

ДО ПИТАННЯ МОДЕЛЮВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАМАГНІЧУВАННЯ ЕЛЕКТРОДВИГУНА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З ПОСЛІДОВНИМ ЗБУДЖЕННЯМ

Встановлено, що представлення моделі кривої намагнічування сукупністю параболи та прямої дає найточнішу апроксимацію універсальної кривої намагнічування електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням (ЕДПЗ) у порівнянні з представленням цієї кривої намагнічування математичними моделями, які базуються на апроксимації кривої намагнічування арка-синусом та гіперболічним тангенсом. Показано, що математичні моделі, які базуються на апроксимації кривої намагнічування гіперболічним тангенсом та арка-синусом, недоцільно використовувати для розв'язання задачі мінімізації втрат електроенергії ЕДПЗ.

1. Вихідні передумови та постановка задачі

В роботі [1] запропонована зручна для використання при розв'язанні задачі оптимізації математична модель характеристики намагнічування $\phi(i)$ у вигляді:

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in [0, i_{cn}); \\ a_1 + b_1 i, & i \in [i_{cn}, \infty), \end{cases} \quad (1)$$

де

$$i_{cn} = \frac{b_2 - b_1}{2a_2}, \quad (2)$$

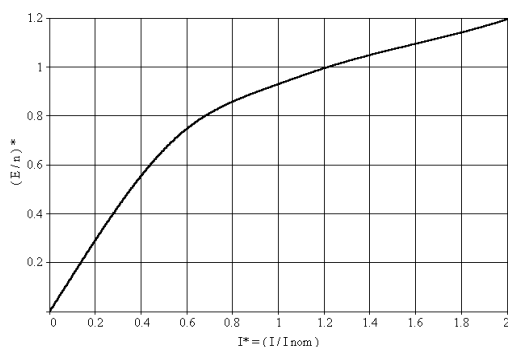


Рис. 1. Універсальна крива намагнічування для двигунів послідовного збудження

та здійснена її ідентифікація для універсальної кривої намагнічування для ЕДПЗ, показаної на рис. 1, у вигляді —

$$\phi(i) = \begin{cases} -0,73299 i^2 + 1,66977 i, & i \in [0, 0,96353); \\ 0,68050 + 0,25725 i, & i \in [0,96353, \infty). \end{cases} \quad (3)$$

В роботі [2] зроблено порівняльний аналіз запропонованої математичної моделі (1) та відомої моделі кривої намагнічування, яка базується на апроксимації нелінійності $\phi(i)$ функцією арктангенса [3]

$$\phi_{at}(i) = a_{at} \arctg(b_{at} i), \quad (4)$$

де a_{at} та b_{at} — константи.

Цей порівняльний аналіз, зроблений на базі універсальної кривої намагнічування [4] (див. рис. 1), показав, що математична модель (1) втричі точніше апроксимує універсальну криву намагнічування, а також, на відміну від моделі (4), може бути застосована у варіаційній задачі оптимізації втрат електроенергії ЕДПЗ.

В продовження статті [2] в даній роботі зроблено порівняльний аналіз математичної моделі кривої намагнічування (1) з моделлю, яка базується на апроксимації кривої намагнічування функцією гіперболічного синуса [5]:

$$i_{sh}(\phi) = a_{sh} \operatorname{sh}(b_{sh} \phi), \quad (5)$$

та з моделлю, яка апроксимує криву намагнічування функцією гіперболічного тангенса [3, 5]:

$$\phi_{th}(i) = a_{th} \operatorname{th}(b_{th} i), \quad (6)$$

де a_{sh} , b_{sh} , a_{th} , b_{th} — константи.

Але перед тим, як перейти безпосередньо до порівняння моделей (1) та (5), (6), необхідно математичну модель (5) представити у адекватному для порівняння з моделлю (1) вигляді, тобто перетворити залежність $i(\phi)$ на залежність $\phi(i)$. Для цього використаємо арка-функцію, а саме — арка-синус, тоді вираз (5) матиме вигляд

$$\phi_{as}(i) = a_{as} \operatorname{arsh}(b_{as} i), \quad (7)$$

де $a_{as} = \frac{1}{b_{sh}}$ та $b_{as} = \frac{1}{a_{sh}}$ — константи.

