

ВПЛИВ РАНДОМІЗАЦІЇ ЖАДІБНОГО ПОШУКУ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ КОМІВОЯЖЕРА

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Проведено порівняльний аналіз ефективності класичного жадібного алгоритму з мультистартами та рандомізованого жадібного алгоритму для розв'язання задачі комівояжера. Рандомізація реалізована простим випадковим вибором з двох кандидатів. На основі класичних тестових наборів даних (burma14, bayg29, att48, eil51) продемонстровано, що завдяки поєднанню випадковості та цілеспрямованої «жадібної» стратегії навіть такий базовий рандомізований алгоритм здатний знаходити коротші маршрути, успішно обходячи локальні пастки.

Ключові слова: дискретна оптимізація, задача комівояжера, TSP, жадібний алгоритм, рандомізований жадібний алгоритм.

Abstract

A comparative analysis was conducted to evaluate the performance of the classic greedy algorithm with multiple starts and the randomized greedy algorithm in solving the travelling salesman problem. Randomization was implemented using simple random selection from two candidates. Using classic test datasets (Burma14, Bayg29, Att48 and Eil51), it was demonstrated that combining randomness with a targeted greedy search enables even a basic randomized algorithm to find shorter routes while successfully avoiding local traps.

Keywords: optimization, traveling salesman problem, TSP, greedy algorithm, randomized greedy algorithm.

Вступ

Задача комівояжера (Traveling Salesman Problem, TSP) є однією з найвідоміших NP-складних задач комбінаторної оптимізації. Вона полягає у знаходженні найкоротшого маршруту, який проходить через задану множину міст рівно один раз і повертається до початкової точки. Точні методи розв'язання цієї задачі вимагають експоненційного часу, тому на практиці широко застосовуються евристичні та наближені алгоритми [1, 2]. Класичний жадібний алгоритм (алгоритм найближчого сусіда) є базовим підходом: на кожному кроці здійснюється детермінований перехід до найближчого невідвіданого міста. Це надзвичайно швидкий алгоритм, який часто заводиться у локальні оптимуми [3, 4]. Для подолання цього недоліку застосовують стохастичні стратегії, що вводять елемент випадковості для ефективнішого дослідження простору розв'язків [5, 6].

Жадібна стратегія будує маршрут ітеративно, керуючись принципом локальної оптимальності: перебуваючи в поточній вершині, алгоритм завжди здійснює перехід до найближчої невідвіданої вершини. На фінальних етапах побудови маршруту алгоритм змушений з'єднувати залишені (часто просторово дуже віддалені) вершини, що призводить до утворення довгих неефективних ребер, які різко погіршують загальну якість розв'язку. Для часткової компенсації цього недоліку застосовується метод повного мультистарту: алгоритм запускається по черзі з кожної вершини графа, після чого обирається найкращий (найкоротший) з отриманих маршрутів [6].

Для подолання проблеми локальних оптимумів у базову жадібну стратегію вводиться елемент випадковості – жадібний пошук рандомізується. Замість однозначного детермінованого вибору найближчого сусіда, формується обмежений список кандидатів розмірності K , до якого потрапляють K найближчих невідвіданих вершин. Наступний крок здійснюється до однієї з вершин цього списку. Існують різні методи селекції кандидата зі сформованого списку, зокрема:

- рівномірний вибір: кандидат зі списку обирається випадково з однаковою ймовірністю;
- колесо рулетки (пропорційний вибір) – ймовірність вибору кандидата є обернено пропорційною відстані до нього;

- турнірний вибір – зі списку кандидатів випадковим чином виділяється підмножина вершин, з якої потім детерміновано обирається найкраща;
- елітарний відбір за ϵ -правилом – коли з ϵ -частка маршруту будується за жадібним підходом, а решта – за рандомізованим пошуком.

Ідея дослідження

У межах даного дослідження для тестування обрано перший підхід – метод рівномірного вибору з фіксованою розмірністю списку $K=2$. Цей базовий вид рандомізації дозволяє ізольовано оцінити вплив найпростішого стохастичного фактора на якість жадібного пошуку. Для об'єктивного порівняння застосовується класичний жадібний алгоритм з усіма можливими мультистартами. Це означає, що побудова маршруту виконується по чергові з кожної вершини графа, після чого обирається найкращий результат.

