

ОПЕРАТОРНА ФОРМА ТЕЛЕГРАФНИХ РІВНЯНЬ ТРИПРОВІДНОЇ ДОВГОЇ ЛІНІЇ ЗА НЕНУЛЬОВИХ ПОЧАТКОВИХ УМОВ (БЕЗ УРАХУВАННЯ ВПЛИВУ ЗЕМЛІ)

к.т.н., доц. Ведміцький Ю. Г.

Вінницький національний технічний університет

Дослідження перехідних процесів в одновимірних електроенергетичних системах з розподіленими параметрами, викликаних швидкоплинними (миттєвими) або неперервними (повільними) зовнішніми та внутрішніми збуреннями (вмикання, вимикання, грозові розряди, зумисні руйнівні дії, аварійні ситуації тощо), має задля безпеки функціонування системи важливе як теоретичне, так і практичне значення. Математичною інтерпретацією таких процесів є фундаментальна задача Коші, яка передбачає побудову та розв'язування системи диференціальних рівнянь в частинних похідних, що математично описують фізичні явища та процеси в системі за заданих граничних і початкових умов [1-3]. Одним з найпоширеніших методів розв'язування зазначеної задачі є *операторний метод* [2, 3], в основу якого покладено інтегральне перетворення Лапласа

$$u(t, x) \rightarrow U(p, x) = \int_0^{\infty} u(t, x) e^{-pt} dt; \quad i(t, x) \rightarrow I(p, x) = \int_0^{\infty} i(t, x) e^{-pt} dt. \quad (1)$$

Однак в переважній більшості літературних джерел представлено *узагальнені* базиси *теорії електричних кіл з розподіленими параметрами* (диференціальні форми, їх комплексні чи операторні зображення, математичні розв'язки, аналіз процесів та режимів) лише (!) для *двопровідних* одновимірних направлених систем (довгих ліній), де динаміка фізичних явищ електромагнітної природи описується системою *рівнянь О. Хевісайда (телеграфних рівнянь)*

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \end{cases} \quad (2)$$

Попри глибинну сутність рівнянь (2), їх дія поширюється лише на обмежений клас одновимірних електричних систем. Водночас з урахуванням панівної парадигми, що визначила розвиток та стан сучасної електроенергетики, на сьогодні важливими є узагальнені форми *n-провідних* систем, зокрема *трифазних* та *багатофазних* довгих ліній.

В *трипровідній* лінії електромагнітні процеси описуються більш загальною системою

$$\begin{cases} -\frac{\partial u_{AB}}{\partial x} = R_0^{(A)} \cdot i_A + (L_0^{(A)} - M_0^{(AB)}) \cdot \frac{\partial i_A}{\partial t} - R_0^{(B)} \cdot i_B - (L_0^{(B)} - M_0^{(AB)}) \cdot \frac{\partial i_B}{\partial t} - (M_0^{(BC)} - M_0^{(CA)}) \cdot \frac{\partial i_C}{\partial t}; \\ -\frac{\partial u_{BC}}{\partial x} = R_0^{(B)} \cdot i_B + (L_0^{(B)} - M_0^{(BC)}) \cdot \frac{\partial i_B}{\partial t} - R_0^{(C)} \cdot i_C - (L_0^{(C)} - M_0^{(BC)}) \cdot \frac{\partial i_C}{\partial t} - (M_0^{(CA)} - M_0^{(AB)}) \cdot \frac{\partial i_A}{\partial t}; \\ -\frac{\partial u_{CA}}{\partial x} = R_0^{(C)} \cdot i_C + (L_0^{(C)} - M_0^{(CA)}) \cdot \frac{\partial i_C}{\partial t} - R_0^{(A)} \cdot i_A - (L_0^{(A)} + M_0^{(CA)}) \cdot \frac{\partial i_A}{\partial t} - (M_0^{(AB)} - M_0^{(BC)}) \cdot \frac{\partial i_B}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i_A}{\partial x} = G_0^{(AB)} \cdot u_{AB} + C_0^{(AB)} \cdot \frac{\partial u_{AB}}{\partial t} - G_0^{(CA)} \cdot u_{CA} - C_0^{(CA)} \cdot \frac{\partial u_{CA}}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i_B}{\partial x} = G_0^{(BC)} \cdot u_{BC} + C_0^{(BC)} \cdot \frac{\partial u_{BC}}{\partial t} - G_0^{(AB)} \cdot u_{AB} - C_0^{(AB)} \cdot \frac{\partial u_{AB}}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i_C}{\partial x} = G_0^{(CA)} \cdot u_{CA} + C_0^{(CA)} \cdot \frac{\partial u_{CA}}{\partial t} - G_0^{(BC)} \cdot u_{BC} - C_0^{(BC)} \cdot \frac{\partial u_{BC}}{\partial t}. \end{cases} \quad (3)$$

Відносно неї система телеграфних рівнянь (2) математично виявляє себе лише як її окремий випадок, логічна сила якої дедуктивно підпорядкована системі (3).

