

ПРО ТРИВІАЛЬНИЙ ХАРАКТЕР ІНВАРІАНТНОСТІ ПЕРЕДАТНОЇ ФУНКЦІЇ ВІДНОСНО ФУНКЦІЇ ВХІДНОЇ ДІЇ

Вінницький національний технічний університет

В роботі сформульовано та доведено теорему про тривіальний характер інваріантності передатної функції стаціонарного електричного кола відносно функції вхідної дії. Змістова сутність теореми визначає умови та накладає обмеження на застосування операторного методу при розв'язуванні фундаментальної задачі Коші.

Ключові слова: теоретична електротехніка, стаціонарне електричне коло, динамічна система, задача Коші, початкові умови, інтегральне перетворення Лапласа, передатна функція

Сформулюємо та доведемо теорему, сутність якої полягає в тому, що *передатна функція* електричного кола визначає його властивості *незалежно від вхідної дії* лише за нульових значень початкових умов. Хибна практика, що склалася у визначенні та застосуванні цього важливого параметра, на превеликий жаль, залишає поза увагою таку істотну властивість динамічної системи. Задачу розв'яжемо в узагальненому вигляді. Для цього розглянемо довільне лінійне електричне коло з одним джерелом електричної енергії, яке слугуватиме генератором збурення динамічної системи силовою дією $x(t)$, та реакцією системи на таку дію $y(t)$. За фізичним змістом функції $x(t)$ та $y(t)$ виявлятимуть себе як функції миттєвих напруг та (або) миттєвих струмів в електричному колі.

Теорема. *Інваріантність передатної функції лінійної стаціонарної (непараметричної) електричної системи до функції вхідної дії відносно початкових умов є тривіальною.*

Доведемо зазначене. Математичний зв'язок між дією та реакцією на неї в лінійній стаціонарній динамічній системі із зосередженими параметрами встановлюється математичним оператором, що належить до класу лінійних звичайних диференціальних рівнянь [1]:

$$\sum_{k=0}^n a_k \frac{d^k y}{dt^k} = \sum_{s=0}^m b_s \frac{d^s x}{dt^s}. \quad (1)$$

Скористаємося інтегральним перетворенням Лапласа і перейдемо до зображень: спочатку вхідної дії та реакції на неї, а потому – функцій лінійних комбінацій лівої та правої частин диференціального рівняння (1) з урахуванням лінійних властивостей системи. Отже,

$$X(p) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-pt} dt = L\{x(t)\}, \quad Y(p) = \int_0^{\infty} y(t) e^{-pt} dt = L\{y(t)\}; \quad (2)$$

$$L\left\{\sum_{k=0}^n a_k \frac{d^k y}{dt^k}\right\} = L\left\{\sum_{s=0}^m b_s \frac{d^s x}{dt^s}\right\}; \quad \sum_{k=0}^n a_k L\left\{\frac{d^k y}{dt^k}\right\} = \sum_{s=0}^m b_s L\left\{\frac{d^s x}{dt^s}\right\}, \quad (3)$$

де, відповідно до теореми про диференціювання оригіналу, маємо:

$$L\left\{\frac{d^s x}{dt^s}\right\} = p^s X(p) - \sum_{\tau=0}^{s-1} p^{\tau} x^{(k-\tau-1)}(0_+); \quad L\left\{\frac{d^k y}{dt^k}\right\} = p^k Y(p) - \sum_{v=0}^{k-1} p^v y^{(k-v-1)}(0_+). \quad (4)$$

З урахуванням (1) – (4) математичний зв'язок поміж функціями $X(p)$ і $Y(p)$ набуває вигляду:

$$Y(p) \sum_{k=0}^n a_k p^k = X(p) \sum_{s=0}^m b_s p^s + \sum_{k=0}^n \sum_{v=0}^{k-1} a_k y^{(k-v-1)}(0_+) p^v - \sum_{s=0}^m \sum_{\tau=0}^{s-1} b_s x^{(s-\tau-1)}(0_+) p^{\tau},$$

звідки для *передатної функції динамічної системи* отримуємо

$$K_y(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{\sum_{s=0}^m b_s p^s}{\sum_{k=0}^n a_k p^k} + \frac{\sum_{k=0}^n \sum_{v=0}^{k-1} a_k y^{(k-v-1)}(0_+) p^v - \sum_{s=0}^m \sum_{\tau=0}^{s-1} b_s x^{(s-\tau-1)}(0_+) p^{\tau}}{\sum_{k=0}^n a_k p^k} \times \frac{1}{X(p)}.$$

Теорему доведено.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін, Математичні методи ідентифікації динамічних систем, Вінниця, Україна : ВНТУ, 2010, 263 с.