На противагу детермінованому жадібному алгоритму, в основі рандомізованого жадібного алгоритму лежить модифікація правила вибору наступної вершини маршруту. На кожній ітерації формується обмежений список кандидатів, до якого входять K найближчих невідвіданих міст. Алгоритм виконується ітераційно у вигляді масових паралельних запусків із випадкових стартових вершин, доки накопичувальний ефект імовірного вибору не дозволить знайти маршрут, коротший за еталонний результат класичного мултистарту. Динаміка збіжності оцінюється шляхом розрахунку середньої довжини найкращого маршруту за p ітерацій. Для цього серед усіх можливих комбінацій із p мултистартів визначається мінімальний результат, а потім ці значення усереднюються.

Результати досліджень

Для порівняння ефективності алгоритмів було використано стандартні тестові набори з бібліотеки TSPLIB різної розмірності [7]: burma14, bayg29, att48 та eil51.

Для задачі burma14 (14 міст) базовий мултистарт жадібного алгоритму знаходить локально оптимальний розв'язок (довжина 3841), який, проте, містить дуже довгий і неефективний перехід на фінальному кроці замикання маршруту (червона лінія на рис. 1, зліва). Водночас рандомізований алгоритм знаходить вдалішу конфігурацію, яка дозволяє суттєво скоротити цей кінцевий перехід, досягаючи меншої загальної довжини у 3804 (рис. 1, справа).

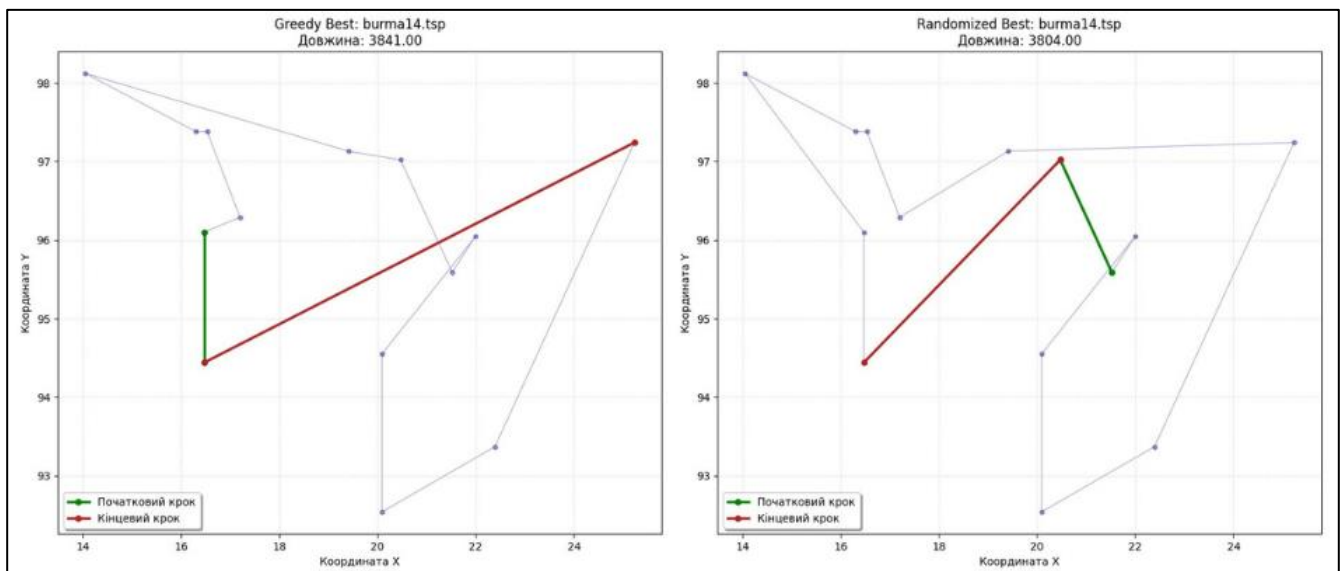


Рисунок 1 – Візуалізація маршрутів для задачі burma14

Як видно з графіка збіжності (рис. 2), повний мултистарт жадібного алгоритму повністю вичерпує свої можливості перебору рівно за 14 ітерацій (за кількістю міст) і зупиняється на знайденому мінімумі. Рандомізованому алгоритму для подолання цього результату знадобилася значно більша кількість спроб:

як чітко видно з графіка, його спадна крива опускається нижче лінії детермінованого підходу лише після 72-ї ітерації, проте в підсумку він знаходить кращий розв'язок.

