УДК 681.3

О. П. Ротштейн, д. т. н., проф.;
С. Д. Штовба, к. т. н., доц.;
О. М. Козачко, асп.

НЕЧІТКЕ ПРОГНОЗУВАННЯ НАДІЙНОСТІ АЛГОРИТМІВ З УРАХУВАННЯМ ПОМИЛОК РІЗНИХ ТИПІВ

Запропоновано нечіткі моделі надійності алгоритмічних структур для n-арної концепції врахування помилок. Новизною запропонованих моделей є те, що по-перше, на відміну від нечіткої теорії надійності, вони дозволяють врахувати різні типи помилок виконання алгоритму; по-друге, на відміну від матричних моделей надійності алгоритмічних структур, вони забезпечують врахування нечіткої початкової інформації про надійність операторів та логічних умов.

Вступ

Надійність різних систем з дискретною поведінкою можна розглядати з єдиних позицій, якщо представити їхні процеси функціонування у вигляді деякого алгоритму. Теорія надійності алгоритмів розробляється з 70-х років минулого століття. Значний вклад в теорію надійності алгоритмів внесли роботи Сафонова І. В. з оптимізації алгоритмів [1], Байцера Б. з надійності обчислювальних систем [2], Губінського О. І. з надійності людино-машиних систем [3], Суходольского Г. В. з надійності алгоритмів діяльності [4], Дружиніна Г. В. з надійності технологічних процесів [5], Ротштейна О. П. з надійності трудових процесів [6]. В цих роботах розкриваються різні питання оцінки та забезпечення таких надійнісних характеристик алгоритмів:

— ймовірність правильного виконання алгоритму, яка може інтерпретуватися як достовірність інформації, бездефектність продукції, надійність функціонування системи тощо;

— час виконання алгоритму, який може використовуватися для оцінки продуктивності ситеми або своєчасності досягнення мети.

Початковими даними для аналізу та оптимізації надійності алгоритмів є його структура та ймовірнісно-часові характеристики виконання операторів та логічних умов. При цьому припускається, що значення характеристик надійності операторів та логічних умов точно визначені до початку моделювання. В багатьох практичних випадках на момент проектування алгоритму відсутні такі точні початкові дані. Проектувальники можуть лише лінгвістично оцінити рівень того чи іншого параметру надійності. Для моделювання надійності на основі подібної невизначеної початкової інформації запропонована нечітка теорія надійності алгоритмів [7, 8]. Ця теорія дозволяє оперувати зі значеннями надійності типу «дуже висока ймовірність правильного виконання» або «середній час виконання логічної умови» шляхом їхньої формалізації засобами теорії нечітких множин.

Нечітка теорія надійності алгоритмів розроблена під бінарну концепцію помилок, в якій розрізняються лише два стани виконання алгоритму з помилками або без помилок. Самі ж помилки не розрізняються за типом, тобто не важливо яка помилка зроблена під час виконання алгоритму. Для багатьох практичних задач використання бінарної концепції врахування помилок недоцільне, оскільки для різних типів помилок відрізняються ймовірності їх внесення, знаходження та виправлення, так само як і час на виконання цих процедур. В монографії [6] запропоновані чіткі моделі надійності алгоритмів, які враховують помилки різних типів. Дана робота узагальнює ці моделі на випадок нечітких початкових даних. Нечіткі моделі надійності отримані шляхом використання принципу нечіткого узагальнення за методикою роботи [7].

1. Мова опису алгоритмів

Для формалізованого опису алгоритмів скористаємося мовою алгоритмічних алгебр В. М. Глушкова [9]. В цій мові оператори позначаються великими латинськими літерами $(A, B, C, \ldots)$, а логічні умови — малими грецькими літерами $(\alpha, \beta, \gamma, \ldots)$.

Оператор A є відображенням інформаційної множини $\mathfrak{R}$ в себе, тобто перетворення типу $s' = A(s)$, де $s, s' \in \mathfrak{R}$ — стан системи до і після виконання оператора A; $\mathfrak{R}$ — множина всіх можливих станів системи. Система після виконання алгоритму може знаходитися в одному зі станів, 1, 2, …, n, де 0 — відсутність помилок під час виконання алгоритму; 1, 2, …, n — виконання алгоритму з помилкою 1-го, 2-го, … n-го типів.

Логічна умова ω — це відображення поточного стану системи в двоелементну множину {1, 0}, де 1 – істина; 0 – хибність: $\omega(s) \to \{0,1\}$.

2. Чіткі моделі надійності алгоритмів

2.1. Характеристики надійності операторів

В теорії надійності алгоритмів використовуються основні та допоміжні оператори. До основних належать робочі оператори, виконання яких приводить до досягнення мети, а до допоміжних — оператори доробки, які призначені для коректування виявлених помилок. Будемо використовувати матричне представлення характеристик надійності операторів, які дозволяють отримати компактні моделі надійності.

Надійність робочого оператора A та оператора доробки U задамо такими матрицями [6]

$$\mathbf{P}_{\mathrm{A}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{n} \end{array} \\ \begin{pmatrix} p_A^1 & p_A^{0_1} & \dots & p_A^{0_n} \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \dots \\ \mathbf{n} \end{array}, \quad \mathbf{P}_{\mathrm{U}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{n} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ v_U^{1_1} & v_U^{0_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_U^{1_n} & 0 & \dots & v_U^{0_n} \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \dots \\ \mathbf{n} \end{array},$$

де p_A^1 — ймовірність правильного виконання оператора A; $p_A^{0_i}$ — ймовірність внесення помилки i-го типу під час виконання оператора A $\left(p_A^1 + \sum_{i=2}^{n} p_A^{0_i} = 1, \ i = \overline{1,n} \right)$; $v_U^{1_i}$ $\left(v_U^{0_i} \right)$ — ймовірність усунення (не усунення) помилки i-го типу, причому $v_U^{1_i} + v_U^{0_i} = 1$.

