МАТЕМАТИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ КОЕФІЦІЄНТА ВІДБИТТЯ ЗА ПОТУЖНІСТЮ В СПІВВІДНОШЕННІ МІЖ ХВИЛЬОВОЮ ПРОВІДНІСТЮ ДВОПРОВІДНОЇ ДОВГОЇ ЛІНІЇ ТА ПРОВІДНІСТЮ СПОЖИВАЧА

к.т.н., доц. Ведміцький Ю. Г., ст. Ковтун К. С., ст. Сліденко М. О., ст. Тіслін О. Ю., ст. Ластівка В. Б.

Вінницький національний технічний університет

Як відомо, навіть в *одновимірних* направлених системах з розподіленими параметрами (довгих лініях), а до них зокрема відносять і системи *критичної* інфраструктури (мережеві лінії електропередачі в електроенергетиці, силовій електроніці, провідні канали зв'язку в інформаційній техніці тощо) спостерігаються доволі складні за характером фізичної сутності просторово розподілені *хвильові динамічні процеси електромагнітної природи*. Математично себе це виявляє в інтегралах диференціальних рівнянь в частинних похідних [1-3].

Для двопровідної *довгої лінії* такими рівняннями є система *телеграфних рівнянь*, отримана О. Хевісайдом

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial u}{\partial x} = R_0\, i + L_0\, \dfrac{\partial i}{\partial t}; \\ -\dfrac{\partial i}{\partial x} = G_0\, u + C_0\, \dfrac{\partial u}{\partial t}. \end{cases} \tag{1}$$

Не можна не додати – безмежно гарна за формою і глибинна за змістом. Її розв'язки

$$\begin{cases} u(x,\, t) = u_{пр}(x,\, t) + u_{зв}(x,\, t); \\ i(x,\, t) = i_{пр}(x,\, t) - i_{зв}(x,\, t), \end{cases} \tag{2}$$

виокремлюючи фундаментальність та віддзеркалюючи багатогранність фізичних явищ електромагнітної природи, дозволяють під час дослідження та експлуатації технічних систем виявляти, а потому і розкривати, важливі закономірності в розгортанні енергетичної активності силових та інформаційних процесів, що спостерігаються в таких системах, як у просторі, так і у часі, та водночас формулювати різноманітні супутні актуальні технічні задачі і знаходити можливі їх рішення.

Наразі зупинимося на одній із таких задач – оптимізаційній задачі. З-поміж показників ефективності роботи розглядуваних систем зосередимо свою увагу на *коефіцієнті відбиття за потужністю*. До зазначеного дослідження спонукає присутність в розв'язках (2) *прямої та зворотної електромагнітних хвиль*, що незалежно і зустрічно одна до одної поширюються ділянками електричного кола з розподіленими параметрами, несучи від джерела до споживача та навзаєм електромагнітну енергію.

Зазначений коефіцієнт визначимо в системі координат $y = l - x$ як відношення активних потужностей зворотної та прямої електромагнітних хвиль в *кінці* лінії ($y = 0$)

$$\eta = \frac{P_{зв}}{P_{пр}}, \tag{3}$$

де

$$\begin{cases} P_{зв} = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T p_{зв}(y,\, t)\, dt = \dfrac{1}{T}\int_0^T u_{зв}(y,\, t)\; i_{зв}(y,\, t)\, dt; \\ P_{пр} = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T p_{пр}(y,\, t)\, dt = \dfrac{1}{T}\int_0^T u_{пр}(y,t)\; i_{пр}(y,\, t)\, dt. \end{cases} \tag{4}$$

Необхідність дослідження коефіцієнта відбиття за потужністю обумовлена наявною залежністю ефективності роботи досліджуваної електроенергетичної системи водночас і від параметрів довгої лінії, і від електричних властивостей споживача. Найперше зазначене стосується зворотної електромагнітної хвилі. Як відомо, в *узгодженому режимі* роботи довгої

лінії така хвиля відсутня [1-3]. Тому умовою узгодженого режиму роботи є відповідність між хвильовим опором довгої лінії $\underline{Z}_{хв}$ та комплексним опором споживача $\underline{Z}_{н}$ (або відповідність між їх комплексними провідностями):

$$\underline{Z}_{хв} = \underline{Z}_{н} \ \left(\text{або } \ \underline{Y}_{хв} = \underline{Y}_{н} \ \right). \tag{5}$$

Відтак на прикладі наразі електроенергетичної системи встановимо залежність коефіцієнта відбиття за потужністю в функції співвідношенням між модулями зазначених в (5) комплексних провідностей (з урахуванням водночас і їх аргументів).