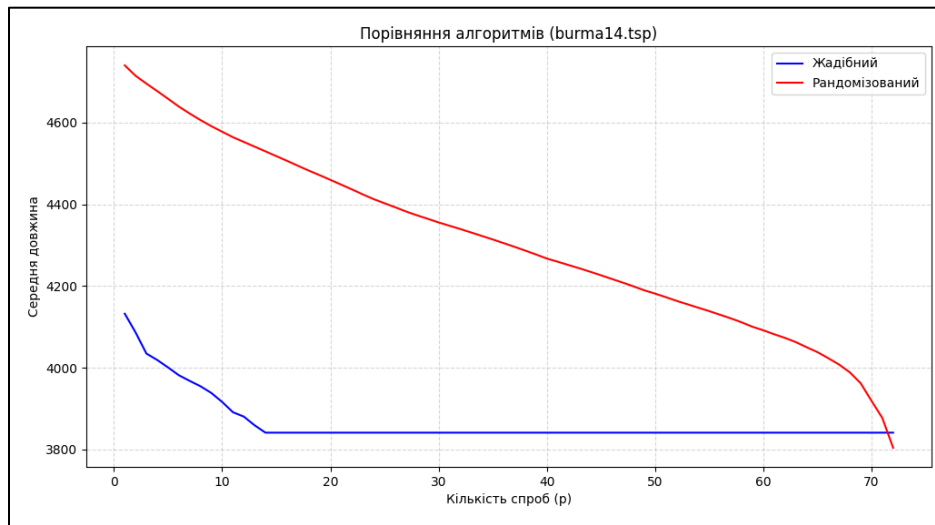


Рисунок 2 – Графік порівняння алгоритмів для задачі `burma14`.

Для задачі `bayg29` (29 міст) базовий мултистарт жадібного алгоритму знаходить розв'язок із загальною довжиною 1935. Проте, як видно на візуалізації (рис. 3, зліва), цей детермінований підхід заганняє себе в пастку на фінальному етапі побудови: кінцевий крок замикання маршруту (червона лінія) виявляється надзвичайно довгим і неефективно перетинає значну частину простору. Натомість рандомізований алгоритм успішно уникає такого глобального стрибка. Змінивши порядок обходу завдяки імовірнісному вибору, він скорочує довжину фінального переходу, що дозволяє досягти кращого загального результату – 1899.00 (рис. 3, справа).