В процесі виконання оператора A помилки можуть лише вноситися, але не виявляються та не усуваються Під час виконаня оператора доробки помилки або усуваються, або залишаються, причому переходи з одних типів помилок на інші не допускаються та нові помилки не вносяться.

Час виконання оператора A та оператора доробки U позначимо через t_A та t_U, відповідно.

2.2. Характеристики надійності логічних умов

Характеристики надійності логічних умов описуються такими матрицями [6]:

$$\mathbf{K}_{\omega}^{\mathbf{1}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{n} \end{array} \\ \begin{pmatrix} k_\omega^{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_\omega^{01_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & k_\omega^{01_n} \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \dots \\ \mathbf{n} \end{array}; \quad \mathbf{K}_{W}^{\mathbf{0}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{n} \end{array} \\ \begin{pmatrix} k_\omega^{10} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_\omega^{00_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & k_\omega^{00_n} \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \dots \\ \mathbf{n} \end{array},$$

де $k_\omega^{11} \left(k_\omega^{10} \right)$ — ймовірність того, що відсутність помилок ідентифіковано правильно (неправильно); $k_\omega^{01_i} \left(k_\omega^{00_i} \right)$ — ймовірність пропуску (виявлення) помилки i-го типу, причому $k_\omega^{01_i} + k_\omega^{00_i} = 1$.

Час виконання логічної умови позначимо через t_ω.

2.3. Моделі надійності алгоритмічних структур

Згідно з теоремою про регуляризацію [9] довільний алгоритм можна представити у вигляді таких алгоритмічних структур: «послідовна», «α-диз’юнкція» та «α-ітерація». В табл. 1 показані моделі надійності цих алгоритмічних структур, а також структур «робота—контроль—доробка» та «багаторазова робота», які часто зустрічаються під час моделювання надійності.

Таблиця 1

Моделі надійності та час виконання алгоритмічних структур [6]

Назва	Позначення	Ймовірнісно-часові характеристики
послідовна	$B = A_1 A_2$	$\mathbf{P}_B = \mathbf{P}_{A_1} \cdot \mathbf{P}_{A_2}; \quad t_B = t_{A_1} + t_{A_2}$
α-диз’юнкція	$C = (A_1 \underset{\omega}{\vee} A_2)$	$\mathbf{P}_C = \mathbf{P}_\omega^1 \left(\mathbf{K}_\omega^1 \mathbf{P}_{A_1} + \mathbf{K}_\omega^0 \mathbf{P}_{A_2} \right),$ $t_C = t_\omega + (1-b)\, t_{A_1} + b\, t_{A_2}, \quad b = p_\omega^1 k_\omega^{10} + \sum_{i=1}^{n} p_\omega^{00_i} k_\omega^{00_i}$
α-ітерація	$D = \{A\}_\omega$	$\mathbf{P}_D = \mathbf{P}_\omega \left(\mathbf{I} - \mathbf{K}_\omega^0 \mathbf{P}_A \right)^{-1} \mathbf{K}_\omega^1,$ $t_D = t_\omega + b \dfrac{t_\omega + t_A}{1-b}, \quad b = p_\omega^1 k_\omega^{10} + \sum_{i=1}^{n} p_\omega^{0_i} k_\omega^{00_i}$
робота—контроль—доробка	$F = A(E \underset{\omega}{\vee} U)$, E – тотожний оператор	$\mathbf{P}_F = \mathbf{P}_A \mathbf{K}_\omega^1 + \mathbf{P}_A \mathbf{K}_\omega^0 \mathbf{P}_U,$ $t_F = t_A + t_\omega + t_U \left(p_A^1 \left(1 - k_\omega^{11}\right) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} p_A^{0_i} k_\omega^{00_i} \right)$
багаторазова робота	$G = A^M$	$\mathbf{P}_G = \left(\mathbf{P}_A\right)^M, \quad t_G = M t_A$

Використання моделей надійності (див. табл. 1) дозволяє звести алгоритм до єдиного робочого оператора з еквівалентними характеристиками часу виконання, ймовірності правильного виконання та ймовірностей наявності помилок кожного типу.

3. Нечіткі моделі надійності алгоритмів

3.1. Описування початкових даних нечіткими числами

Невизначені ймовірнісно-часові характеристики надійності операторів та логічних умов опишемо нечіткими числами в α-формі [11]

$$\tilde{q} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \left(\underline{q}_\alpha , \ \overline{q}_\alpha \right),$$

де $\underline{q}_\alpha \left(\overline{q}_\alpha \right)$ — найменше (найбільше) значення параметра q на α-рівні функції належності.

Нечіткі характеристики надійності робочого оператора A та оператора доробки U задамо такими матрицями:

$$\tilde{\mathbf{P}}_A = \begin{pmatrix} \tilde{p}_A^1 & \tilde{p}_A^{0_1} & \dots & \tilde{p}_A^{0_n} \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{P}}_U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{v}_U^{1_1} & \tilde{v}_U^{0_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{v}_U^{1_n} & 0 & \dots & \tilde{v}_U^{0_n} \end{pmatrix},$$

де $\tilde{p}_A^1$ — нечітка ймовірність правильного виконання оператора A; $\tilde{p}_A^{0_i}$ — нечітка ймовірність внесення помилки i-го типу під час виконання оператора A, $i = \overline{1,n}$, причому $\tilde{p}_A^1 + \sum_{i=1}^{n} \tilde{p}_A^{0_i} = \tilde{1}$, де $\tilde{1}$ — «нечітка одиниця» [7]: ; $\tilde{v}_U^{1_i} \left(\tilde{v}_U^{0_i} \right)$ — нечітка ймовірність усунення (не усунення) помилки i-го типу, причому $\tilde{v}_U^{1_i} + \tilde{v}_U^{0_i} = \tilde{1}$.