2. Особливості ідентифікації параметрів математичних моделей (1) та (6), (7)

В роботі [2] побудовано алгоритми ідентифікації параметрів математичних моделей (1) та (4). Що стосується ідентифікації параметрів моделей (6) та (7), то її слід проводити за тим самим алгоритмом, який розроблено у роботі [2] для моделі (4), тільки замінивши всі арктангенси на відповідні функції моделей (6) та (7) і врахувавши, що для моделі (7) значення коефіцієнта b_{as} необхідно шукати у діапазоні значень від 0 до 10.

Не зупиняючись на процесі застосування алгоритму, вкажемо лише на те, що за його допомогою для кривої намагнічування, показаної на рис. 1, отримано —

$$\phi_{th}(i) = 1,13744 \operatorname{th}(1,252 i), \quad (8)$$

$$\phi_{as}(i) = 0,41328 \operatorname{arsh}(4,550 i). \quad (9)$$

3. Порівняльний аналіз математичних моделей (3) та (8), (9)

Як показано в роботі [2], найменше значення суми квадратів відхилень математичної моделі (3) від універсальної кривої намагнічування становитиме —

$$\Sigma_{\min}^{(3)} = \sum_{j=1}^{481} (\phi_p(0,002j) - \phi_1(0,002j))^2 + \sum_{j=482}^{1000} (\phi_p(0,002j) - \phi_2(0,002j))^2 = 0,05544, \quad (10)$$

де $\phi_1(i)$ — парабола, $\phi_2(i)$ — пряма, $\phi_p(i)$ — крива намагнічування, отримана через інтерполяцію відомих точок універсальної кривої намагнічування, а 0,002 — крок дискретизації $\left(\frac{i_{\max}}{1000} = \frac{2}{1000} = 0,002\right)$, в якому i_{\max} — найбільше напевно відоме значення універсальної кривої намагнічування.

Реалізувавши другий алгоритм роботи [2], адаптований до моделей (8) та (9), у комп'ютерній програмі та застосувавши отриману програму до універсальної кривої намагнічування, зображеної на рисунку 1, знайдемо, що найменші значення сум квадратів відхилень математичних моделей (8) та (9) від універсальної кривої намагнічування становитимуть відповідно —

$$\Sigma_{\min}^{(8)} = \sum_{j=1}^{1000} (\phi_p(0,002j) - \phi_{th}(0,002j))^2 = 0,75170, \quad (11)$$

$$\Sigma_{\min}^{(9)} = \sum_{j=1}^{1000} (\phi_p(0,002j) - \phi_{as}(0,002j))^2 = 0,48041. \quad (12)$$

Отже, можна зробити висновок, що математична модель (3) приблизно в 13,56 рази «ближча» до універсальної кривої намагнічування, ніж модель (8):

$$\frac{\Sigma_{\min}^{(8)}}{\Sigma_{\min}^{(1)}} = \frac{0,75170}{0,05544} \approx 13,56, \quad (13)$$

а також приблизно в 8,67 рази «ближча» до універсальної кривої намагнічування, ніж модель (9):

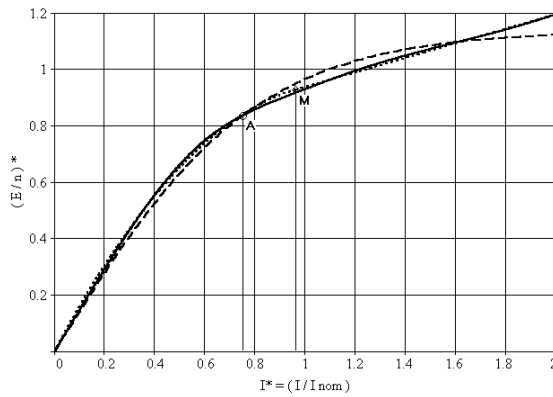


Рис. 2. Графіки універсальної кривої намагнічування (суцільна лінія), параболічно-лінійної кривої намагнічування (пунктирна лінія) та кривої намагнічування, апроксимованої гіперболічним тангенсом (штрихова лінія)