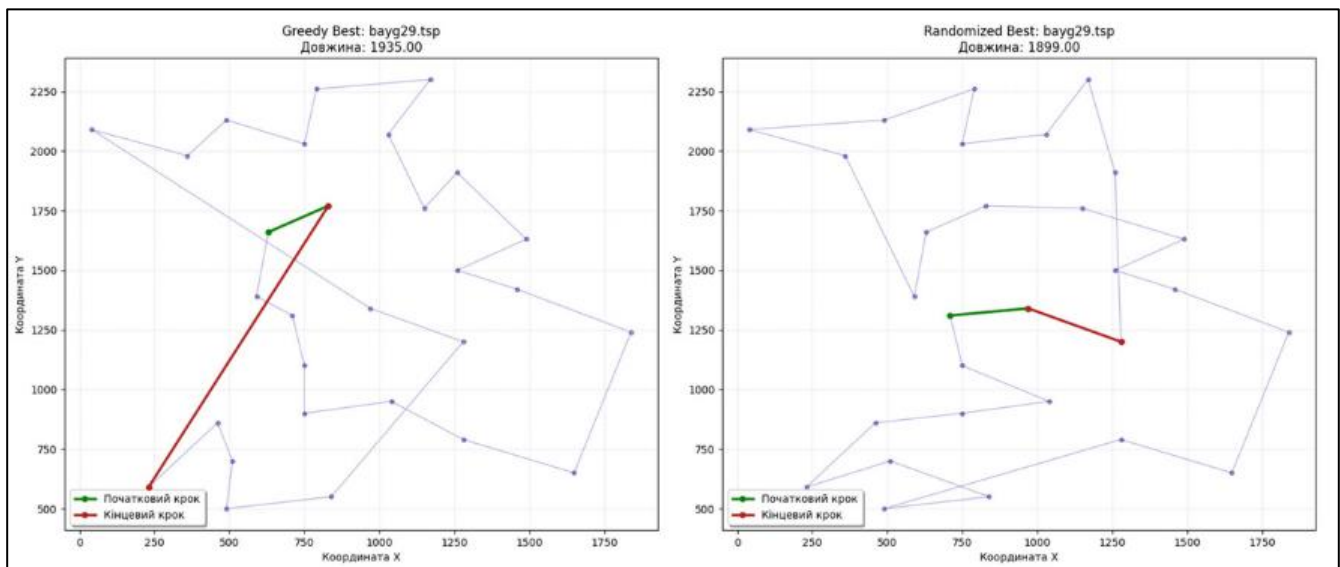


Рисунок 3 – Візуалізація маршрутів для задачі `bayg29`

Графік порівняння ефективності (рис. 4) наочно демонструє обмеження детермінованого підходу: повний мултистарт жадібного алгоритму повністю вичерпує всі можливі варіанти початкових вершин рівно за 29 ітерацій (відповідно до кількості міст) і незмінно зупиняється на своєму найкращому

показнику. Рандомізованому алгоритму для подолання цього результату знадобився ширший простір пошуку, проте його спадна крива опускається нижче лінії базового алгоритму на 72-й спробі, забезпечуючи в підсумку коротший маршрут.

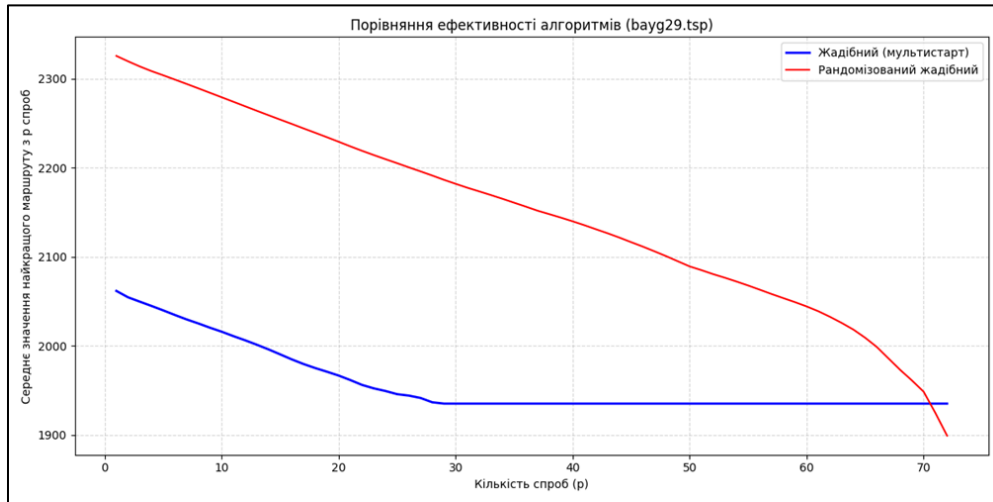


Рисунок 4 – Графік порівняння алгоритмів для задачі bayg29.

Зі збільшенням розмірності задачі зростає простір пошуку, через що обидва алгоритми генерують складні маршрути з наявними перетинами та протяжними переходами між скупченнями точок. На прикладі задачі att48 (48 міст) базовий жадібний алгоритм знаходить розв'язок довжиною 12012, накопичуючи локальні похибки при зміні кластерів (рис. 5, зліва). Рандомізований підхід ($K=2$), хоча й вимагає значного пулу спроб і візуально не позбавляє маршрут схрещень, все ж частково згладжує неефективність детермінованого вибору. Завдяки фактору випадковості він знаходить дещо вдальшу послідовність обходу, що дозволяє мінімізувати деякі переходи та досягти кращого загального результату з довжиною 12007 (рис. 5, справа).

