

УДК 681.5.023+681.5.015+62-83:629.433

Б. І. Мокін, д. т. н., проф.;

О. Б. Мокін, асп.

ОПТИМІЗАЦІЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ТРАМВАЯ В РЕЖИМАХ СТАЛОГО НЕДОВАНТАЖЕННЯ ТА ПЕРЕВАНТАЖЕННЯ

1. Вихідні передумови та постановка задачі

В роботі [1] нами отримані математичні моделі для струму якоря i електродвигунів електропривода трамвая та кутової швидкості v обертання їх роторів, реалізація яких забезпечує мінімум втрат електроенергії електроприводом трамвая за критерієм

$$Q = \int_0^{\tau_k} i^2 d\tau \quad (1)$$

під час його руху по маршруту від однієї зупинки до наступної за програмою

$$\beta = \int_0^{\tau_k} v d\tau. \quad (2)$$

В роботі [2] нами побудовано алгоритм визначення параметрів цих моделей за умови, що під час пуску електропривода в момент часу $\tau = 0$ для забезпечення зрушення з місця трамвая його робоча точка в координатах «струм збудження i — робочий магнітний потік ϕ » знаходиться на лінійній частині характеристики намагнічування електродвигуна, заданої моделлю

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in [0, i_{\text{СП}}); \\ a_1 + b_1 i, & i \in [i_{\text{СП}}, \infty), \end{cases} \quad (3)$$

$$i_{\text{СП}} = \frac{b_2 - b_1}{2a_2}, \quad (4)$$

запропонованою нами в роботі [3], а під час руху трамвая ця робоча точка переміщується на параболічну частину цієї характеристики і залишається на ній аж до зупинки трамвая в момент часу $\tau = \tau_k$.

Такий режим роботи електропривода трамвая має місце при значеннях моменту навантаження M_0 близьких до номінального.

Але досить часто електропривод трамвая працює в режимі суттєвого недовантаження, коли у вагоні знаходиться всього кілька осіб, або суттєвого перевантаження, коли у вагоні знаходиться людей набагато більше норми, як це має місце у так звані «години пік».

У першому випадку робоча точка у визначених вище координатах під час руху трамвая знаходиться лише на параболічній частині характеристики намагнічування від запуску електропривода до його зупинки, а в другому випадку ця точка не залишає лінійної частини цієї характеристики протягом повного циклу руху трамвая від зупинки до зупинки.

Нагадаємо [1], що у разі роботи на лінійній частині характеристики намагнічування (3) струм якоря i та кутова швидкість його обертання v задаються моделями:

$$i = \frac{a_1 (C^I + \lambda_0^I \tau)}{2 \left(1 - b_1 (C^I + \lambda_0^I \tau) \right)}, \quad (5)$$

$$v = \frac{a_1^2}{4 \lambda_0^I b_1} \left(\frac{1}{b_1 (1 - b_1 (C^I + \lambda_0^I \tau))} - \frac{1}{b_1} - (C^I + \lambda_0^I \tau) \right) - \mu_0 \tau + C_1, \quad (6)$$

а у разі роботи на параболічній частині — моделями:

$$i = \frac{2}{3 a_2} \left(b_2 - \frac{1}{C^II + \lambda_0^II \tau} \right), \quad (7)$$

$$v = \frac{4}{27 a_2^2 \lambda_0^II} \left(b_2^3 (C^II + \lambda_0^II \tau) + \frac{3 b_2}{C^II + \lambda_0^II \tau} - \frac{1}{(C^II + \lambda_0^II \tau)^2} \right) - \mu_0 \tau + C_2. \quad (8)$$

Легко бачити, що і в першому і в другому випадках для використання моделей i , v необхідно із початкової умови

$$\begin{cases} \tau = 0; \\ v = 0 \end{cases} \quad (9)$$

та кінцевої умови

$$\begin{cases} \tau = \tau_k; \\ v = 0 \end{cases} \quad (10)$$

і програми роботи (2) знаходити лише три параметри, відповідно $\{C^I, \lambda_0^I, C_2\}$ та $\{C^II, \lambda_0^II, C_1\}$, де верхніми індексами «Л», «П» позначено характер використовуваної частини кривої намагнічування.

Оскільки під час роботи електропривода у вказаних режимах недо- та перевантаження в моделях відсутній параметр $\tau_{сн}$ і не потрібно забезпечувати виконання умов Вейерштрасса — Ердмана в точці $i = i_{сн}$, то ті сім рівнянь, які були отримані в роботі [2] для визначення сімох невідомих параметрів моделей струму і кругової частоти обертання, в даному випадку не можна використати без серйозної трансформації.