Нечіткі характеристики надійності логічних умов задамо такими матрицями:

$$\tilde{\mathrm{K}}_\omega^1 = \begin{pmatrix} \tilde{k}_\omega^{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \tilde{k}_\omega^{01_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \tilde{k}_\omega^{01_n} \end{pmatrix}; \quad \tilde{\mathrm{K}}_\omega^0 = \begin{pmatrix} \tilde{k}_\omega^{10} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \tilde{k}_\omega^{00_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \tilde{k}_\omega^{00_n} \end{pmatrix},$$

де $\tilde{k}_\omega^{11}$ $(\tilde{k}_\omega^{10})$ — нечітка ймовірність того, що відсутність помилок ідентифіковано правильно (неправильно); $\tilde{k}_\omega^{01_i}$ $(\tilde{k}_\omega^{00_i})$ — нечітка ймовірність пропуску (виявлення) помилки i-го типу, причому $\tilde{k}_\omega^{01_i} + \tilde{k}_\omega^{00_i} = \tilde{1}$.

Нечіткий час виконання робочого оператора A, оператора доробки U, логічної умови ω позначимо відповідно через $\tilde{t}_A$, $\tilde{t}_U$, $\tilde{t}_W$.

3.2. Принцип нечіткого узагальнення

Для узагальнення моделей надійності алгоритмічних структур (див. табл. 1) на нечіткий випадок будемо використовувати α-рівневий принцип узагальнення. Він формулюється так [7, 11]. Нехай $y = f(q_1, q_2, \dots, q_m)$ — функція m незалежних аргументів. Значення аргументів задані нечіткими числами в α-формі

$$\tilde{q}_i = \bigcup_{\alpha \in [0,\, 1]} \left(\underline{q}_{i\alpha},\ \overline{q}_{i\alpha} \right), \quad i = \overline{1, m}.$$

Тоді значенням функції від нечітких аргументів $\tilde{y} = f\left(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \dots, \tilde{q}_m\right)$ буде нечітке число

$$\tilde{y} = \bigcup_{\alpha \in [0,\, 1]} \left(\underline{y}_\alpha,\ \overline{y}_\alpha \right),$$

де $\underline{y}_\alpha = \inf\limits_{\substack{q_i^* \in \left[\underline{q}_{i\alpha},\, \overline{q}_{i\alpha}\right] \\ i = \overline{1,m}}} f\left(q_1^*, q_2^*, \dots, q_m^*\right)$; $\overline{y}_\alpha = \sup\limits_{\substack{q_i^* \in \left[\underline{q}_{i\alpha},\, \overline{q}_{i\alpha}\right] \\ i = \overline{1,m}}} f\left(q_1^*, q_2^*, \dots, q_m^*\right)$.

Границі α-інтервалу $\left[\underline{y}_\alpha, \overline{y}_\alpha\right]$ для кожного α-рівня визначають розв'язками відповідних задач оптимізації.

3.3. Нечіткі моделі надійності алгоритмічних структур

Застосовуючи принцип нечіткого узагальнення до моделей надійності алгоритмічних структур, отримаємо їх нечіткі аналоги (табл. 2, 3, 4).

Таблиця 2

Нечітка ймовірність внесення помилок при виконані алгоритмічних структур

Структура	Нечіткі ймовірності наявності помилок i-го типу (для кожного α-рівня), $i = \overline{1,n}$
$B = A_1 A_2$	$\underline{p}_B^{0_i} = \underline{p}_{A_1}^{1}\, \underline{p}_{A_2}^{0_i} + \underline{p}_{A_1}^{0_i}$; $\overline{p}_B^{0_i} = \overline{p}_{A_1}^{1}\, \overline{p}_{A_2}^{0_i} + \overline{p}_{A_1}^{0_i}$
$C = \underset{\omega}{(}A_1 \vee A_2)$	$\underline{p}_C^{0_i} = \underline{p}_\omega^{1}\left[k^I\left(\underline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n}\right] + \underline{p}_\omega^{0_i}\left[1 - \overline{k}_\omega^{00_i}\left(1 - \underline{p}_{A_2}^{0_i}\right)\right]$; $\overline{p}_C^{0_i} = \overline{p}_\omega^{1}\left[k^{II}\left(\overline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n}\right] + \overline{p}_\omega^{0_i}\left[1 - \underline{k}_\omega^{00_i}\left(1 - \overline{p}_{A_2}^{0_i}\right)\right]$, де $k^I = \begin{cases} \underline{k}_\omega^{11}, & \underline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n} \ge 0 \\ \overline{k}_\omega^{11}, & \underline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n} < 0 \end{cases}$; $k^{II} = \begin{cases} \underline{k}_\omega^{11}, & \overline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n} < 0 \\ \overline{k}_\omega^{11}, & \overline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n} \ge 0 \end{cases}$.