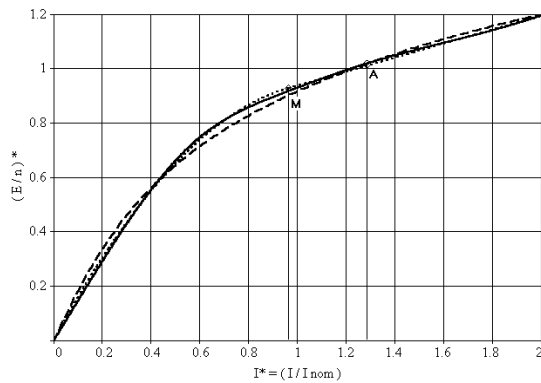


Рис. 3. Графіки універсальної кривої намагнічування (суцільна лінія), параболічно-лінійної кривої намагнічування (пунктирна лінія) та кривої намагнічування, апроксимованої ареа-синусом (штрихова лінія)

$$\frac{\Sigma_{\min}^{(9)}}{\Sigma_{\min}^{(1)}} = \frac{0,48041}{0,05544} \approx 8,67. \quad (14)$$

На рис. 2 зображені графіки універсальної кривої намагнічування (суцільна лінія), параболічно-лінійної кривої намагнічування (пунктирна лінія) та кривої намагнічування, апроксимованої гіперболічним тангенсом (штрихова лінія).

На рис. 3 зображені графіки універсальної кривої намагнічування (суцільна лінія), параболічно-лінійної кривої намагнічування (пунктирна лінія) та кривої намагнічування, апроксимованої ареа-синусом (штрихова лінія).

4. Аналіз можливості застосування математичних моделей (6) та (7) у задачі оптимізації втрат електроенергії

Як зазначалось у статті [6], в роботі [7] задача оптимізації за критерієм

$$Q = \int_0^{\tau_k} i^2 dt \quad (15)$$

режиму роботи за програмою

$$\beta = \int_0^{\tau_k} v dt \quad (16)$$

електропривода з електродвигуном послідовного збудження, динаміка якого описується рівнянням

$$i\dot{\phi} = \dot{v} + \mu_0, \quad (17)$$

доведена до отримання рівняння

$$\frac{2i}{\phi + i \frac{d\phi}{di}} = \lambda_0 \tau + C, \quad (18)$$

для розв'язання якого відносно струму i якоря електродвигуна необхідно задати в аналітичній формі залежність робочого магнітного потоку $\phi(i)$ цього електродвигуна від струму збудження, який для цього класу електродвигунів є одночасно і струмом збудження якоря.

В тій же роботі [6] показано, як отримати оптимальні закони зміни для струму i та швидкості обертання v вала ротора ЕДПЗ, щоб забезпечити мінімум функціонала (15) за умови виконання програми (16).

Слід зазначити, що особливістю використання моделі (1) у співвідношенні (18) є отримання двох пар оптимальних законів зміни струму та швидкості обертання вала ротора, оскільки спочатку ми підставляємо у співвідношення (18) перше рівняння системи (1) і отримуємо першу пару оптимальних законів, а потім — друге рівняння системи (1) і отримуємо другу пару. Зважаючи на це, можна припустити, що математичні моделі (6) та (7) зручніші для використання, оскільки вони описують всю криву намагнічування одним рівнянням.

