

УДК 681.5.023+681.5.015+62-83:629.433

Б. І. Мокін, д. т. н., проф.;

О. Б. Мокін, асп.

СТВОРЕННЯ ПЕРЕДУМОВ ДЛЯ ПРАКТИЧНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ В ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ТРАМВАЯ ПРИ ЙОГО СТАЛОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Побудовано математичні моделі для визначення оптимальних законів зміни напруги електричних двигунів електропривода трамвая при його сталому навантаженні.

1. Вихідні передумови та постановка задачі

В роботі [1] нами отримано математичні моделі для струму якоря i електродвигунів електропривода трамвая та кутової швидкості ν обертання їх роторів, реалізація яких забезпечує мінімум втрат електроенергії електроприводом трамвая за критерієм

$$Q = \int_0^{\tau_k} i^2 d\tau \quad (1)$$

під час його руху по маршруту від однієї зупинки до наступної за програмою

$$\beta = \int_0^{\tau_k} \nu d\tau. \quad (2)$$

В роботі [2] нами побудовано алгоритм визначення параметрів цих моделей за умови, що під час пуску електропривода в момент часу $\tau = 0$ для забезпечення зрушення з місця трамвая його робоча точка в координатах «струм збудження i — робочий магнітний потік ϕ » знаходиться на лінійній частині характеристики намагнічування електродвигуна, заданої моделлю

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in [0, i_{\text{сп}}); \\ a_1 + b_1 i, & i \in [i_{\text{сп}}, \infty); \end{cases} \quad (3)$$

$$i_{\text{сп}} = \frac{b_2 - b_1}{2a_2} \infty, \quad (4)$$

запропонованою нами в роботі [3], а під час руху трамвая ця робоча точка переміщується на параболічну частину цієї характеристики і залишається на ній же до зупинки трамвая в момент часу $\tau = \tau_k$. А в роботі [4] отримано алгоритми для визначення таких параметрів математичних моделей струму якоря i електродвигунів електропривода трамвая та кутової швидкості ν обертання їх роторів, які забезпечать мінімум втрат електроенергії електроприводом трамвая в режимах сталого недовантаження (коли у вагоні знаходиться всього кілька осіб) та перевантаження (коли у вагоні знаходиться людей набагато більше норми — у «години пік»).

Нагадаємо [1], що при роботі на лінійній частині характеристики намагнічування (3) струм якоря i та кутова швидкість його обертання ν задаються моделями

$$i = \frac{a_1 (C + \lambda_0 \tau)}{2(1 - b_1 (C + \lambda_0 \tau))}; \quad (5)$$

$$v = \frac{a_1^2}{4\lambda_0 b_1} \left(\frac{1}{b_1 (1 - b_1 (C + \lambda_0 \tau))} - \frac{1}{b_1} - (C + \lambda_0 \tau) \right) - \mu_0 \tau + C_1, \quad (6)$$

а при роботі на параболічній частині — моделями

$$i = \frac{2}{3a_2} \left(b_2 - \frac{1}{C + \lambda_0 \tau} \right); \quad (7)$$

$$v = \frac{4}{27a_2^2 \lambda_0} \left(b_2^3 (C + \lambda_0 \tau) + \frac{3b_2}{C + \lambda_0 \tau} - \frac{1}{(C + \lambda_0 \tau)^2} \right) - \mu_0 \tau + C_2. \quad (8)$$

Математичні моделі (5)—(8) дійсно доставляють мінімум функціоналу (1) за умови виконання програми (2), але, проаналізувавши можливість практичної реалізації цих моделей, ми дійшли висновку, що ми не можемо в необхідній мірі впливати на такі параметри електродвигунів електропривода трамвая як струм якоря i та кутова швидкість v обертання їх роторів.

Подальший аналіз проблеми практичної реалізації згаданих вище моделей показав, що ми можемо їх забезпечити, впливаючи на інший параметр електропривода трамвая — напругу двигуна, за допомогою системи програмного регулювання опорами, тиристорами або транзисторами, в залежності від системи керування, що використовується в електроприводі трамвая.

Методику синтезу такої системи програмного регулювання ми викладемо в одній із наступних робіт. Зараз же зосередимо увагу на отриманні оптимальних законів зміни напруги електродвигунів електропривода трамвая для забезпечення оптимальних законів зміни струму в їх якорях i та кутової швидкості роторів v .