Тож отриманню рівнянь і побудові алгоритму, за допомогою яких можна визначити невідомі параметри математичних моделей для i та v під час роботи електропривода трамвая в режимах недо- та перевантаження і буде присвячена дана робота.

2. Виведення розрахункових співвідношень, що зв'язують між собою параметри C^I, λ_0^I, C_1 математичних моделей (5), (6) в процесі роботи електропривода трамвая в режимі перевантаження, та побудова алгоритму їх визначення

Для визначення трьох невідомих C^I, λ_0^I, C_1 нам необхідно скласти і сумісно розв'язати три рівняння.

Перше з них ми отримаємо, якщо в початкову умову (9) підставимо значення v із (6). В результаті підстановки матимемо

$$\frac{a_1^2}{4\lambda_0^{\text{Л}} b_1} \left(\frac{1}{b_1(1 - b_1 C^{\text{Л}})} - \frac{1}{b_1} - C^{\text{Л}} \right) + C_1 = 0, \quad (11)$$

або

$$f_1^{\text{Л}}(C^{\text{Л}}, \lambda_0^{\text{Л}}, C_1) = 0. \quad (12)$$

Друге рівняння отримаємо, підставивши значення ν із (6) в кінцеву умову (10), —

$$\frac{a_1^2}{4\lambda_0^{\text{Л}} b_1} \left(\frac{1}{b_1(1 - b_1(C^{\text{Л}} + \lambda_0^{\text{Л}} \tau_k))} - \frac{1}{b_1} - (C^{\text{Л}} + \lambda_0^{\text{Л}} \tau_k) \right) - \mu_0 \tau_k + C_1 = 0, \quad (13)$$

або

$$f_2^{\text{Л}}(C^{\text{Л}}, \lambda_0^{\text{Л}}, C_1) = 0. \quad (14)$$

А третє необхідне нам рівняння отримаємо після підстановки значення ν із (6) у програму роботи електропривода трамвая (2).

Після інтегрування матимемо —

$$\beta = C_1 \tau_k - \mu_0 \frac{\tau_k^2}{2} - \frac{a_1^2 \tau_k}{4b_1^2 \lambda_0^{\text{Л}}} - \frac{a_1^2 C^{\text{Л}} \tau_k}{4\lambda_0^{\text{Л}} b_1} - \frac{a_1^2 \tau_k^2}{8b_1} + \frac{a_1^2}{4b_1^3 (\lambda_0^{\text{Л}})^2} \ln \left| \frac{1 - b_1 C^{\text{Л}}}{1 + b_1 (C^{\text{Л}} + \lambda_0^{\text{Л}} \tau_k)} \right|, \quad (15)$$

або

$$f_3^{\text{Л}}(C^{\text{Л}}, \lambda_0^{\text{Л}}, C_1) = 0. \quad (16)$$

Розв'язуючи систему рівнянь

$$\begin{cases} f_1^{\text{Л}}(C^{\text{Л}}, \lambda_0^{\text{Л}}, C_1) = 0; \\ f_2^{\text{Л}}(C^{\text{Л}}, \lambda_0^{\text{Л}}, C_1) = 0; \\ f_3^{\text{Л}}(C^{\text{Л}}, \lambda_0^{\text{Л}}, C_1) = 0, \end{cases} \quad (17)$$

відносно невідомих $C^{\text{Л}}$, $\lambda_0^{\text{Л}}$, C_1 , знайдемо їх числові значення, підставляючи які у вирази (5), (6), отримаємо закони зміни струму якоря i та кутової швидкості ν обертання ротора електродвигуна, що забезпечують мінімум втрат електроенергії електроприводом перевантаженого трамвая під час його руху по маршруту між двома сусідніми зупинками.

В рівнянні (15) β слід визначати, як і в роботі [2], з виразу

$$\beta = \frac{k_p I_k}{R \omega_H T_M}, \quad (18)$$

де k_p — коефіцієнт передачі редуктора від осі ротора електродвигуна до осі колеса трамвая, R — радіус обода цього колеса в метрах, I_k — відстань між двома сусідніми трамвайними зупинками в метрах, ω_H — кутова швидкість обертання ротора електродвигуна в радіанах за секунду, T_M — електромеханічна стала електропривода.