Поставлену задачу розв'яжемо в термінах *комплексної повної потужності*, дійсна частина якої, як відомо [2, 3], є *активною* потужністю, а уявна частина – *реактивною*.

Отже, комплексна повна потужність, що споживається споживачем,

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_2 \, \overline{I}_2 = \underline{U}_2 \left(\overline{I}_{2_{пр}} - \overline{I}_{2_{зв}} \right) = \underline{U}_2 \, \overline{I}_{2_{пр}} - \underline{U}_2 \overline{I}_{2_{зв}} = \underline{S}_{2_{пр}} - \underline{S}_{2_{зв}}, \tag{6}$$

відповідно до (6), є фізичною суттю різниці двох комплексних повних потужностей – прямої та зворотної, що визначає фізичну суть різниці і двох *активних* потужностей: $P_2 = P_{2_{пр}} - P_{2_{зв}}$.

Оскільки

$$\begin{cases} P_{2_{пр}} = Re\left\{ \underline{S}_{2_{пр}} \right\} = \dfrac{1}{2} U_2^2 \cdot Re\left\{ \overline{Y}_{хв} + \overline{Y}_{н} \right\}; \\ P_{2_{зв}} = Re\left\{ \underline{S}_{2_{зв}} \right\} = \dfrac{1}{2} U_2^2 \cdot Re\left\{ \overline{Y}_{хв} - \overline{Y}_{н} \right\}, \end{cases} \tag{7}$$

неважко довести, що

$$\begin{cases} P_{2_{пр}} = \dfrac{1}{2} U_2^2 \cdot \left(Y_{хв} \ cos\psi_{y_{хв}} + Y_{н} \ cos\psi_{y_{н}} \right) = \dfrac{1}{2} U_2^2 \, Y_{хв} \ cos\psi_{y_{хв}} \left(1 + \dfrac{Y_{н}}{Y_{хв}} \cdot \dfrac{cos\psi_{y_{н}}}{cos\psi_{y_{хв}}} \right); \\ P_{2_{зв}} = \dfrac{1}{2} U_2^2 \cdot \left(Y_{хв} \ cos\psi_{y_{хв}} - Y_{н} \ cos\psi_{y_{н}} \right) = \dfrac{1}{2} U_2^2 \, Y_{хв} \ cos\psi_{y_{хв}} \left(1 - \dfrac{Y_{н}}{Y_{хв}} \cdot \dfrac{cos\psi_{y_{н}}}{cos\psi_{y_{хв}}} \right), \end{cases} \tag{8}$$

де $\underline{Y}_{хв} = Y_{хв} \, e^{j\psi_{y_{хв}}}$ – хвильова провідність довгої лінії; $\underline{Y}_{н} = Y_{н} \, e^{j\psi_{y_{н}}}$ – провідність споживача.

Підставивши (8) в (3), для коефіцієнта відбиття за потужністю остаточно отримуємо

$$\eta = \left(1 - \frac{Y_{н}}{Y_{хв}} \cdot \frac{cos\psi_{y_{н}}}{cos\psi_{y_{хв}}} \right) \cdot \left(1 + \frac{Y_{н}}{Y_{хв}} \cdot \frac{cos\psi_{y_{н}}}{cos\psi_{y_{хв}}} \right)^{-1}. \tag{9}$$

Отже, формула (9) визначає характер функціональної залежності коефіцієнта відбиття за потужністю від модулів хвильової провідності довгої лінії та комплексної провідності споживача в їх співвідношенні (з урахуванням аргументів) і, закладаючи необхідне теоретичне підґрунтя щодо подальшої фізичної та технічної реалізації (за зазначеним критерієм енергетичної ефективності) задач оптимізації електроенергетичної системи типу "довга лінія + споживач", є аналітичним розв'язком сформульованої нами вище мети.

1. Карпов Ю. О., Ведміцький Ю. Г., Кухарчук В. В. *Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле : підручник*. Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2014. 338 с.
2. Карпов Ю. О., Ведміцький Ю. Г., Кухарчук В. В., Кацив С. Ш. *Теоретичні основи електротехніки. Перехідні процеси в лінійних колах. Синтез лінійних кіл. Електричні та магнітні нелінійні кола : підручник*. Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2019. 456 с.
3. Карпов Ю. О., Кацив С. Ш., Кухарчук В. В., Ведміцький Ю. Г. *Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами : підручник*. Вінниця : ОЛДІ-ПЛЮС, 2013. 326 с.