Продовження таблиці 2

Структура	Нечіткі ймовірності наявності помилок i-го типу (для кожного α-рівня), $i=\overline{1,n}$
$D=\{A\}_{\omega}$	$\underline{p}_D^{0_i}=\dfrac{\underline{p}_A^{0_i}\left(1-\overline{k}_{\omega}^{00_i}\right)}{1-\left[\underline{p}_A^{1}\left(1-\overline{k}_{\omega}^{11}\right)+\sum\limits_{i=1}^{n}\underline{p}_A^{0_i}\overline{k}_{\omega}^{00_i}\right]}$; $\overline{p}_D^{0_i}=\dfrac{\overline{p}_A^{0_i}\left(1-\underline{k}_{\omega}^{00_i}\right)}{1-\left[\overline{p}_A^{1}\left(1-\underline{k}_{\omega}^{11}\right)+\sum\limits_{i=1}^{n}\overline{p}_A^{0_i}\underline{k}_{\omega}^{00_i}\right]}$
$F=A(E\vee U)_{\omega}$	$\underline{p}_F^{0_i}=\underline{p}_A^{0_i}\left(1-\overline{k}_{\omega}^{00_i}\,\overline{v}_u^{1_i}\right)$; $\overline{p}_F^{0_i}=\overline{p}_A^{0_i}\left(1-\underline{k}_{\omega}^{00_i}\,\underline{v}_u^{1_i}\right)$
$G=A^M$	$\underline{p}_G^{0_i}=\dfrac{\underline{p}_A^{0_i}\left[1-\left(\underline{p}_A^{1}\right)^M\right]}{1-\underline{p}_A^{1}}$; $\overline{p}_G^{0_i}=\dfrac{\overline{p}_A^{0_i}\left[1-\left(\overline{p}_A^{1}\right)^M\right]}{1-\overline{p}_A^{1}}$

Таблиця 3

Нечітка ймовірність безпомилкового виконання алгоритмічних структур

Структура	Нечітка ймовірність безпомилкового виконання (для кожного α-рівня)
$B=A_1A_2$	$\underline{p}_B^{1}=\underline{p}_{A_1}^{1}\underline{p}_{A_2}^{1}$; $\overline{p}_B^{1}=\overline{p}_{A_1}^{1}\overline{p}_{A_2}^{1}$
$C=(A_1\vee A_2)_{w}$	$\underline{p}_C^{1}=\underline{p}_{\omega}^{1}\underline{k}_{\omega}^{11}\underline{p}_{A_1}^{1}+\sum\limits_{i=1}^{n}\underline{p}_{\omega}^{0_i}\underline{k}_{\omega}^{00_i}\underline{p}_{A_2}^{1}$; $\overline{p}_C^{1}=\min\left(1,\ \overline{p}_{\omega}^{1}\overline{k}_{\omega}^{11}\overline{p}_{A_1}^{1}+\sum\limits_{i=1}^{n}\overline{p}_{\omega}^{0_i}\overline{k}_{\omega}^{00_i}\overline{p}_{A_2}^{1}\right)$
$D=\{A\}_{w}$	$\underline{p}_D^{1}=\dfrac{\underline{p}_A^{1}\underline{k}_{\omega}^{11}}{1-\left[\underline{p}_A^{1}\left(1-\underline{k}_{\omega}^{11}\right)+\sum\limits_{i=1}^{n}\underline{p}_A^{0_i}\underline{k}_{\omega}^{00_i}\right]}$; $\overline{p}_D^{1}=\min\left(1,\ \dfrac{\overline{p}_A^{1}\overline{k}_{\omega}^{11}}{1-\left[\overline{p}_A^{1}\left(1-\overline{k}_{\omega}^{11}\right)+\sum\limits_{i=1}^{n}\overline{p}_A^{0_i}\overline{k}_{\omega}^{00_i}\right]}\right)$
$F=A(E\vee U)_{\omega}$	$\underline{p}_F^{1}=\underline{p}_A^{1}+\sum\limits_{i=1}^{n}\underline{p}_A^{0_i}\underline{k}_{\omega}^{00_i}\underline{v}_u^{1_i}$; $\overline{p}_F^{1}=\min\left(1,\ \overline{p}_A^{1}+\sum\limits_{i=1}^{n}\overline{p}_A^{0_i}\overline{k}_{\omega}^{00_i}\overline{v}_u^{1_i}\right)$
$G=A^M$	$\underline{p}_G^{1}=\left(\underline{p}_A^{1}\right)^M$; $\overline{p}_G^{1}=\left(\overline{p}_A^{1}\right)^M$

Таблиця 4

Нечіткий час виконання алгоритмічних структур

Структура	Нечіткий час виконання (для кожного α-рівня)
$B=A_1A_2$	$\underline{t}_B=\underline{t}_{A_1}+\underline{t}_{A_2}$, $\overline{t}_B=\overline{t}_{A_1}+\overline{t}_{A_2}$
$C=(A_1\vee A_2)_{\omega}$	$\underline{t}_C=\underline{t}_{\omega}+\left[1-b_1\right]\underline{t}_{A_1}+b_2\underline{t}_{A_2}$; $\overline{t}_C=\overline{t}_{\omega}+\left[1-b_1\right]\overline{t}_{A_1}+b_2\overline{t}_{A_2}$, де $b_1=p_1\left(1-k_1\right)+\sum\limits_{i=1}^{n}p_{\omega}^{0_1}k_{\omega}^{0_1}$; $b_2=p_2\left(1-k_2\right)+\sum\limits_{i=1}^{n}p_{\omega}^{0_2}k_{\omega}^{0_2}$; $p_1=\begin{cases}\underline{p}_{\omega}^{1},\ \underline{t}_{A_1}-\underline{t}_{A_2}\ge 0;\\ \overline{p}_{\omega}^{1},\underline{t}_{A_1}-\underline{t}_{A_2}<0;\end{cases}$ $p_2=\begin{cases}\underline{p}_{\omega}^{1},\ \overline{t}_{A_1}-\overline{t}_{A_2}<0;\\ \overline{p}_{\omega}^{1},\overline{t}_{A_1}-\overline{t}_{A_2}\ge 0;\end{cases}$ $k_1=\begin{cases}\underline{k}_{\omega}^{11},\ \underline{t}_{A_1}-\underline{t}_{A_2}\ge 0;\\ \overline{k}_{\omega}^{11},\underline{t}_{A_1}-\underline{t}_{A_2}<0;\end{cases}$ $k_2=\begin{cases}\underline{k}_{\omega}^{11},\overline{t}_{A_1}-\overline{t}_{A_2}<0;\\ \overline{k}_{\omega}^{11},\overline{t}_{A_1}-\overline{t}_{A_2}\ge 0;\end{cases}$ $p_{\omega}^{0_1}=\begin{cases}\underline{p}_{\omega}^{0_i},\ \underline{t}_{A_2}-\underline{t}_{A_1}\ge 0;\\ \overline{p}_{\omega}^{0_i},\underline{t}_{A_2}-\underline{t}_{A_1}<0;\end{cases}$ $p_{\omega}^{0_2}=\begin{cases}\underline{p}_{\omega}^{0_i},\overline{t}_{A_2}-\overline{t}_{A_1}<0;\\ \overline{p}_{\omega}^{0_i},\overline{t}_{A_2}-\overline{t}_{A_1}\ge 0;\end{cases}$ $k_{\omega}^{0_1}=\begin{cases}\underline{k}_{\omega}^{00_i},\ \underline{t}_{A_2}-\underline{t}_{A_1}\ge 0;\\ \overline{k}_{\omega}^{00_i},\underline{t}_{A_2}-\underline{t}_{A_1}<0;\end{cases}$ $k_{\omega}^{0_2}=\begin{cases}\underline{k}_{\omega}^{00_i},\ \overline{t}_{A_2}-\overline{t}_{A_1}\ge 0;\\ \overline{k}_{\omega}^{00_i},\overline{t}_{A_2}-\overline{t}_{A_1}<0\end{cases}$