Підставивши математичну модель (6) у співвідношення (18), матимемо

$$\frac{2i}{a_{th} \operatorname{th}(b_{th} i) + i a_{th} b_{th} (1 - \operatorname{th}^2(b_{th} i))} = \lambda_0 \tau + C, \quad (19)$$

$$\text{або} \quad a_{th} \operatorname{th}(b_{th} i)(\lambda_0 \tau + C) + i a_{th} b_{th} \left(1 - \operatorname{th}^2(b_{th} i)\right)(\lambda_0 \tau + C) - 2i = 0. \quad (20)$$

Підставивши математичну модель (7) у співвідношення (18), матимемо

$$\frac{2i}{a_{as} \operatorname{arsh}(b_{as} i) + i \frac{a_{as} b_{as}}{\sqrt{1 + b_{as}^2 i^2}}} = \lambda_0 \tau + C, \quad (21)$$

$$\text{або} \quad a_{as} \operatorname{arsh}(b_{as} i)(\lambda_0 \tau + C) \sqrt{1 + b_{as}^2 i^2} + i a_{as} b_{as} (\lambda_0 \tau + C) - 2i \sqrt{1 + b_{as}^2 i^2} = 0. \quad (22)$$

Оскільки рівняння (20) та (22) є трансцендентними, нелінійними рівняннями високих порядків, то для них неможливо знайти аналітичні розв'язки у загальному вигляді. А це означає, що математичні моделі (6) та (7), на відміну від моделі (1), непридатні для пошуку такого розв'язку даної задачі оптимізації, на основі якого можна реалізувати систему оптимального керування електроприводом.

А це, в свою чергу, перекреслює перевагу моделей (6) та (7), обумовлену тим, що вона задає зв'язок між магнітним потоком і струмом однією формулою.

5. Висновки

Узагальнюючи порівняльний аналіз математичної моделі (1) з моделями (6) та (7), а також з математичною моделлю (6) роботи [2], можна зробити такі висновки:

1) представлення моделі кривої намагнічування сукупністю параболи та прямої дає найточнішу апроксимацію універсальної кривої намагнічування електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням у порівнянні з представленням цієї кривої намагнічування математичними моделями, які базуються на апроксимації кривої намагнічування арктангенсом (точність апроксимації у 3,10 рази гірша, ніж у моделі (3)), арка-синусом (точність апроксимації гірша у 8,76 рази) та гіперболічним тангенсом (точність апроксимації гірша у 13,56 рази);

2) математичні моделі (6) та (7), які базуються на апроксимації кривої намагнічування гіперболічним тангенсом та арка-синусом, недоцільно використовувати для розв'язання задачі мінімізації втрат електроенергії ЕДПЗ, оскільки при їх застосуванні на шляху до розв'язку виникають трансцендентні, нелінійні рівняння високих порядків, для яких неможливо знайти аналітичні розв'язки в загальному вигляді, що унеможливує, в свою чергу, їх використання для синтезу системи оптимального керування електроприводом.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Математична модель кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням для задач оптимізації // Вісник ВПІ. — 2004. — № 1. — С. 45—47.
2. Мокін О. Б. Порівняльний аналіз математичних моделей кривої намагнічування ЕДПЗ // Вісник ВПІ. — 2005. — № 2. — С. 52—58.
3. Филиппов Е. Нелинейная электромеханика. Пер. с нем. Под ред. А. Б. Тимофеева. Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: «Энергия». — 1976. — 496 с.
4. Вешеневский С. Н. Характеристики двигателей в электроприводе. Изд. 6-е, исправленное. — М.: Энергия. — 1977. — 432 с.
5. Бессонов Л. А. Нелинейный электрические цепи. — М.: Высшая школа. — 1964. — 430 с.
6. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Математичні моделі в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні // Вісник ВПІ. — 2004. — № 2. — С. 57—61.
7. Петров Ю. П. Вариационные методы оптимального управления. — Ленинград: Энергия. — 1965. — 220 с.

Рекомендована кафедрою моделювання і моніторингу складних систем

Надійшла до редакції 31.01.05
Рекомендована до друку 31.01.05

Мокін Олександр Борисович — аспірант кафедри моделювання і моніторингу складних систем.

Вінницький національний технічний університет