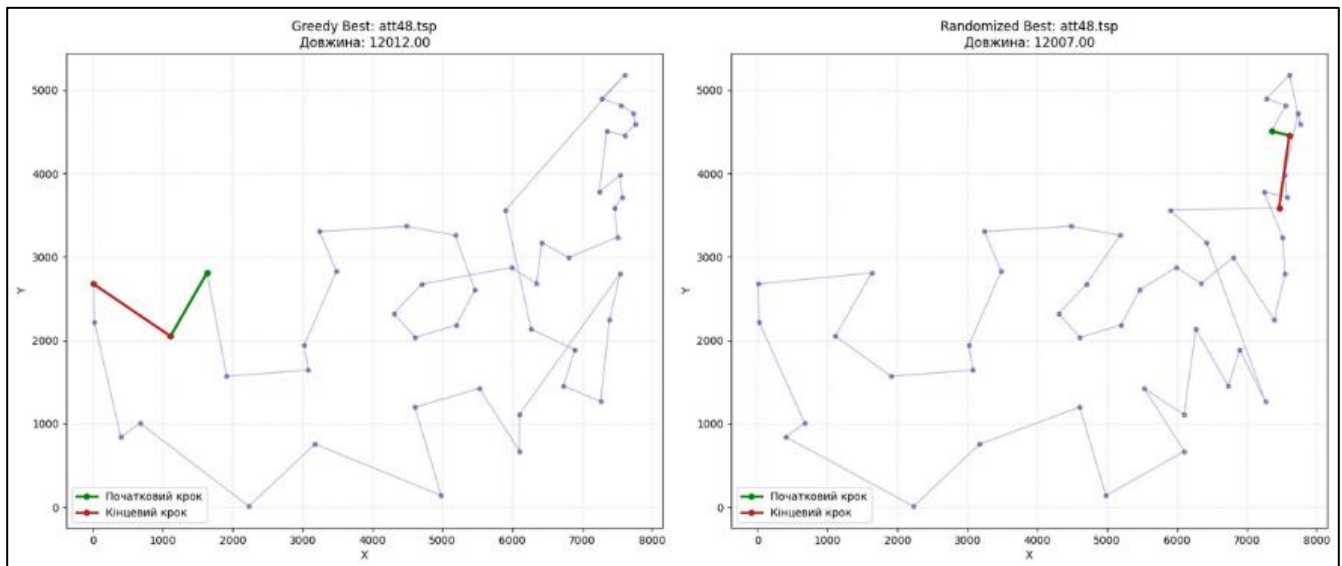


Рисунок 5 – Візуалізація маршрутів для задачі att48

Графік точного аналізу ефективності (рис. 6) наочно демонструє високу складність простору розв'язків для цієї задачі. Базовий жадібний алгоритм швидко вичерпує усі 48 варіанти старту (за

кількістю міст) і незмінно фіксує свій показник. Натомість рандомізованому алгоритму для подолання цього бар'єру потрібен колосальний об'єм обчислень: як чітко видно з графіка, його спадна крива плавно опускається і перетинає лінію детермінованого підходу лише на 18984 спробі. Це підтверджує, що для подолання сильних локальних оптимумів вимагається надзвичайно глибокий стохастичний пошук.