Продовження таблиці 4

Структура	Нечіткий час виконання (для кожного α-рівня)
$D = \underset{w}{\{A\}}$	$\underline{t}_D = \dfrac{\underline{t}_A + \underline{t}_\omega}{1 - \left[\underline{p}_A^1\left(1-\overline{k}_\omega^{11}\right) + \sum\limits_{i=1}^{n} \underline{p}_A^{0_i}\underline{k}_\omega^{00_i}\right]}$; $\overline{t}_D = \dfrac{\overline{t}_A + \overline{t}_\omega}{1 - \left[\overline{p}_A^1\left(1-\underline{k}_\omega^{11}\right) + \sum\limits_{i=1}^{n} \overline{p}_A^{0_i}\overline{k}_\omega^{00_i}\right]}$
$F = \underset{\omega}{A(}\, E \vee U)$	$\underline{t}_F = \underline{t}_{A\alpha} + \underline{t}_\omega + \underline{t}_u \underline{p}_A^1\left[\left(1-\overline{k}_\omega^{11}\right) + \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} \underline{p}_A^{0_i}\underline{k}_\omega^{00_i}\right]$; $\overline{t}_F = \overline{t}_A + \overline{t}_\omega + \overline{t}_u\left[\overline{p}_A^1\left(1-\underline{k}_\omega^{11}\right) + \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} \overline{p}_A^{0_i}\overline{k}_\omega^{00_i}\right]$
$G = A^M$	$\underline{t}_G = M\underline{t}_A$; $\overline{t}_G = M\overline{t}_A$

4. Приклад оцінки нечіткої надійності алгоритмів

Розглянемо такий алгоритмічний процес

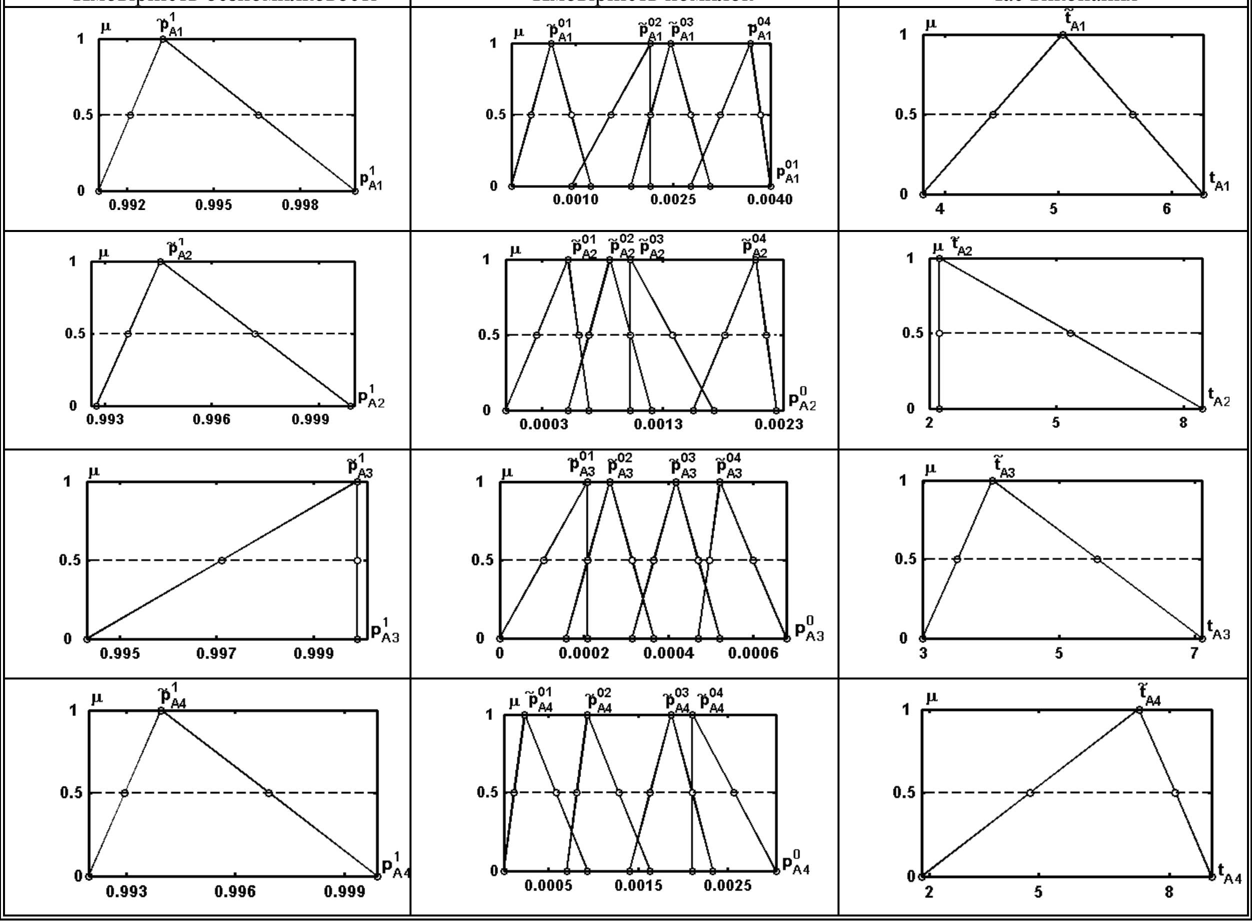
$$Y = \underset{w_1}{A_1 (}\, E \vee U)\, \underset{w_2}{(}\, A_2 \vee A_3)\{A_4 \underset{w_3}{\}}\, A_5^5 . \qquad (1)$$

