УДК 618.315

С. В. Бевз, к. т. н., доц.;
С. М. Бурбело,
Ю. В. Томашевський, асп.

МАТРИЧНИЙ АНАЛІЗ НАДІЙНОСТІ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Матричний аналіз надійності електроенергетичних схем дозволяє розглянути узагальнену характеристику еквівалентного джерела живлення як базового елемента повної матриці взаємозв'язків. Послуговуючись даним артефактом, математична модель надійності структурної схеми може бути подана у вигляді принципу вкладених матриць, що розкриває взаємозв'язки між окремими блоками повної матриці надійності схеми.

Вступ

Проектуючи складні технічні системи слід проводити аналіз їх надійності з урахуванням взаємозв'язків елементів системи. Основними складовими надійності роботи технічної системи є безвідмовність та ремонтопридатність [1]. У розрахунках надійності складних систем найчастіше використовуються кількісні характеристики: імовірність та середній час безвідмовної роботи, коефіцієнт готовності тощо. При цьому послуговуються методами теорії імовірності і математичної статистики, теорії графів, матриць, множин, алгеброю логіки та подій [2, 3].

Надійність системи залежить від її структури та складу, від способів поєднання елементів в системі, їх кількісних характеристик. З огляду на наукове осмислення проблематики надійності складних технічних систем [1, 3—5], структурні схеми надійності реальних технічних об'єктів набувають екстенсивного змісту. Спрощення структурних схем надійності складних систем проводиться методами декомпозиції та мінімальних шляхів і перерізів [4, 5]. Подальший аналіз схем здійснюється методом послідовно-паралельного перетворення з'єднань елементів. Визначені вище підходи зводяться до виявлення станів працездатності та відмови схеми. Проте складна архітектоніка реальних схем обумовлює дихотомічний їх поділ (метод декомпозиції) або дендритичного розгортання структур (метод мінімальних шляхів та мінімальних перерізів), що в обох випадках значно ускладнює розрахунок. Звісна річ, такі підходи не є оптимальними для складних кільцевих чи радіальних мереж, оскільки утворюють надто складні структури. В [5] запропоновано якісно новий підхід до вирішення даної проблеми, який дозволяє спростити архітектоніку схем надійності, скориставшись методом еквівалентних перетворень. Щоправда дані перетворення можуть бути зроблені лише відносно двох визначених чи узагальнених вузлів – джерела живлення та навантаження.

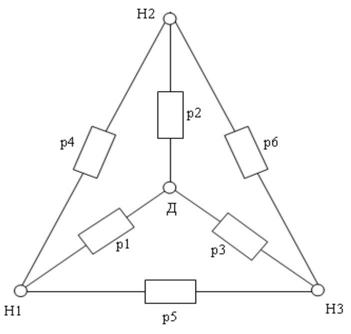

Рис. 1. Розрахункова схема надійності

Продовжуючи дослідження в цьому напрямку, об'єктивно спрямоване на матричний аналіз в теорії надійності, слід зазначити, що матричні моделі конституюють відповідні парадигми – визначені параметри надійності складних систем, на рівні узагальненого екстенсіоналу. В статті пропонується підхід, що акцептує узагальнені перетворення надійнісних структур шляхом аналізу графа системи та з використанням методів матричного аналізу.

Моделювання схемної надійності

Нехай резервована система задана блок-схемою, яка показана на рис. 1.

Основним показником надійності тут вибрано імовірність безвідмовної роботи елементів схеми p_n, n = 1,...,6. Відмови кожного блока схеми є незалежними подіями, вони виключають можливість проходження сигналу між відповідними вузлами схеми. В схемі прийнято позначення вузлів: Д – об'єднаний вузол джерел живлення; H_1, H_2, H_3 – вузли навантажень схеми.

Матриця безпосередніх зв'язків елементів системи має вигляд трикутника (симетрична відносно головної діагоналі):

Д	p_1	p_2	p_3
	H_1	p_4	p_5
		H_2	p_6
			H_3

Умова безвідмовної роботи системи може бути подана у вигляді логічної функції [3], яка визначається шляхом аналізу графа системи або матричним способом.

Спрощення схеми здійснюється:

а) виключенням зі схеми вузла H_1:		
Д	$p_2 \vee p_1 \cdot p_4$	$p_3 \vee p_1 \cdot p_5$
	H_2	$p_6 \vee p_5 \cdot p_4$
		H_3
$H'_3 = (p3 \vee p1 \cdot p5) \vee \left[(p2 \vee p1 \cdot p4) \cdot (p6 \vee p5 \cdot p4)\right]$		

б) виключенням зі схеми вузла H_2:		
Д	$p_1 \vee p_2 \cdot p_4$	$p_3 \vee p_2 \cdot p_6$
	H_1	$p_5 \vee p_6 \cdot p_4$
		H_3
$H''_3 = (p_3 \vee p_2 \cdot p_6) \vee \left[(p_5 \vee p_6 \cdot p_4) \cdot (p_1 \vee p_2 \cdot p_4)\right]$		

Аналогічно визначаються зв'язки відносно вузлів Д і H_1 та Д і H_2. Отже, цим способом почергово можуть бути визначені імовірності проходження сигналів в схемі від джерела живлення до навантажень системи.