2. Побудова математичних моделей для визначення оптимальних законів зміни напруги електродвигуна електропривода трамвая

Відомо [5], що напруга U , яка прикладається до якоря двигуна, зв'язана з електрорушійною силою обертання якоря E , струмом якоря $I_{Я}$ та опором обмотки якоря $r_{Я}$ залежністю

$$U = E + I_{Я} r_{Я}. \quad (9)$$

Відомо також [5], що для ЕРС обертання якоря двигуна постійного струму виконується співвідношення

$$E = C_E \Phi \omega, \quad (10)$$

в якому

$$C_E = \frac{pN}{2\pi a} \quad (11)$$

коєфіцієнт, що визначається конструктивними параметрами машини, Φ — магнітний потік одного полюса, ω — швидкість обертання якоря.

У формулі (11): p — число пар полюсів двигуна, N — число активних провідників обмотки якоря, a — число пар паралельних гілок обмотки якоря.

Підставляючи вираз (10) у співвідношення (9), матимемо

$$U = C_E \Phi \omega + I_{Я} r_{Я}. \quad (12)$$

Знайдемо спочатку оптимальний закон зміни напруги електродвигуна електропривода трамвая при роботі двигуна на лінійній частині характеристики намагнічування.

Для цього у співвідношеннях (5) та (6) перейдемо від відносних одиниць до іменованих. Нагадаємо [1], що перехід до відносних одиниць ми робили за допомогою співвідношень:

$$\mu = \frac{M}{M_H}; \quad \mu_0 = \frac{M_{СТ}}{M_H}; \quad i = \frac{I_{Я}}{I_H}; \quad \phi = \frac{\Phi}{\Phi_H}; \quad v = \frac{\omega}{\omega_H}; \quad \tau = \frac{t}{T_M}, \quad (13)$$

де M_H , I_H , Φ_H , ω_H — номінальні значення відповідно моменту, струму, магнітного потоку та кутової швидкості, а T_M — механічна стала, яка визначається як

$$T_M = \frac{J\omega_H}{M_H}, \quad (14)$$

де J – приведений до вала електродвигуна момент інерції махових мас електропривода.

З урахуванням співвідношень (13), математичні моделі (5) та (6) матимуть вигляд:

$$I_{Я} = \frac{a_1 I_H (CT_M + \lambda_0 t)}{2(T_M - b_1 (CT_M + \lambda_0 t))}; \quad (15)$$

$$\omega = \frac{a_1^2 \omega_H}{4\lambda_0 b_1} \left[\frac{T_M}{b_1 (T_M - b_1 (CT_M + \lambda_0 t))} - \frac{1}{b_1} - \frac{1}{T_M} (CT_M + \lambda_0 t) \right] - \frac{M_{СТ} \omega_H}{M_H T_M} t + C_1 \omega_H. \quad (16)$$

Переводячи також до іменованих одиниць ту частину системи (3), яка відповідає лінійній частині характеристики намагнічування, отримаємо:

$$\Phi = \Phi_H \left(a_1 + \frac{b_1}{I_H} I_{Я} \right). \quad (17)$$

Підставляючи співвідношення (15), (16) та (17) у вираз (12), отримаємо:

$$U = C_E \Phi_H \omega_H a_1 \left(1 + \frac{b_1 (CT_M + \lambda_0 t)}{2(T_M - b_1 (CT_M + \lambda_0 t))} \right) \times \\ \times \left\{ \frac{a_1^2}{4\lambda_0 b_1} \left[\frac{T_M}{b_1 (T_M - b_1 (CT_M + \lambda_0 t))} - \frac{1}{b_1} - \frac{1}{T_M} (CT_M + \lambda_0 t) \right] - \right. \\ \left. - \frac{M_{СТ}}{M_H T_M} t + C_1 \right\} + \frac{a_1 I_H r_{Я} (CT_M + \lambda_0 t)}{2(T_M - b_1 (CT_M + \lambda_0 t))}. \quad (18)$$

Математична модель (18) задає оптимальний закон зміни напруги двигуна при його роботі на лінійній частині кривої намагнічування.

Тепер знайдемо оптимальний закон зміни напруги електродвигуна електропривода трамвая при роботі двигуна на параболічній частині характеристики намагнічування.

