визначених величин до міжнародної системи одиниць.

3. Висновки

1. Розроблена методика експериментального визначення параметрів математичної моделі динаміки електропривода трамвая.

2. Запропонована методика враховує як особливості трамвая, що пов'язані із одночасним його рухом у часі і просторі, так і те, що електродвигуни його електропривода підключені до контактної мережі попарно і мають послідовне збудження.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Чиликин М. Г., Соколов М. М., Терехов В. М., Шинянский А. В. Основы автоматизированного электропривода. Учебн. пособие для вузов. — М.: Энергия, 1974. — 568 с.
2. Попов М. В. Теоретическая механика: Краткий курс: Учебник для вузов. — М.: Наука, 1986. — 336 с.
3. Ямпольский Д. С., Орлова Т. А., Решмин Б. И. Определение динамических параметров электропривода постоянного тока. — М.: Энергия, 1971. — 54 с.
4. Кутьловский М. П. Электрическое оборудование подвижного состава трамвая.— Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: Издательство Министерства коммунального хозяйства РСФСР, 1960. — 372 с.
5. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Математична модель кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням для задач оптимізації // Вісник ВПІ.— 2004.— № 1.— С. 45—47.

Кафедра моделювання і моніторингу складних систем

Надійшла до редакції 26.12.04
Рекомендована до друку 29.01.04

Мокін Борис Іванович — завідувач кафедри, Мокін Олександр Борисович— аспірант.

Кафедра моделювання і моніторингу складних систем, Вінницький національний технічний університет