Логічний аналіз безвідмовності роботи системи

Подальший аналіз спрямований на зведення отриманої логічної функції до канонічного многочлена за правилами алгебри логіки.

Як випливає із подальшого викладення, надійна робота елементів системи простежується у виділених зонах p_n, n = 1 ,..., 6, визначених за методом графічного відображення булевої функції. Відсутність відмови елементів визначає працездатність схеми, така подія набуває значення одиниці («1»). Відмова елементів схеми розглядається як подія, що порушує працездатність елементів або системи в цілому. Даній події приписується значення нуля («0»).

Проведемо аналіз та мінімізацію логічної функції безвідмовної роботи схеми відносно джерела живлення і навантаження H_3 за діаграмою Вейча, яка являє собою спеціально організовану таблицю відповідностей [3]:

X2

		1	1			1	1			
X1	1	1	1	1	1	1	1			X6
	1	1	1	1	1	1	1	1		
	1	1	1	1	1	1	1	1	X3	
	1	1	1	1	1	1	1	1		
	1	1	1	1	1	1	1	1		X6
	1	1	1	1						
			1							

X4

X5 X5

Аналогічно проводиться мінімізація логічних виразів, які репрезентують імовірність безвідмовності живлення решти вузлів навантажень.

Матричний аналіз імовірнісних величин

Проведення матричного аналізу імовірнісних величин детермінує побудову узагальненої моделі схемної надійності.

Розіб'ємо матрицю взаємозв'язків на блоки, які є логічно обумовленими

$$\left[\begin{array}{c|ccc} Д & p_1 & p_2 & p_3 \\ \hline p_1 & Н_1 & p_4 & p_5 \\ p_2 & p_4 & Н_2 & p_6 \\ p_3 & p_5 & p_6 & Н_3 \end{array}\right],$$

тоді дана матриця запишеться у вигляді блочної $\begin{bmatrix} Д & ДН \\ НД & Н \end{bmatrix}$, де блок Д — набуває змісту еквівалентного джерела живлення; ДН, НД — вектор зв'язку еквівалентного джерела живлення з навантаженням; Н — матриця навантажень

$$Н = \begin{bmatrix} Н_1 & p_4 & p_5 \\ p_4 & Н_2 & p_6 \\ p_5 & p_6 & Н_3 \end{bmatrix}.$$

Для виконання матричних операцій представимо матрицю навантажень у вигляді матриці, головна діагональ якої заповнена одиницями. Доповняльна матриця коефіцієнтів у даному випадку має вигляд

$$\begin{bmatrix} 0 & p_5 \cdot p_6 & p_4 \cdot p_6 \\ p_5 \cdot p_6 & 0 & p_4 \cdot p_5 \\ p_4 \cdot p_6 & p_4 \cdot p_5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Елементи цієї матриці є уточненням до основних взаємозв'язків між вузлами навантажень схеми, що дозволяє подати узагальнену матрицю навантажень у вигляді логічної суми двох матриць:

$$\begin{bmatrix} 1 & p_4 & p_5 \\ p_4 & 1 & p_6 \\ p_5 & p_6 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & p_5 \cdot p_6 & p_4 \cdot p_6 \\ p_5 \cdot p_6 & 0 & p_4 \cdot p_5 \\ p_4 \cdot p_6 & p_4 \cdot p_5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & p_4 \vee p_5 \cdot p_6 & p_5 \vee p_4 \cdot p_6 \\ p_4 \vee p_5 \cdot p_6 & 1 & p_6 \vee p_4 \cdot p_5 \\ p_5 \vee p_4 \cdot p_6 & p_6 \vee p_4 \cdot p_5 & 1 \end{bmatrix}.$$

В результаті виконання операцій логічного множення матриць формується матриця повних взаємозв'язків еквівалентного джерела живлення та навантажень схеми

$$\begin{bmatrix} ДН_1 \\ ДН_2 \\ ДН_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & p_4 \vee p_5 \cdot p_6 & p_5 \vee p_4 \cdot p_6 \\ p_4 \vee p_5 \cdot p_6 & 1 & p_6 \vee p_4 \cdot p_5 \\ p_5 \vee p_4 \cdot p_6 & p_6 \vee p_4 \cdot p_5 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \vee p_4 \cdot p_2 \vee p_5 \cdot p_6 \cdot p_2 \vee p_5 \cdot p_3 \vee p_4 \cdot p_6 \cdot p_3 \\ p_4 \cdot p_1 \vee p_5 \cdot p_6 \cdot p_1 \vee p_2 \vee p_6 \cdot p_3 \vee p_4 \cdot p_5 \cdot p_3 \\ p_5 \cdot p_1 \vee p_4 \cdot p_6 \cdot p_1 \vee p_6 \cdot p_2 \vee p_4 \cdot p_5 \cdot p_2 \vee p_3 \end{bmatrix}.$$

Як бачимо, виконання обчислювальних операцій з матрицями імовірнісного характеру набувають логічного змісту. Матриця взаємозв'язків схеми відображається у формі диз'юнкції елементів [$2...n_i$, $2…n_j$] вихідної і доповняльної матриць та кон'юнкції елементів першого рядка матриці безпосередніх зв'язків елементів системи [$1, 2 … n_j$].

