

НАВЧАЛЬНІ ТРЕНАЖЕРИ З ОБЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ЕЙЛЕРА: ПОРІВНЯННЯ РЕАЛІЗАЦІЙ У MAPLE ТА PYTHON

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Розглянуто розробку та використання навчальних програмних тренажерів для обчислення функції Ейлера $\varphi(n)$. Проаналізовано реалізацію тренажера в середовищі системи комп'ютерної математики Maple та нову реалізацію мовою Python. Обидві версії забезпечують покрокове пояснення обчислень на основі канонічного розкладу числа та властивостей функції Ейлера. Виконано порівняння реалізацій за критеріями математичної наочності, автономності та практичної спрямованості.

Ключові слова: функція Ейлера, навчальний тренажер, Maple, Python, канонічний розклад, криптографія.

Abstract

The development and use of educational software simulators for calculating Euler's function $\varphi(n)$ are considered. The implementation of the simulator in the Maple computer mathematics system environment and a new implementation in Python are analyzed. Both versions provide step-by-step explanations of calculations based on the canonical decomposition of numbers and the properties of Euler's function. The implementations are compared according to the criteria of mathematical clarity, autonomy, and practical orientation.

Keywords: Euler function, educational simulator, Maple, Python, canonical decomposition, cryptography.

Вступ

Один із важливих напрямів впровадження нових інформаційних технологій під час викладання математично спрямованих дисциплін базується на створенні навчальних тренажерів розв'язування типових задач [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Функція Ейлера $\varphi(n)$ є однією з базових у теорії чисел і широко застосовується в алгоритмах криптографії, зокрема RSA. Раніше було розроблено та опубліковано навчальний Maple-тренажер для покрокового обчислення $\varphi(n)$ [8]. Подальшим етапом роботи стала реалізація аналогічного тренажера мовою Python та порівняння отриманих результатів.

Методика обчислень

Обчислення ґрунтується на канонічному розкладі цілого додатного числа $n = \prod_{i=1}^k p_i^{\alpha_i}$, де p_i - різні прості числа, та використанні формул: $\varphi(p) = p-1$; $\varphi(p_i p_j) = (p_i - 1)(p_j - 1)$, $\varphi(n) = n \cdot \prod_{i=1}^k \left(1 - \frac{1}{p_i}\right)$, $n > 1$. У обох реалізаціях спочатку визначається розклад числа на прості множники, після чого автоматично обирається відповідна формула.

Реалізація в Maple

Maple-тренажер використовує стандартні засоби СКМ для отримання канонічного розкладу числа та формує текстові пояснення кожного кроку обчислення. Перевагою є висока математична наочність та подання результату у формі, наближеній до традиційного запису.

Реалізація в Python

Python-тренажер реалізовано у вигляді консольної програми. Розклад на прості множники виконується методом послідовного ділення. Програма формує канонічний запис числа та обчислює $\varphi(n)$ з детальним поясненням формули та проміжних обчислень.

Лістинг програми:

```
1 import math
2 def get_prime_factorization(n): 1 usage
3
4     factors = {}
5     d = 2
6     temp_n = n
7     while d * d <= temp_n:
8         while (temp_n % d) == 0:
9             factors[d] = factors.get(d, default: 0) + 1
10            temp_n //= d
11            d += 1
12    if temp_n > 1:
13        factors[temp_n] = factors.get(temp_n, default: 0) + 1
14    return factors
15
16
17 def euler_phi_explained(n): 1 usage
18     if not isinstance(n, int) or n <= 0:
19         print("\nПомилка: Функція приймає лише цілі додатні числа.\n")
20         return
21
22     print("-" * 50)
23     print(f"Обчислення для числа: {n}\n")
24
25     factors = get_prime_factorization(n)
26
27
28     canonical_form_str = " * ".join([f"{p}^{k}" if k > 1 else str(p) for p, k in factors.items()])
29     print(f"В канонічній формі задане число має вигляд:\n{n} = {canonical_form_str}\n")
30
31     print("Отже, для обчислення функції Ейлера використовуємо формулу:")
32
33
34     if len(factors) == 1:
35         p, k = list(factors.items())[0]
36
37         formula_str = f" $\varphi(p^k) = p^k - p^{(k-1)}$ "
38         calculation_str = f" $\varphi({p}^{k}) = ({p}^{k}) - ({p}^{k-1}) = {p}^{k} - {p}^{(k-1)}$ "
39         result = p ** k - p ** (k - 1)
40
41         print(formula_str)
42         print(f"[{calculation_str}] = {result}\n")
43
44
45     else:
46         primes = list(factors.keys())
47
48         formula_str = f" $\varphi(n) = n * \prod (1 - 1/p_i)$ "
49
50
51         calculation_parts = [f"(1 - 1/{p})" for p in primes]
52         calculation_str = f" $\varphi({n}) = ({n}) * {' * '.join(calculation_parts)}$ "
53
54
55         result = n
56         for p in primes:
57             result = result * (p - 1) // p
58
```

```

59     print(formula_str)
60     print(f"[{calculation_str} = {result}]\n")
61
62
63
64 > if __name__ == "__main__":
65     print("Програма для обчислення функції Ейлера з поясненнями.")
66
67     while True:
68         user_input = input("Введіть ціле додатне число (або 'вихід' для завершення): ")
69
70
71         if user_input.strip().lower() == 'вихід':
72             print("\nПрограму завершено. До побачення!")
73             break
74
75
76         try:
77             number = int(user_input)
78             euler_phi_explained(number)
79         except ValueError:
80             print("\nПомилка: Будь ласка, введіть коректне ціле число.\n")