Відтак за основу побудови операторної форми рівнянь *трипровідної довгої лінії* візьмемо систему диференціальних рівнянь (3). Щодо кожного з рівнянь цієї системи застосуємо інтегральне перетворення Лапласа (1) з урахуванням теореми про диференціювання оригіналу, і, як результат, отримаємо систему звичайних диференціальних рівнянь, побудовану відносно *зображень* миттєвих напруг і струмів, яка і має слугувати підґрунтям для розрахунку та аналізу перехідних процесів в дво- та трипровідних електричних колах з розподіленими параметрами операторним методом (і за нульових, і за ненульових початкових умов):

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{dU_{AB}(p, x)}{dx} &= \left[R_0^{(A)} + p(L_0^{(A)} - M_0^{(AB)}) \right] \cdot I_A(p, x) - \left[R_0^{(B)} + p(L_0^{(B)} - M_0^{(AB)}) \right] \cdot I_B(p, x) - \\ &- p(M_0^{(BC)} - M_0^{(CA)}) \cdot I_C(p, x) - (L_0^{(A)} - M_0^{(AB)}) \cdot i_A(0, x) + (L_0^{(B)} - M_0^{(AB)}) \cdot i_B(0, x) + \\ &+ (M_0^{(BC)} - M_0^{(CA)}) \cdot i_C(0, x); \\ -\frac{dU_{BC}(p, x)}{dx} &= \left[R_0^{(B)} + p(L_0^{(B)} - M_0^{(BC)}) \right] \cdot I_B(p, x) - \left[R_0^{(C)} + p(L_0^{(C)} - M_0^{(BC)}) \right] \cdot I_C(p, x) - \\ &- p(M_0^{(CA)} - M_0^{(AB)}) \cdot I_A(p, x) - (L_0^{(B)} - M_0^{(BC)}) \cdot i_B(0, x) + (L_0^{(C)} - M_0^{(BC)}) \cdot i_C(0, x) + \\ &+ (M_0^{(CA)} - M_0^{(AB)}) \cdot i_A(0, x); \\ -\frac{dU_{CA}(p, x)}{dx} &= \left[R_0^{(C)} + p(L_0^{(C)} - M_0^{(CA)}) \right] \cdot I_C(p, x) - \left[R_0^{(A)} + p(L_0^{(A)} - M_0^{(CA)}) \right] \cdot I_A(p, x) - \\ &- p(M_0^{(AB)} - M_0^{(BC)}) \cdot I_B(p, x) - (L_0^{(C)} - M_0^{(CA)}) \cdot i_C(0, x) + (L_0^{(A)} - M_0^{(CA)}) \cdot i_A(0, x) + \\ &+ (M_0^{(AB)} - M_0^{(BC)}) \cdot i_B(0, x); \\ -\frac{dI_A(p, x)}{dx} &= (G_0^{(AB)} + pC_0^{(AB)}) \cdot U_{AB}(p, x) - (G_0^{(CA)} + pC_0^{(CA)}) \cdot U_{CA}(p, x) - C_0^{(AB)} \cdot u_{AB}(0, x) + \\ &+ C_0^{(CA)} \cdot u_{CA}(0, x); \\ -\frac{dI_B(p, x)}{dx} &= (G_0^{(BC)} + pC_0^{(BC)}) \cdot U_{BC}(p, x) - (G_0^{(AB)} + pC_0^{(AB)}) \cdot U_{AB}(p, x) - C_0^{(BC)} \cdot u_{BC}(0, x) + \\ &+ C_0^{(AB)} \cdot u_{AB}(0, x); \\ -\frac{dI_C(p, x)}{dx} &= (G_0^{(CA)} + pC_0^{(CA)}) \cdot U_{CA}(p, x) - (G_0^{(BC)} + pC_0^{(BC)}) \cdot U_{BC}(p, x) - C_0^{(CA)} \cdot u_{CA}(0, x) + \\ &+ C_0^{(BC)} \cdot u_{BC}(0, x). \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Водночас автор має попередити, що систему (4), як і систему (3), побудовано *без урахування впливу поверхні землі або дії інших сторонніх тіл*.

1. Карпов Ю. О., Ведміцький Ю. Г., Кухарчук В. В. *Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле : підручник*. Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2014. 338 с.
2. Карпов Ю. О., Ведміцький Ю. Г., Кухарчук В. В., Кацив С. Ш. *Теоретичні основи електротехніки. Перехідні процеси в лінійних колах. Синтез лінійних кіл. Електричні та магнітні нелінійні кола : підручник*. Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2019. 456 с.
3. Карпов Ю. О., Кацив С. Ш., Кухарчук В. В., Ведміцький Ю. Г. *Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами : підручник*. Вінниця : ОЛДІ-ПЛЮС, 2013. 326 с.