В результаті отримаємо узагальнену матрицю показників надійності системи відносно кожного з навантажень. З огляду на імовірнісне осмислення характеристик надійності замінюємо кожну змінну матриці взаємозв'язків відповідною функцію надійності. Загальна надійність фрагмента схеми без резервування Р = $p_1 \cdot p_2$; фрагменти резервованих схем мають надійність Р = $p_1 \vee p_2 = p_1 + p_2 - p_1 \cdot p_2$.

Спрощення складних структурних схем за методом перетворення «трикутник–зірка»

За альтернативним методом [5] можна провести спрощення структурної схеми надійності, поданої на рисунку, використовуючи еквівалентні перетворення трикутника з центром у вузлі Д у зірки.

$$p_1' = \sqrt{\frac{(p_4 + p_5 p_6 q_4)(p_5 + p_4 p_6 q_5)}{p_6 + p_4 p_5 q_6}}; \quad p_2' = \sqrt{\frac{(p_4 + p_5 p_6 q_4)(p_6 + p_4 p_5 q_6)}{p_5 + p_4 p_6 q_5}};$$

$$p_3' = \sqrt{\frac{(p_5 + p_4 p_6 q_5)(p_6 + p_4 p_5 q_6)}{p_4 + p_5 p_6 q_4}}.$$

У разі зворотного перетворення «зірки» у «трикутника» внаслідок вилучення вузла Д схеми (див. рис. 1) можна отримати співвідношення імовірнісних параметрів вузлів [5]. Метод матричного аналізу акумулює латентні перетворення схеми внаслідок поетапного спрощення за рахунок вилучення рядків та колонок матриці, що відповідають вилученим вузлам схеми.

Для визначення імовірності безвідмовної роботи стосовно кожного з вузлів навантажень проводиться подальше згортання схеми за методом паралельного перетворення згідно з правилом множення ймовірностей відмов незалежних подій, оскільки дана система втрачає працездатність лише при відмові усіх її резервованих елементів, а відмови елементів розглядаються як незалежні події.

Отже, за методом еквівалентних перетворень [5] можна провести розрахунок параметрів надійності складних структурних схем. Дана заміна рівнозначних з точки зору надійності з'єднань може бути подана як імпліцитні матричні перетворення.

Висновок

В статті запропоновано матричний підхід до розв'язання задач надійності складних структурних схем. Шляхом графо-математичного аналізу матриці взаємозв'язків схеми встановлено логічний вираз безвідмовності живлення вузлів навантажень системи розподіленого резервування. Принциповою перевагою розробленої моделі є можливість уніфікації показників надійності відносно кожного з вузлів навантажень системи. Матриця взаємозв’язків схеми відображається у формі диз’юнкції елементів матриці навантажень і доповняльної матриці та кон’юнкції елементів матриці зв'язків еквівалентного джерела живлення та навантаження.

Перспективи подальшого розвитку даної проблеми

Матричний аналіз надійності електроенергетичних схем дозволяє розглянути узагальнену характеристику еквівалентного джерела живлення як базового елемента повної матриці взаємозв’язків. Послуговуючись даним артефактом, математична модель надійності структурної схеми може бути подана у вигляді принципу вкладених матриць, що розкриває взаємозв’язки між окремими блоками повної матриці надійності схеми.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Розанов М. Н. Надёжность сетей электрических систем. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 200с.
2. Бугір М. К. Теорія імовірності та математичної статистики. — Тернопіль, 1998. — 176 с.
3. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. — К.: Техника, 1975. — 768 с.
4. Эндрени Дж. Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах: Перев. с англ. / Под ред. Ю. Н. Руденко. — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 336 с.
5. Бевз С. В., Войтко В. В., Лапко В. С. Спрощення структурних схем надійності методом еквівалентних перетворень // Вісник ВПІ. — № 6. — 2003. — С. 298—303.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом конференції «Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та приладобудування» (2—5. 07.05)

Надійшла до редакції 11.07.05
Рекомендована до друку 21.07.05

Бевз Світлана Володимирівна — доцент, ***Томашевський Юрій Васильович*** — аспірант.

Кафедра електричних станцій, Вінницький національний технічний університет;

Бурбело Сергій Михайлович — начальник бюро АК «Вінницяобленерго»