Нечіткі надійнісні характеристики операторів та логічних умов алгоритму (1) показані в табл. 5—7. В процесі виконання алгоритму (1) можливі 5 станів: «0» — відсутність помилок; «1» — помилка 1-го типу; «2» — помилка 2-го типу; «3» — помилка 3-го типу; «4» — помилка 4-го типу.

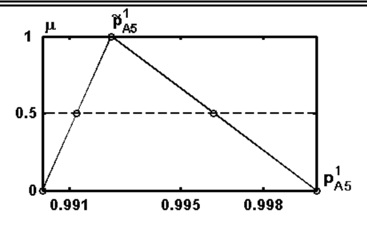
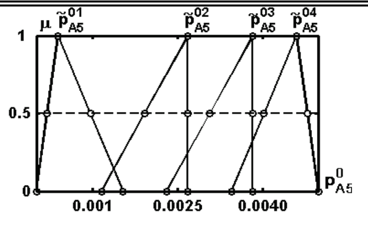
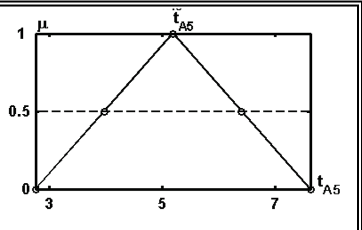
Таблиця 5

Надійнісні характеристики робочих операторів $A_1...A_5$

Ймовірність безпомилковості	Ймовірність помилок	Час виконання

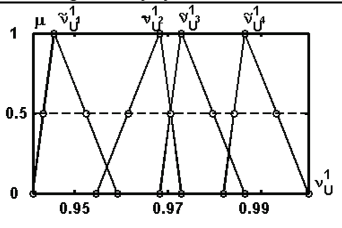
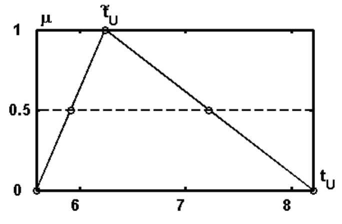


ISSN 1997-9266. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2005. № 4

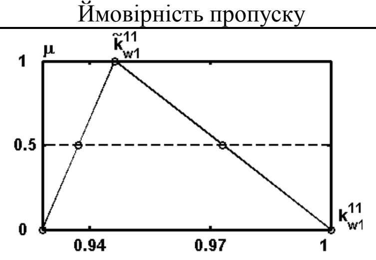
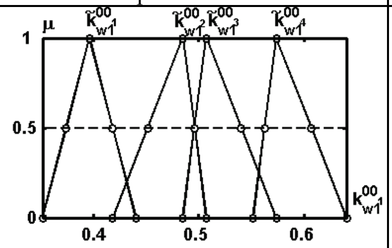
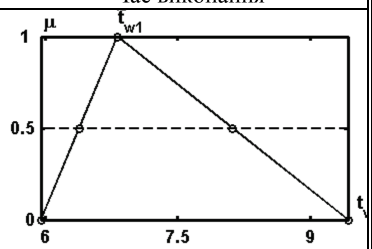
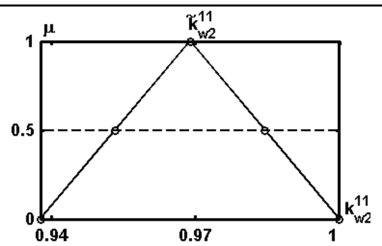
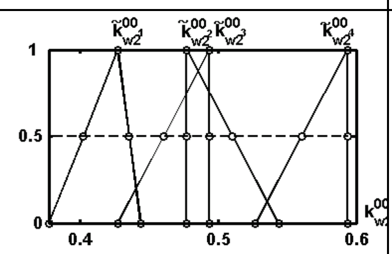
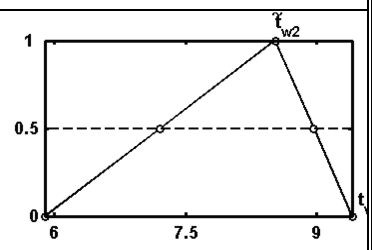
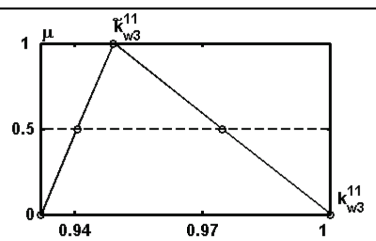
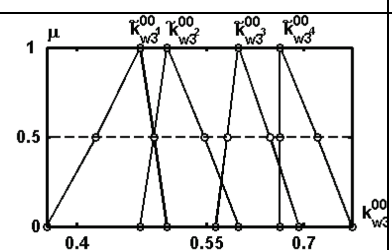
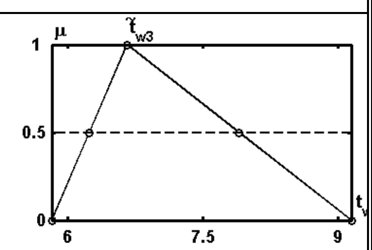
Таблиця 6