```

Приклад роботи Python-тренажера

Листинг 1. Приклад обчислення для $n = 12$:

```

/usr/local/bin/python3.13 /Users/alinavoevoda/PycharmProjects/PythonProject4/a.py
Програма для обчислення функції Ейлера з поясненнями.
Введіть ціле додатне число (або 'вихід' для завершення): 12
-----
Обчислення для числа: 12

В канонічній формі задане число має вигляд:
12 = (2^2) * 3

Отже, для обчислення функції Ейлера використовуємо формулу:
 $\phi(n) = n * \prod (1 - 1/p_i)$ 
 $[\phi(12) = (12) * (1 - 1/2) * (1 - 1/3) = 4]$ 

Введіть ціле додатне число (або 'вихід' для завершення): вихід

Програму завершено. До побачення!

Process finished with exit code 0

```

Порівняння реалізацій

Maple-реалізація є більш наочною з точки зору математичного запису та доцільна на етапі пояснення теоретичних положень. Python-реалізація забезпечує більшу автономність використання, поширеність інструменту та формує практичні навички програмування. Таким чином, Maple доцільно використовувати для первинного опанування теми, а Python – для закріплення та практичного застосування.

Висновки

Розроблено Python-тренажер для обчислення функції Ейлера та виконано його порівняння з раніше створеним Maple-тренажером. Поєднання обох підходів підвищує ефективність засвоєння теми та формує як математичні, так і алгоритмічні компетентності здобувачів вищої освіти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Михалевич В. М. Використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ: монографія / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник. – Вінниця: ВНТУ, 2016. – 279 с. ISBN 978-966-641-670-7.
2. Михалевич В. М., Вайн М. Є., Лавренюк Д. С. Автоматизація та візуалізація розв'язування задачі з аналітичної геометрії про знаходження рівнянь сторін ромба в Maple. Матеріали LIV науково-технічної конференції підрозділів Вінницького національного технічного університету (НТКП ВНТУ–2025) : збірник доповідей [Електронний ресурс]. –Вінниця : ВНТУ, 2025. С. 633–637. URL: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/view/904/1576/2888-1>. ISBN978-617-8132-48-8
3. Михалевич В. М., Фененко Б. О., Павловська А. В. Інформаційні Maple-технології пошуку екстремуму функції двох змінних в задачі оптимізації покриття зони захисту серверної

- кімнати. Матеріали LIV науково-технічної конференції підрозділів Вінницького національного технічного університету (НТКП ВНТУ–2025) : збірник доповідей [Електронний ресурс]. –Вінниця : ВНТУ, 2025. С. 628–632. URL: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/view/904/1576/2888-1>. ISBN 978-617-8132-48-8
4. Михалевич В. М. Використання системи комп'ютерної алгебри для висвітлення ключових ідей симплекс-алгоритму / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : [зб. наук. праць]. — Випуск IX. — Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2011. — С.113–118.
 5. Тютюнник О. І. Застосування системи Maple для знаходження дотичної до функції [Текст] / О. І. Тютюнник, М. С. Сичова, М. Ю. Дунський // <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fitki/all-fitki-2022/paper/view/15009/12678>
 6. Михалевич В. М. Навчально-контролюючий Maple — комплекс з вищої математики / В. М. Михалевич // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. — 2004. — № 1. — С. 74–78.
 7. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків : монографія / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський. — Вінниця: ВНТУ, 2013. — 236 с. ISBN. — 978-966-641-539-7.
 8. Михалевич В. М. Навчальний Maple-тренажер з обчислення функції Ейлера [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, Д. Б. Рогачевський, Д. Ю. Желнитський, Б. А. Балух // LIV науково-технічна конференція факультету інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, м. Вінниця. — 2022. — Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fitki/all-fitki-2022/paper/view/15034/12681>

Аліна Віталіївна Воєвода – студентка групи БКС-24б, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: alinavoievoda77@gmail.com

Науковий керівник: **Володимир Маркусович Михалевич**— д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: vmikhail@gmail.com

Alina Vitaliivna Voievoda – student of group BKS-24b, Faculty of Information Technology and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: alinavoievoda77@gmail.com

Supervisor: **Mykhalevych Volodymyr M.** —Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair for Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, vmikhail@gmail.com.