Оскільки закони зміни i та ν нами побудовані у відносних одиницях, то до іменованих одиниць необхідно переходити використовуючи співвідношення:

$$\mu = \frac{M}{M_H}; \quad i = \frac{I_{Я}}{I_H}; \quad \phi = \frac{\Phi}{\Phi_H}; \quad v = \frac{\omega}{\omega_H}; \quad \tau = \frac{t}{T_M}, \quad (19)$$

де M_H , I_H , Φ_H , ω_H — номінальні значення відповідно моменту, струму якоря, який є одночасно і струмом збудження, робочого магнітного потоку та кутової швидкості обертання ротора електродвигуна електропривода трамвая, а електромеханічна стала T_M , як і в роботах [1] та [2], знаходиться з виразу

$$T_M = \frac{J \omega_H}{M_H}, \quad (20)$$

в якому J — приведений до вала ротора електродвигуна момент інерції махових мас електропривода трамвая.

Використовуючи умову

$$\begin{cases} \tau = 0, \\ i = 0 \end{cases} \quad (21)$$

після підстановки в неї значення i із виразу (5), ми можемо отримати ще одне рівняння

$$i_{II} = \frac{a_1 C^L}{2(1 - b_1 C^L)}, \quad (22)$$

де

$$\begin{cases} i_{II} = \frac{u}{r_{Я}}; \\ u_M = \frac{U_M}{U_{HM}}; \\ r_{Я} = \frac{\sum R_{Я} I_H}{U_{HM}}, \end{cases} \quad (23)$$

яке зв'язує пусковий струм i_{II} якоря зі сталою C^L .

Це рівняння (22) можна використати як критерій правильності розв'язання поставленої задачі оптимізації.

Зрозуміло, що в разі, якщо числове значення C^L , знайдене шляхом розв'язання системи рівнянь (17), збігається з заданим ступенем точності з його числовим значенням, знайденим із незалежного від системи (17) рівняння (22), то задача пошуку оптимальних законів для i та v розв'язана вірно.

Нагадаємо, що у виразах (23), як і в роботі [2], U_M — це напруга контактної мережі з номінальним значенням U_{HM} , а $\sum R_{Я}$ — сумарний опір якорного кола електродвигуна електропривода трамвая, підключеного до контактної мережі.

Слід зазначити, що номінальна напруга U_H якоря електродвигуна може не збігатися з номінальною напругою U_{HM} контактної мережі, оскільки до контактної мережі електродвигуни електропривода трамвая можуть включатись як усі паралельно, як в деяких типах трамваїв, так і двома паралельними ланцюгами по два якоря послідовно в кожному колі, як в ряді інших типів трамваїв.

Ми не будемо окремо вписувати алгоритм визначення параметрів C^L , λ_0^L , C_1 математичних моделей для струму якоря i та кутової швидкості обертання ротора електродвигуна v електропривода перевантаженого трамвая при його оптимальному русі на маршруті між двома сусідніми трамвайними зупинками, оскільки його суть однозначно впливає із усього викладеного вище.

3. Виведення розрахункових співвідношень, що зв'язують між собою параметри C^{Π} , λ_0^{Π} , C_2 математичних моделей (7), (8) під час роботи електропривода трамвая в режимі недовантаження, та побудова алгоритму їх визначення

Як і в попередньому випадку, для визначення трьох невідомих C^{Π} , λ_0^{Π} , C_2 нам необхідно скласти і сумісно розв'язати три рівняння.

Перше із них ми отримаємо, якщо в початкову умову (9) підставимо значення v із (8).

В результаті підстановки матимемо

$$\frac{4}{27a_2^2 \lambda_0^{\Pi}} \left(b_2^3 C^{\Pi} + \frac{3b_2}{C^{\Pi}} - \frac{1}{(C^{\Pi})^2} \right) + C_2 = 0, \quad (24)$$

або

$$f_1^{\Pi}(C^{\Pi}, \lambda_0^{\Pi}, C_2) = 0. \quad (25)$$

Друге рівняння отримаємо підставивши значення v із (8) в кінцеву умову (10):

$$\frac{4}{27a_2^2 \lambda_0^{\Pi}} \left(b_2^3 (C^{\Pi} + \lambda_0^{\Pi} \tau_k) + \frac{3b_2}{C^{\Pi} + \lambda_0^{\Pi} \tau_k} - \frac{1}{(C^{\Pi} + \lambda_0^{\Pi} \tau_k)^2} \right) - \mu_0 \tau_k + C_2 = 0, \quad (26)$$

або

$$f_2^{\Pi}(C^{\Pi}, \lambda_0^{\Pi}, C_2) = 0. \quad (27)$$

А третє необхідне нам рівняння, як і в попередньому випадку, отримаємо після підстановки в програму (2) роботи електропривода трамвая значення v , але із (8).