Надійнісні характеристики оператора доробки *U*

Ймовірність усунення помилок	Час виконання
	

Таблиця 7

Надійнісні характеристики логічних умов $\omega_1 \ldots \omega_3$

Ймовірність пропуску	Ймовірність виявлення	Час виконання
		
		
		

Використовуючи нечіткі моделі отримаємо нечіткі показники надійності алгоритму (1) в α-формі, час виконання $\left(\tilde{t}_Y\right)$, ймовірність правильного виконання $\left(\tilde{p}_Y^1\right)$ і ймовірності наявності помилок різних типів $\left(\tilde{p}_Y^{0_i},\ i=\overline{1,4}\right)$:

$$\tilde{t}_Y = (39{,}82;\ 91{,}66)_0 \cup\ (51{,}54;\ 77{,}53)_{0,5} \cup\ (63{,}43;\ 63{,}43)_1\,;$$

$$\tilde{p}_Y^1 = (0{,}8702; 0{,}995)_0 \cup (0{,}9032; 0{,}9705)_{0,5} \cup (0{,}9369; 0{,}9369)_1\,;$$

$$\tilde{p}_Y^{0_1} = (0;\ 0{,}0161)_0 \cup (0{,}0022;\ 0{,}0103)_{0,5} \cup (0{,}0045;\ 0{,}0045)_1\,;$$

$$\tilde{p}_Y^{0_2} = (0{,}0023;\ 0{,}0185)_0 \cup (0{,}0052;\ 0{,}0134)_{0,5} \cup (0{,}0082;\ 0{,}0082)_1\,;$$

$$\tilde{p}_Y^{0_3} = (0{,}0044;\ 0{,}0206)_0 \cup (0{,}0071;\ 0{,}0153)_{0,5} \cup (0{,}0099;\ 0{,}0099)_1\,;$$

$$\tilde{p}_Y^{0_4} = (0{,}0062;\ 0{,}0225)_0 \cup (0{,}0090;\ 0{,}0172)_{0,5} \cup (0{,}0120;\ 0{,}0120)_1\,.$$

Отримані оцінки показані на рис. 1. Для терм-множини {Низький, Нижче Середнього, Середній, Вище Середнього, Високий} вони інтерпретуються так:

$$\tilde{t}_Y = \langle 39{,}82;\ 91{,}66;\ \text{Середня}\rangle,\ \tilde{p}_Y^1 = \langle 0{,}8702;\ 0{,}9995;\ \text{Середня}\rangle,\ \tilde{p}_Y^{0_1} = \langle 0;\ 0{,}0161;\ \text{Низька}\rangle,$$

$$\tilde{p}_Y^{0_2} = \langle 0{,}0023;\ 0{,}0185;\ \text{Середня}\rangle,\ \tilde{p}_Y^{0_3} = \langle 0{,}0044;\ 0{,}0206;\ \text{Середня}\rangle,$$

$$\tilde{p}_Y^{0_4} = \langle 0{,}0062;\ 0{,}0225;\ \text{Середня}\rangle.$$

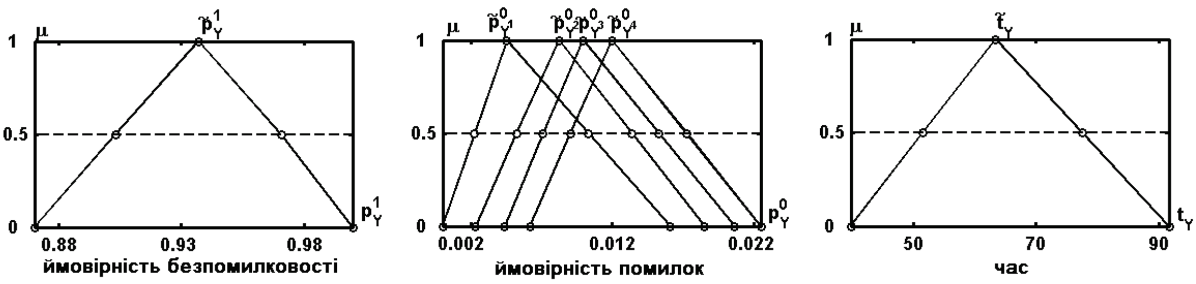


Рис. 1. Нечіткі характеристики надійності виконання алгоритму (1)

На рис. 2 показані графіки чутливості показників надійності алгоритму (1) — нечіткої ймовірності $\tilde{p}_Y^1$ та нечіткого часу $\tilde{t}_Y$ до зміни лінгвістичних значень нечітких характеристик операторів A_1 та A_5. Лінгвістичним значенням відповідають координати максимумів $\hat{p}_{A5}^1$, $\hat{p}_{A1}^1$, $\hat{t}_{A5}$ та $\hat{t}_{A1}$ трикутних функцій належностей нечітких чисел $\tilde{p}_{A5}^1$, $\tilde{p}_{A1}^1$, $\tilde{t}_{A5}$ та $\tilde{t}_{A1}$.