Аналогічно до того, як було зроблено стосовно виразів (5) та (6), з урахуванням співвідношення (13), виразимо математичні моделі (7) та (8) в іменованих одиницях. Отримаємо:

$$I_{Я} = \frac{2I_H}{3a_2} \left(b_2 - \frac{T_M}{CT_M + \lambda_0 t} \right); \quad (19)$$

$$\omega = \frac{4\omega_H}{27a_2^2 \lambda_0} \left[\frac{b_2^3}{T_M} (CT_M + \lambda_0 t) + \frac{3b_2 T_M}{CT_M + \lambda_0 t} - \frac{T_M^2}{(CT_M + \lambda_0 t)^2} \right] - \frac{M_{СТ} \omega_H}{M_H T_M} t + C_2 \omega_H. \quad (20)$$

Виразимо також в іменованих одиницях ту частину системи (3), яка відповідає параболічній частині характеристики намагнічування. Здійснивши потрібні підстановки, матимемо:

$$\Phi = \frac{\Phi_H}{I_H^2} (-a_2 I_{Я} + b_2 I_H) I_{Я}. \quad (21)$$

Підставляючи співвідношення (19), (20) та (21) у вираз (12), отримаємо:

$$U = \frac{2}{3a_2} \left(b_2 - \frac{T_M}{CT_M + \lambda_0 t} \right) \left\{ \frac{C_E \Phi_H \omega_H}{3} \left(b_2 + \frac{2T_M}{CT_M + \lambda_0 t} \right) \times \right. \\ \times \left. \left\{ \frac{4}{27a_2^2 \lambda_0} \left[\frac{b_2^3}{T_M} (CT_M + \lambda_0 t) + \frac{3b_2 T_M}{CT_M + \lambda_0 t} - \frac{T_M^2}{(CT_M + \lambda_0 t)^2} \right] - \frac{M_{СТ}}{M_H T_M} t + C_2 \right\} + I_H r_{Я} \right\}. \quad (22)$$

Математична модель (22) задає оптимальний закон зміни напруги двигуна при його роботі на параболічній частині кривої намагнічування.

Як зазначалося вище, параметри моделей (18) та (22) необхідно визначати за алгоритмом, побудованим у роботі [2].

Слід також зауважити, що якщо параметри математичних моделей (18) та (22) визначити за алгоритмом, наведеним у роботі [4], то отримані математичні моделі забезпечать мінімум витрат електроенергії електроприводом трамвая відповідно в режимах сталого перевантаження та сталого недовантаження.

3. Висновки

1. Створено передумови для практичної реалізації математичних моделей в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні, а саме: визначено, що для того, щоб електропривод трамвая втрачав мінімальну кількість електроенергії під час руху по маршруту від однієї зупинки до наступної, необхідно підтримувати значення напруги на якорях його електродвигунів у відповідності з моделями (18) та (22).

2. У випадку роботи електропривода трамвая в режимах сталого перевантаження чи сталого недовантаження, параметри моделей (18) чи відповідно (22) слід визначати за алгоритмом, наведеним у роботі [4].

3. Побудовані математичні моделі слід використовувати лише тоді, коли для характеристики намагнічування $\phi(i)$ електродвигуна застосовується модель (3).

4. При практичній реалізації моделей (18) та (22) слід пам'ятати про те, що електродвигуни електропривода трамвая під напругу контактної мережі включені двома паралельними вітками по два якорі, з'єднаних послідовно, в кожній.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Математичні моделі в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник ВПІ. — 2004. — № 2. — С. 57 — 61.
2. Друга ітерація алгоритму побудови математичних моделей в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник ВПІ. — 2004. — № 5. — С. 43 — 49.
3. Математична модель кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням для задач оптимізації / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник ВПІ. — 2004. — № 1. — С. 45 — 47.
4. Оптимізація електропривода трамвая в режимах сталого недовантаження та перевантаження / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник ВПІ. — 2004. — № 6. — С. 28 — 33.
5. Вешневский С. Н. Характеристики двигателей в электроприводе. Изд. 6-е, исправленное. — М.: Энергия. — 1977. — 432 с.

Рекомендована кафедрою моделювання і моніторингу складних систем

Надійшла до редакції 24.12.04.
Рекомендована до друку 27.01.05.

Мокін Борис Іванович — завідувач кафедри; *Мокін Олександр Борисович* — аспірант.

Кафедра моделювання і моніторингу складних систем, Вінницький національний технічний університет