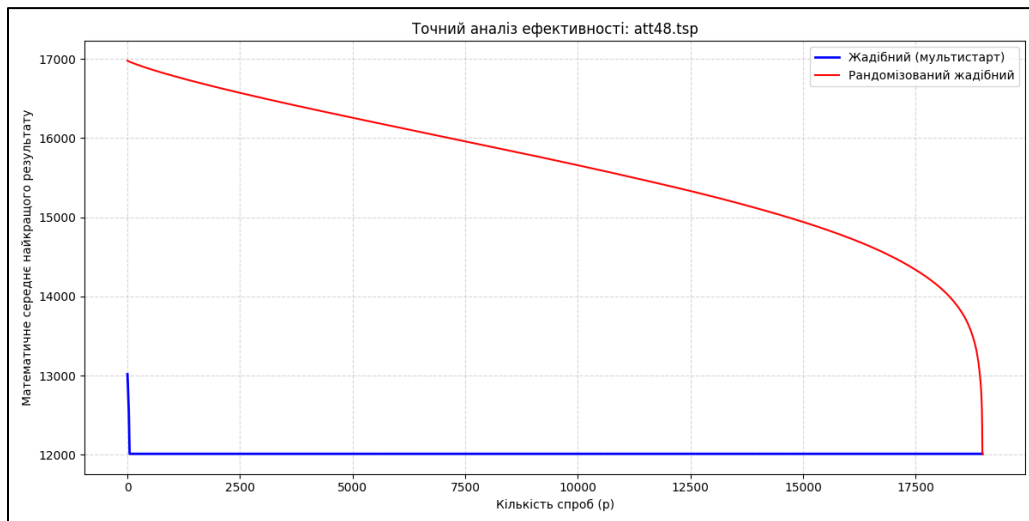


Рисунок 6 – Графік порівняння алгоритмів для задачі att48.

Візуальне порівняння маршрутів для задачі eil51 (51 місто) чітко ілюструє проблему «локальних пасток». Базовий жадібний алгоритм (ліва частина рис. 7) припускається суттєвої помилки: на фінальному етапі побудови він змушений проводити дуже довге ребро (червона лінія), що перетинає майже весь граф. Це свідчить про те, що детермінований вибір призвів до ізоляції віддаленої точки, яку довелося з'єднувати в останню чергу. Рандомізований підхід (права частина рис. 7) завдяки імовірнісному фактору знаходить гармонійнішу послідовність обходу. Хоча його маршрут візуально здається складнішим, він успішно уникає критично довгих переходів, що дозволяє досягти кращого результату – 477 проти 482 у базового методу.