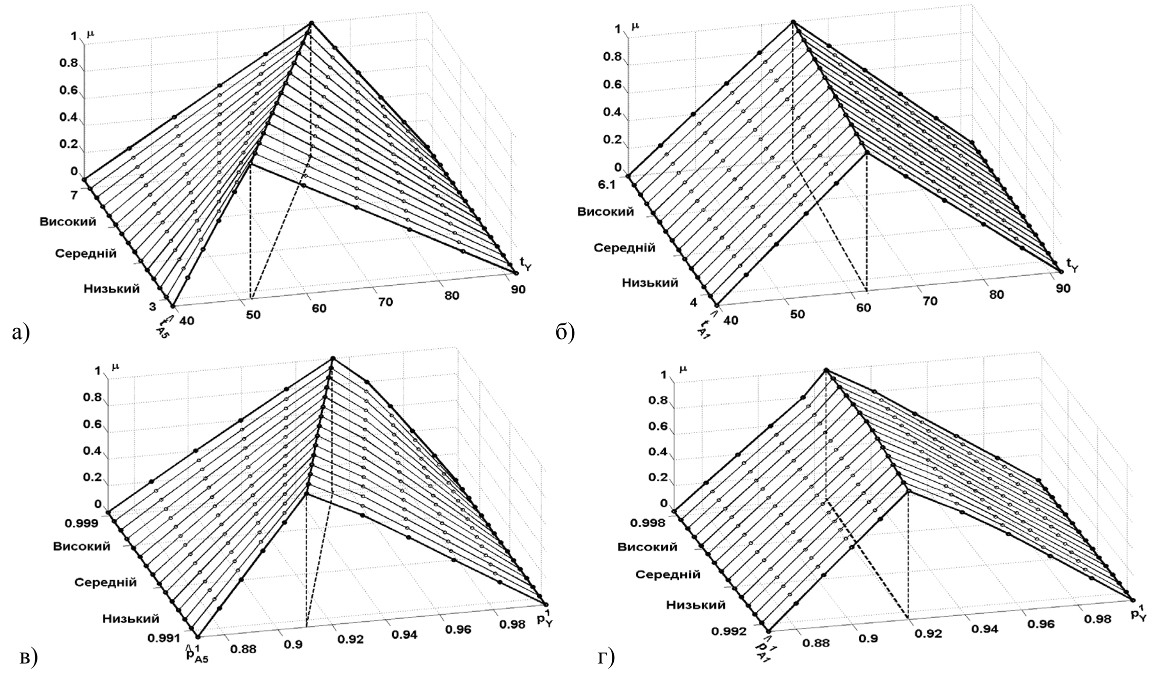


Рис. 2. Графіки чутливості: а) нечіткого часу $\tilde{t}_Y$ до параметра $\hat{t}_{A5}$; б) нечіткого часу $\tilde{t}_Y$ до параметра $\hat{t}_{A1}$; в) нечіткої ймовірності $\tilde{p}^1_Y$ до параметра $\tilde{p}^1_{A5}$; г) нечіткої ймовірності $\tilde{p}^1_Y$ до параметра $\tilde{p}^1_{A1}$

З графіків видно, що час $\left(\tilde{t}_Y\right)$ та ймовірність $\left(\tilde{p}^1_Y\right)$ виконання алгоритму майже не залежить від лінгвістичних оцінок показників $\tilde{t}_{A1}$ та $\tilde{p}^1_{A1}$, але є чутливими до $\tilde{t}_{A5}$ та $\tilde{p}^1_{A5}$, відповідно.

Висновки

Запропоновані нечіткі моделі надійності алгоритмічних структур для *n*-арної концепції врахування помилок. Новизною запропонованих моделей є те, що, по-перше, на відміну від нечіткої теорії надійності, вони дозволяють врахувати різні типи помилок виконання алгоритму; по-друге, на відміну від матричних моделей надійності алгоритмічних структур, вони забезпечують врахування нечіткої початкової інформації про надійність операторів та логічних умов.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Сафонов И. В. Надежностное проектирование структурно-алгоритмических систем. — К.: КДНТП, 1975, — 37 с.
2. Байцер Б. Микроанализ производительности вычислительных систем: пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1983. — 360 с.
3. Губинский А. И. Надежность и качество функционирования эргатических систем. — Л.: Наука, 1982. — 270 с.
4. Суходольский Г. В. Структурно-алгоритмический анализ и синтез деятельности. — Л.: ЛГУ, 1976. — 150 с.
5. Дружинин Г. В. Анализ эрготехнических систем. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 160 с.
6. Ротштейн А. П., Кузнецов П. Д. Проектирование бездефектных человеко-машинных технологий К.: Техника, 1992. — 180 с.
7. Ротштейн А. П., Штовба С. Д. Нечеткая надежность алгоритмических процессов. — Винница: Континент-ПРИМ, 1997. — 142 с.
8. Rotshtein A. Fuzzy Reliability Analysis of Man-Machine systems. In «Reliability and Safety Analysis under Fyzziness». Studies in Fuzzines, Vol 4, Phisica-Verlag, A Springer-Verlag company, 1995. — P. 245—270.
9. Глушков В. М., Цейтлин Г. Е., Ющенко Е. Л. Алгебра. Языки. Программирование. — К.: Наук. думка, 1978. — 320 с.
10. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. — М.: Мир, 1976. — 165 с.
11. Zimmermann H. Fuzzy Set Theory – and its Applications. Third Edition. — Kluwer Academic Publishers, 1996. — 435 p.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління

Надійшла до редакції 18.01.05
Рекомендована до друку 31.01.06

Ротштейн Олександр Петрович — професор кафедри інформаційного менеджменту;
Штовба Сергій Дмитрович — докторант, ***Козачко Олексій Миколайович*** — аспірант.
Кафедра комп'ютерних систем управління.
Вінницький національний технічний університет