

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТРИПРОВІДНОЇ ДОВГОЇ ЛІНІЇ В ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ (БЕЗ УРАХУВАННЯ ВПЛИВУ ЗЕМЛІ)

Ведміцький Ю. Г., к.т.н., доцент

кафедра комп'ютеризованих електромеханічних систем та комплексів

Вінницький національний технічний університет

e-mail: wjg4224@gmail.com

Як відомо, всі, без винятку, електроенергетичні електричні кола є динамічними системами з розподіленими параметрами, енергетичній активності фізичних явищ електромагнітної природи в яких притаманний складний характер розподілу електромагнітного поля у просторі, супроводжуваний інтенсивною і швидкоплинною його зміною у часі [1-3].

Оскільки підпорядкована фізичним законам еволюція динамічної системи ними ж і обумовлена, для коректного математичного відображення причинно-наслідкового зв'язку поміж силовою дією на таку систему та характером її руху у фазовому просторі, щоби описувати еволюційний рух динамічної системи у просторі-часі або в явній (безпосередньо просторово-часовій), або в опосередкованій (векторній, комплексній, операторній тощо) формах тотожно і без оман, виявлені математичні моделі мають бути віддзеркаленням актуальних відносно поставленої задачі фізичних законів.

Для динамічних систем електромагнітної природи наріжним каменем математичної ідентифікації є рівняння Дж. Кл. Максвелла [1].

В окремих випадках, якщо тільки досліджуванні електричні системи з розподіленими параметрами за своєю топологічною структурою виявляють себе у відносно простих просторових формах, то при постановці задачі Коші побудова диференціальних рівнянь може бути досить адекватно та змістовно описана законами Кірхгофа, представленими в інтегральній формі [1-3].

Теорія електричних кіл з розподіленими параметрами є класичною теорією [2, 3]. Однак класичним в чисельних літературних джерелах є і її висвітлення. На думку автора, незадовільне. Призупинене в своєму розвитку. Зазвичай висвітлення зазначеної теорії зводиться лише до однієї з її складових – теорії двопровідної довгої лінії. Раз у раз цією ж складовою розгляд зазначеної теорії і завершується. Поза сумнівом, теорія двопровідної довгої лінії, має глибинний характер. Система диференціальних рівнянь в частинних похідних, яка отримала назву телеграфних рівнянь (1)

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}, \end{cases} \quad (1)$$

після відкриття їх видатним вченим О. Хевісайдом, стала здобуттям і окрасою теоретичної електротехніки, дозволивши знайти рішення багатьох на той час нагальних та життєво необхідних практичних задач. Але ж подальша практична

діяльність людини з плином часу та накопиченням нових знань і досвіду вимагає більшого.

Сьогодні ж в теорії довгої лінії дедалі більше відчувається прогалина – відсутність завершеної узагальненої теорії n-провідної довгої лінії, яка б мала дедуктивно не тільки об'єднати в собі розрізнені теорії одновимірних електричних систем з розподіленими параметрами, але і математично ідентифікувати фізичні явища та процеси, що спостерігаються в них.

Зазначене безпосередньо стосується і трифазних електроенергетичних систем, оскільки саме такі системи на сьогодні сформували фундаментальну парадигму традиційної електроенергетики і допоки (?) є її основою.

Тому метою роботи автор вважає математичну ідентифікацію електромагнітних процесів та явищ в трипровідній довгій лінії, водночас допоки без урахування впливу поверхні землі або інших сторонніх тіл.

Розглянемо трипровідну довгу лінію і розташуємо її в заданій системі координат $0x$ (рис. 1), точка початку якої збігається з початком довгої лінії, а вісь направлена до кінця довгої лінії.