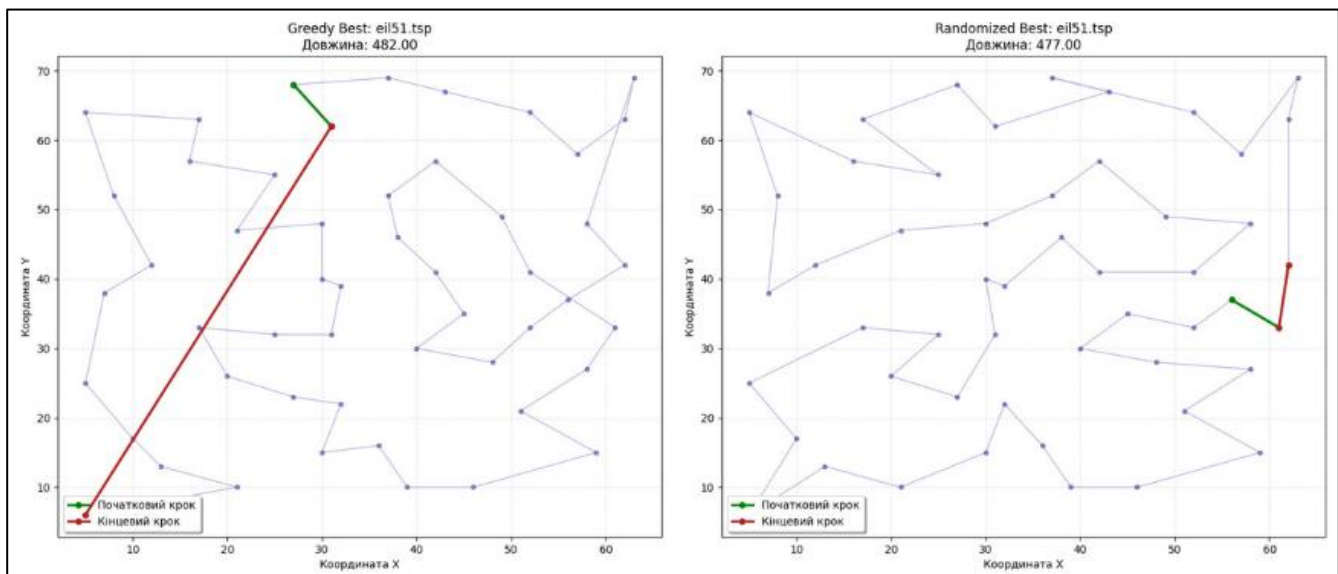


Рисунок 7 – Візуалізація маршрутів для задачі eil51

Графік точного аналізу ефективності для eil51 (Рис. 8) демонструє, що для подолання знайденого жадібним алгоритмом мінімуму рандомізованому методу знадобився значний обсяг спроб. Його математичне очікування середньої довжини плавно знижується і перетинає лінію детермінованого мультистарту лише після 58 680 ітерацій. Це підкреслює, що чим глибшою є локальна пастка, тим більше стохастичних пошуків потрібно для знаходження виходу з неї.

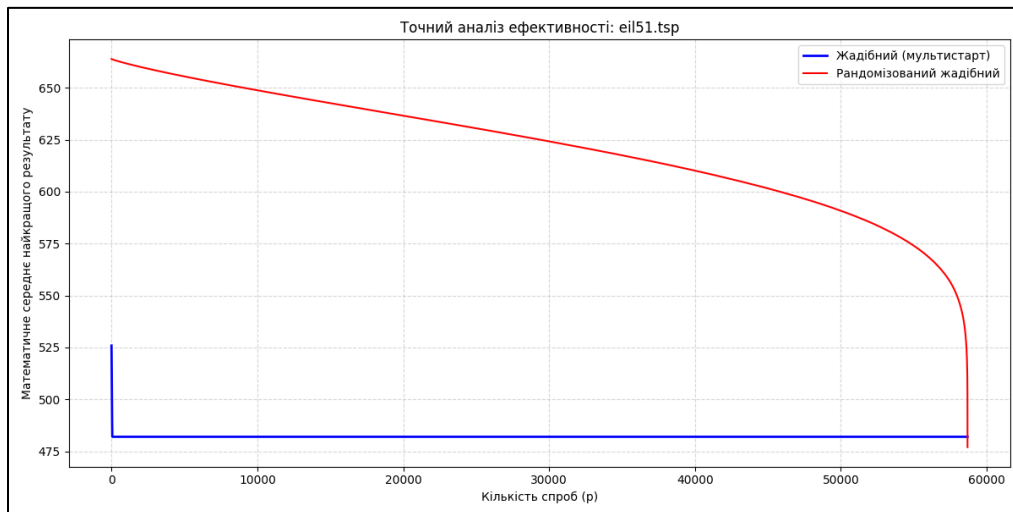


Рисунок 8 – Графік порівняння алгоритмів для задачі eil51.

Узагальнені результати ефективності та обчислювальних витрат обох підходів для всіх тестових наборів зведено у Таблиці 1.

Таблиця 1 – Зведені показники порівняльної ефективності детермінованого та рандомізованого жадібних алгоритмів.

Тестова задача (кількість міст)	Найкращий маршрут (Базовий жадібний)	Найкращий маршрут (Рандомізований)	Ефект оптимізації (покращення довжини)	Обчислювальні витрати (Ітерації: Базовий/Рандомізований)	Співвідношення витрат (у скільки разів більше ітерацій)
burma14 (14)	3841	3804	-37 (~0.96%)	14 - 72	~ 5.1
bayg29 (29)	1935	1899	-36 (~1.86%)	29 - 72	~ 2.5
att48 (48)	12012	12007	-5 (~0.04%)	48 - 18984	395.5
eil51 (51)	482	477	-5 (~1.04%)	51 - 58680	~ 1150.6

Дані з таблиці 1 чітко відображають основну тенденцію: введення стохастичного фактора гарантує знаходження коротшого маршруту порівняно з класичним мультистартом (покращення від 0.04% до 2.14%). Проте ціною такої оптимізації є нелінійне зростання обчислювальних витрат (в окремих випадках – у тисячі разів), яке залежить не лише від розмірності задачі, але й від її специфічної топології (наявності глибоких локальних мінімумів або виражених кластерів).

