

## ІДЕНТИФІКАЦІЯ МЕТОДИЧНОЇ ПОХИБКИ В РОЗВ'ЯЗКУ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА, ЩО ВИНИКАЄ У РАЗІ ОБНУЛЕННЯ НЕНУЛЬОВИХ ЗА УМОВОЮ ЗАДАЧІ КОШІ ПОЧАТКОВИХ УМОВ

**Ю.Г. Ведміцький**

*Вінницький національний технічний університет,  
Хмельницьке шосе, 95, м.Вінниця, 21021, Україна,  
e-mail: [wjq4224@gmail.com](mailto:wjq4224@gmail.com)*

*В роботі проведено математичну ідентифікацію методичної похибки, що з'являється в розв'язку диференціального рівняння стаціонарного електричного кола у разі примусового обнулення ненульових за умовою задачі Коші початкових умов.*

**Ключові слова:** *теоретична електротехніка, стаціонарне електричне коло, динамічна система, перехідний процес, диференціальне рівняння, задача Коші, початкові умови, перетворення Лапласа, методична похибка, напруга, струм*

## ESTIMATION OF METHODOLOGICAL ERROR IN SOLVING THE DIFFERENTIAL EQUATION OF AN ELECTRIC CIRCUIT ARISING IN THE CASE OF ZEROING THE INITIAL CONDITIONS OF THE CAUCHY PROBLEM

**Y.G. Vedmitskyi**

*Vinnytsia National Technical University,  
95, Khmelnytske shose, Vinnytsia, Ukraine, 21021  
e-mail: [wjq4224@gmail.com](mailto:wjq4224@gmail.com)*

*The paper deals with the mathematical identification of the methodological error that appears in the solution of the differential equation of a stationary electric circuit in the case of forced zeroing of the initial conditions that are non-zero according to the Cauchy problem.*

**Key words:** *theoretical electrical engineering, stationary electric circuit, dynamic system, transient process, differential equation, Cauchy problem, initial conditions, Laplace transform, methodological error, voltage, current*

Оскільки теоретичні основи електротехніки є точною наукою і оперують не тільки поняттями, що наділені якісним змістом, але і його кількісними характеристиками [1-3], не може не постати *задача визначення в часовій формі функції абсолютної методичної похибки*, яка з'являється повсякчас там і тоді, де і коли, керуючись загальноприйнятими правилами, під час визначення основних динамічних характеристик системи не враховують ненульові за умовою задачі Коші незалежні та залежні початкові умови і, відповідно, за основу беруть її знеструмлений стан. Тому розв'язування вище зазначеної задачі і має стати метою нашого дослідження.

Задачу розв'яжемо в узагальненому вигляді, інваріантно відносно топологічної структури електричного кола, а також за умови наявності в дробово-раціональній функції зображення методичної похибки не тільки простих, але і кратних полюсів з різним ступенем кратності.

Отже, розглянемо довільне за топологічною структурою лінійне електричне коло з одним джерелом електричної енергії (е.р.с. або струму), яке і слугуватиме генератором збурення динамічної системи дією  $x(t)$ . Реакцією на таку дію слугуватиме функція  $y(t)$  або струму в будь-якій вітці, або напруги на будь-якій ділянці зазначеного кола.

Кількісний зв'язок поміж дією та реакцією на неї встановлюється математичним оператором, що належить до класу лінійних звичайних диференціальних рівнянь:

$$\sum_{k=0}^n a_k \frac{d^k y}{dt^k} = \sum_{s=0}^m b_s \frac{d^s x}{dt^s},$$

отриманих на підставі фізичних законів, які підпорядковують собі силові та енергетичні процеси, що спостерігаються в технічній системі, а також математичних співвідношень, які виявляють основні властивості окремо узятих основних елементів, з яких складається система. У разі електричного кола із зосередженими параметрами таки-

ми фізичними законами слугують закони Кірхгофа, а математичними виразами – співвідношення, які в теоретичній електротехніці отримали назву “компонентних співвідношень”.