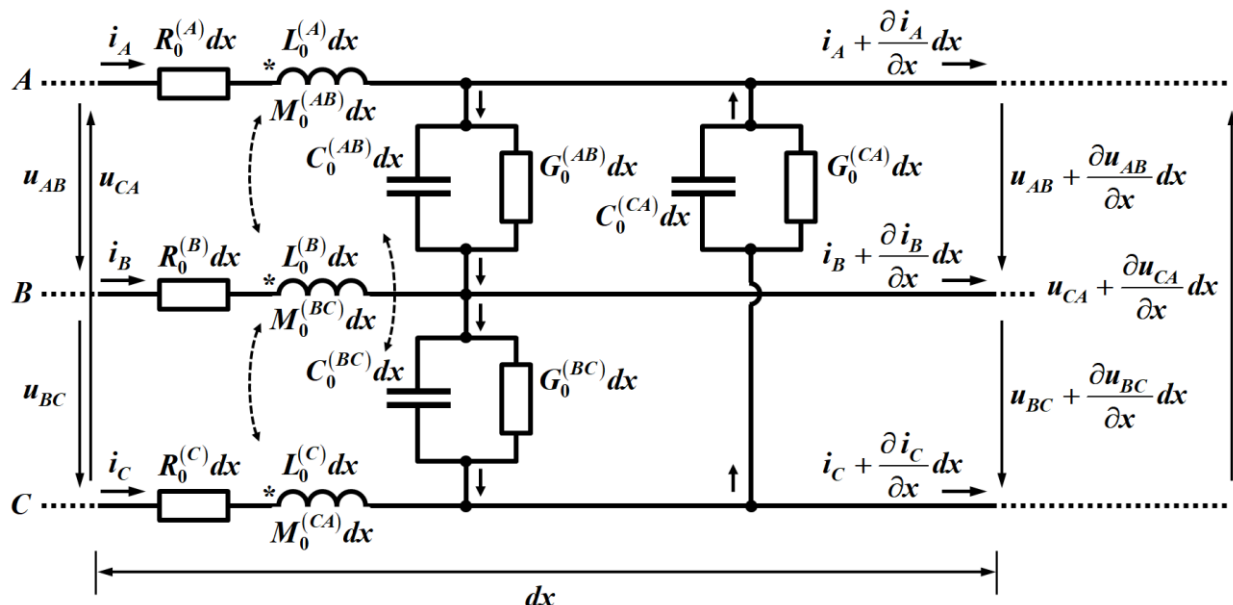


Рис. 1 Схема заміщення нескінченно малої ділянки трипровідної довгої лінії (без урахування впливу поверхні землі)

В такій системі координат миттєві струми (i_A , i_B , i_C) в проводах та напруги (u_{AB} , u_{BC} , u_{CA}) поміж ними виявляють себе як функції двох незалежних змінних – просторової координати x та часу t . Телеграфні рівняння ж встановлюють математичний зв'язок між ними.

Аналіз проведемо у класичний спосіб [1-3]. За такого підходу система диференціальних рівнянь трипровідної довгої лінії в частинних похідних, яку отримано на підставі законів Кірхгофа, записаних для її нескінченно маленьких ділянок (див. рис. 1), в остаточному відображенні має вигляд:

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{\partial u_{AB}}{\partial x} &= R_0^{(A)} \cdot i_A + \left(L_0^{(A)} - M_0^{(AB)} \right) \cdot \frac{\partial i_A}{\partial t} - R_0^{(B)} \cdot i_B - \left(L_0^{(B)} - M_0^{(AB)} \right) \cdot \frac{\partial i_B}{\partial t} - \\ &- \left(M_0^{(BC)} - M_0^{(CA)} \right) \cdot \frac{\partial i_C}{\partial t}; \\ -\frac{\partial u_{BC}}{\partial x} &= R_0^{(B)} \cdot i_B + \left(L_0^{(B)} - M_0^{(BC)} \right) \cdot \frac{\partial i_B}{\partial t} - R_0^{(C)} \cdot i_C - \left(L_0^{(C)} - M_0^{(BC)} \right) \cdot \frac{\partial i_C}{\partial t} - \\ &- \left(M_0^{(CA)} - M_0^{(AB)} \right) \cdot \frac{\partial i_A}{\partial t}; \\ -\frac{\partial u_{CA}}{\partial x} &= R_0^{(C)} \cdot i_C + \left(L_0^{(C)} - M_0^{(CA)} \right) \cdot \frac{\partial i_C}{\partial t} - R_0^{(A)} \cdot i_A - \left(L_0^{(A)} + M_0^{(CA)} \right) \cdot \frac{\partial i_A}{\partial t} - \\ &- \left(M_0^{(AB)} - M_0^{(BC)} \right) \cdot \frac{\partial i_B}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i_A}{\partial x} &= G_0^{(AB)} \cdot u_{AB} + C_0^{(AB)} \cdot \frac{\partial u_{AB}}{\partial t} - G_0^{(CA)} \cdot u_{CA} - C_0^{(CA)} \cdot \frac{\partial u_{CA}}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i_B}{\partial x} &= G_0^{(BC)} \cdot u_{BC} + C_0^{(BC)} \cdot \frac{\partial u_{BC}}{\partial t} - G_0^{(AB)} \cdot u_{AB} - C_0^{(AB)} \cdot \frac{\partial u_{AB}}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i_C}{\partial x} &= G_0^{(CA)} \cdot u_{CA} + C_0^{(CA)} \cdot \frac{\partial u_{CA}}{\partial t} - G_0^{(BC)} \cdot u_{BC} - C_0^{(BC)} \cdot \frac{\partial u_{BC}}{\partial t}. \end{aligned} \right. \quad (2)$$

В роботі проведено математичну ідентифікацію фізичних процесів і явищ в трипровідній довгій лінії (за умови відсутності впливу поверхні землі або інших сторонніх тіл) і на цій основі отримано просторово-часову систему диференціальних рівнянь в частинних похідних (2), складену відносно миттєвих напруг та струмів. Результат роботи виявляє себе як математичне підґрунтя для подальшого розв'язування задач аналізу та синтезу трипровідних електричних кіл з розподіленими параметрами як в усталених режимах роботи, так і перехідних процесах в них.

Список використаних джерел

1. Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле : підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2014. – 392 с.
2. Теоретичні основи електротехніки. Перехідні процеси в лінійних колах. Синтез лінійних кіл. Електричні та магнітні нелінійні кола : підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук, С. Ш. Кацив, за ред. проф. Ю. О. Карпова. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2019. – 456 с.
3. Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами : підручник / Ю. О. Карпов, С. Ш. Кацив, В. В. Кухарчук, Ю. Г. Ведміцький, під ред. проф. Ю. О. Карпова – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 377 с.