Після інтегрування матимемо:

$$\beta = C_2 \tau_k - \mu_0 \frac{\tau_k^2}{2} + \frac{4}{27a_2^2 (\lambda_0^{\Pi})^2 (C^{\Pi} + \lambda_0^{\Pi} \tau_k)} + \frac{12b_2}{27a_2^2 (\lambda_0^{\Pi})^2} \ln \left| \frac{C^{\Pi} + \lambda_0^{\Pi} \tau_k}{C^{\Pi}} \right| + \frac{4b_2^3 C^{\Pi} \tau_k}{27a_2^2 \lambda_0^{\Pi}} + \frac{2b_2^3 \tau_k^2}{27a_2^2}, \quad (28)$$

або

$$f_3^{\Pi}(C^{\Pi}, \lambda_0^{\Pi}, C_2) = 0. \quad (29)$$

Розв'язуючи систему рівнянь

$$\begin{cases} f_1^{\Pi}(C^{\Pi}, \lambda_0^{\Pi}, C_2) = 0; \\ f_2^{\Pi}(C^{\Pi}, \lambda_0^{\Pi}, C_2) = 0; \\ f_3^{\Pi}(C^{\Pi}, \lambda_0^{\Pi}, C_2) = 0, \end{cases} \quad (30)$$

відносно невідомих C^{Π} , λ_0^{Π} , C_2 , знайдемо їх числові значення, підставляючи які у вирази (7), (8), отримаємо закони зміни струму якоря i та кутової швидкості v обертання ротора електродвигуна, що забезпечують мінімум втрат електроенергії електроприводом недовантаженого трамвая під

час його руху по маршруту між двома сусідніми зупинками.

Стосовно β і в цьому випадку справедливим є усе те, що викладено в попередньому розділі, тобто його числове значення слід знаходити із виразу (18).

Аналогічно викладеному в попередньому розділі слід переходити в математичних моделях (7), (8) до іменованих одиниць.

Як і в попередньому випадку, використовуючи умову (21), після підстановки в неї значення i , але на цей раз із виразу (7), отримаємо рівняння —

$$i_{\Pi} = \frac{2(b_2 C^{\Pi} - 1)}{3a_2 C^{\Pi}}, \quad (31)$$

яке можна використати в якості критерію правильності розв'язання поставленої задачі оптимізації втрат електроенергії електроприводом недовантаженого трамвая.

Щодо пускового струму i_{Π} і в цьому випадку справедливим є все те, що викладено стосовно нього в попередньому розділі.

Аналогічною викладеній у попередньому розділі є і заключна фраза, тому її теж повторювати не будемо.

4. Висновки

1. Для того, щоб електропривод перевантаженого трамвая витрачав мінімальну кількість електроенергії під час руху по маршруту від однієї зупинки до наступної, необхідно підтримувати значення струму в якорях його тягових електродвигунів та кутову швидкість обертання роторів цих електродвигунів у відповідності з моделями (5), (6), параметри $C^{\text{Л}}$, $\lambda_0^{\text{Л}}$, C_1 яких знайдено шляхом розв'язання системи рівнянь (17).

2. Для недовантаженого трамвая та ж сама мета досягається за умови, що значення струму в якорях його тягових електродвигунів та кутова швидкість обертання їх роторів підтримуються у відповідності з моделями (7), (8), параметри $C^{\text{П}}$, $\lambda_0^{\text{П}}$, C_2 яких знайдено шляхом розв'язання системи рівнянь (30).

3. Достовірність отриманих результатів може бути підтверджена виконанням із заданим ступенем точності критеріальних тотожностей:

(22) — для перевантаженого трамвая;

(31) — для недовантаженого трамвая.

4. Побудовані математичні моделі дають правильні результати лише тоді, коли математична модель характеристики намагнічування $\phi(i)$ тягових електродвигунів електропривода трамвая має вигляд (3).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Математичні моделі в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні // Вісник ВПІ. — 2004. — № 2. — С. 57—61.
2. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Друга ітерація алгоритму побудови математичних моделей в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні // Вісник ВПІ. — 2004. — № 5. — С. 43—49.
3. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Математична модель кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням для задач оптимізації // Вісник ВПІ. — 2004. — № 1. — С. 45—47.

Рекомендована кафедрою моделювання і моніторингу складних систем

Надійшла до редакції 10.09.04
Рекомендована до друку 30.12.04

Мокін Борис Іванович — завідувач кафедри; **Мокін Олександр Борисович** — аспірант.

Кафедра моделювання і моніторингу складних систем, Вінницький національний технічний університет