Скориставшись інтегральним перетворенням Лапласа і врахувавши окремі властивості останнього, отримуємо операторне рівняння, що зв'язує поміж собою функції зображень вхідної дії  $X(p)$  та реакції на неї  $Y(p)$  з урахуванням нульових та ненульових початкових умов:

$$\sum_{k=0}^n a_k \left[ p^k Y(p) - \sum_{v=0}^{k-1} p^v y^{(k-v-1)}(0_+) \right] = \sum_{s=0}^m b_s \left[ p^s X(p) - \sum_{\tau=0}^{s-1} p^\tau x^{(s-\tau-1)}(0_+) \right].$$

Звідки у разі ігнорування ненульових за умовою задачі Коші початкових умов отримуємо дробово-раціональну функцію операторного зображення абсолютної методичної похибки в розв'язку диференціального рівняння

$$\Delta Y(p) = \frac{\sum_{k=0}^n \sum_{v=0}^{k-1} a_k y^{(k-v-1)}(0_+) p^v}{\sum_{k=0}^n a_k p^k} - \frac{\sum_{s=0}^m \sum_{\tau=0}^{s-1} b_s x^{(s-\tau-1)}(0_+) p^\tau}{\sum_{k=0}^n a_k p^k}.$$

Тоді, відповідно до теореми розкладання [2], функція-оригінал  $\Delta y(t)$  методичної похибки дорівнює:

$$\Delta y(t) = \sum_{i=1}^q \frac{N_y(p_i)}{M'(p_i)} e^{p_i t} - \sum_{i=1}^q \frac{N_x(p_i)}{M'(p_i)} e^{p_i t} + \\ + \frac{1}{(r-1)!} \frac{d^{r-1}}{d p^{r-1}} \left[ \frac{N_y(p) (p-p_r)^r e^{p t}}{M(p)} \right]_{p=p_r} - \frac{1}{(r-1)!} \frac{d^{r-1}}{d p^{r-1}} \left[ \frac{N_x(p) (p-p_r)^r e^{p t}}{M(p)} \right]_{p=p_r} + \dots,$$

або

$$\Delta y(t) = \sum_{i=1}^q \frac{\sum_{k=0}^n \sum_{v=0}^{k-1} a_k y^{(k-v-1)}(0_+) p_i^v}{\sum_{k=1}^n k a_k p_i^{k-1}} e^{p_i t} - \sum_{i=1}^q \frac{\sum_{s=0}^m \sum_{\tau=0}^{s-1} b_s x^{(s-\tau-1)}(0_+) p_i^\tau}{\sum_{k=1}^n k a_k p_i^{k-1}} e^{p_i t} + \\ + \frac{1}{(r-1)!} \frac{d^{r-1}}{d p^{r-1}} \left[ \frac{(p-p_r)^r e^{p t} \sum_{k=0}^n \sum_{v=0}^{k-1} a_k y^{(k-v-1)}(0_+) p^v}{\sum_{k=0}^n a_k p^k} \right]_{p=p_r} - \\ - \frac{1}{(r-1)!} \frac{d^{r-1}}{d p^{r-1}} \left[ \frac{(p-p_r)^r e^{p t} \sum_{s=0}^m \sum_{\tau=0}^{s-1} b_s x^{(s-\tau-1)}(0_+) p^\tau}{\sum_{k=0}^n a_k p^k} \right]_{p=p_r} + \dots.$$

### Висновки

В роботі проведено математичну ідентифікацію фізичних процесів, що спостерігаються під час еволюції стаціонарного електричного кола за нульових та ненульових початкових умов в фундаментальній задачі Коші. На підставі отриманої за інтегральним перетворенням Лапласа дробово-раціональної функції зображення методичної похибки, що з'являється в розв'язку диференціального рівняння у разі примусового обнулення ненульових за умовою задачі Коші початкових умов, визначено в часовій математичній формі і саму функцію-оригінал. Отримані результати доповнюють вихідний базис теоретичних основ електротехніки.

### ПОСИЛАННЯ

1. Математичні методи ідентифікації динамічних систем / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 263 с.
2. Теоретичні основи електротехніки. Перехідні процеси в лінійних колах. Синтез лінійних кіл. Електричні та магнітні нелінійні кола: підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук, С. Ш. Каців, за ред. проф. Ю. О. Карпова. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2019. – 456 с.
3. Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле : підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2014. – 392 с.