Висновки

Проведений порівняльний аналіз на класичних тестових наборах (burma14, bayg29, att48, eil51) підтверджує, що класичний жадібний алгоритм, навіть у модифікації повного мультистарту, має суттєві обмеження при розв'язанні задачі комівояжера. Через жорстку детермінованість вибору цей підхід швидко вичерпує простір пошуку та неминуче зупиняється в локальних оптимумах. Це призводить до формування характерних просторових пасток – неефективних перетинів маршруту та надмірно довгих переходів на завершальних етапах замикання циклу.

Застосування рандомізованого жадібного алгоритму з обмеженим списком кандидатів ($K=2$) дозволяє долати ці недоліки. Введення навіть мінімального стохастичного фактора значно розширює простір

пошуку, даючи алгоритму змогу уникати довгих «прольотів» та стабільно знаходити коротші маршрути на графах будь-якої розмірності. За результатами експериментів, зафіксоване покращення довжини маршруту склало до 1.86% порівняно з детермінованим аналогом.

Водночас дослідження виявило чіткий компроміс між якістю знайденого розв'язку та необхідним обчислювальним ресурсом. Встановлено, що ефективність рандомізації залежить від двох ключових чинників: розмірності задачі та топології конкретного графа. Якщо у великих задачах (як eil51) жадібний алгоритм знаходить відносно сильне рішення, рандомізованому методу може знадобитися колосальний обсяг спроб (понад 58 000 ітерацій), щоб знайти бодай незначне покращення.

У підсумку, зафіксовано, що для перевершення результатів детермінованого підходу рандомізованому алгоритму знадобилося від 2.5 до 1150.6 разів більше ітерацій. Це робить рандомізований підхід раціональним вибором для задач логістики та проектування мереж у тих випадках, коли мінімізація дистанції є пріоритетною над часом виконання обчислень. Стохастичний пошук виступає дієвим інструментом прориву крізь локальні мінімуми, які є недосяжними для класичної жадібної стратегії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Neuenfeldt Júnior A., Guimarães L. R. A greedy randomized adaptive search procedure to solve the travelling salesman problem // International Journal of Industrial Engineering and Management (ИЕМ). – 2019. – Vol. 10, No 3. – P. 238-242.
2. Wang C., Wang D., Jin C. A quick heuristic and a general search algorithm for traveling salesman problem // E3S Web of Conferences. – 2022. – Vol. 360. – P. 01097.
3. Tsai C.-H., Lin Y.-D., Yang C.-H. et al. A Biogeography-Based Optimization with a Greedy Randomized Adaptive Search Procedure and the 2-Opt Algorithm for the Traveling Salesman Problem // Sustainability. – 2023. – Vol. 15. – P. 5111.
4. Mestria M. A hybrid heuristic algorithm for the clustered traveling salesman problem // Pesquisa Operacional. – 2016. – Vol. 36, No 1. – P. 113-132.
5. Zhang R., Li X., Wan C. et al. Probabilistic greedy algorithm solver using magnetic tunneling junctions for traveling salesman problem // Nature Communications. – 2026. – Vol. 17. – P. 189.
6. Петричко М. В., Штовба С. Д., Козачко О. М. Дискретна математика для програмістів: навчальний посібник [Електронний ресурс]. – Вінниця: ВНТУ, 2026. – 120 с. URL: https://www.researchgate.net/publication/399795509_Diskretna_matematika_dla_programistiv.
7. TSPLIB. Universität Heidelberg. URL: <http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/index.html> (дата звернення: 10.06.2025).

Царенко Максим Олександрович – студент групи ІПКТ-24б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, email: maksimcarenko700@gmail.com.

Науковий керівник: **Штовба Сергій Дмитрович** – професор кафедри комп'ютерних систем управління, д.т.н., професор, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: shtovba@vntu.edu.ua.

Tsarenko Maksym Oleksandrovych – student of group 1PKT-24b, Faculty of Intelligent Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email: maksimcarenko700@gmail.com.

Supervisor: **Shtovba Serhiy Dmytrovych** – Professor of the Department of Computer Control Systems, Doctor of Technical Sciences, Professor, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: shtovba@vntu.edu.ua.