

СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ПРОПУСКНОЇ ЗДАТНОСТІ ЛОГІСТИЧНОЇ МЕРЕЖІ НА ОСНОВІ АЛГОРИТМУ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКУ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Роботу присвячено розв'язанню задачі оптимізації транспортних потоків у багаторівневих логістичних мережах. Здійснено формалізацію предметної області у вигляді орієнтованого графа з обмеженими пропускними здатностями ребер. Для визначення граничних можливостей системи застосовано алгоритм Едмондса-Карпа (Edmonds-Karp), що дозволило обчислити величину максимального потоку від терміналів до точок роздрібної торгівлі. На основі аналізу залишкової пропускної здатності ідентифіковано "вузькі місця" (bottlenecks) у ланцюгу постачання та розроблено рекомендації щодо реконфігурації топології мережі для підвищення її ефективності.

Ключові слова: системний аналіз, теорія графів, транспортна задача, максимальний потік, алгоритм Едмондса-Карпа, оптимізація мережі, вузькі місця.

Abstract

The paper is devoted to solving the problem of transport flow optimization in multi-level logistics networks. The formalization of the subject area is carried out in the form of a directed graph with limited edge capacities. To determine the system's limiting capabilities, the Edmonds-Karp algorithm was applied, enabling the calculation of the maximum flow value from terminals to retail points. Based on the analysis of residual capacity, bottlenecks in the supply chain were identified, and recommendations for reconfiguring the network topology to enhance its efficiency were developed.

Keywords: system analysis, graph theory, transportation problem, maximum flow, Edmonds-Karp algorithm, network optimization, bottlenecks.

Вступ

Сучасні логістичні системи потребують ефективних методів оптимізації розподілу ресурсів у мережах з обмеженою пропускною здатністю. Проблема розподілу потоків у таких мережах належить до класу задач лінійного програмування та комбінаторної оптимізації. Одним із ключових інструментів для розв'язання таких задач є алгоритми максимального потоку в мережах, які дозволяють визначити максимальну кількість товару, що може бути доставлена від джерел до споживачів за наявних обмежень.

Актуальність роботи полягає у необхідності застосування математичного апарату теорії графів для виявлення прихованих структурних обмежень, які неможливо визначити емпіричним шляхом. Метою роботи є побудова математичної моделі логістичної мережі та знаходження оптимального плану розподілу товарів, що максимізує сумарний потік від постачальників до споживачів.

Результати дослідження

Задача формалізована наступним чином: нехай $G = (V, E)$ – граф мережі, де V – множина вузлів (термінали, склади, магазини), а E – множина зв'язків. Для кожного ребра $(u, v) \in E$ визначено пропускну здатність $c(u, v) > 0$. Необхідно знайти такий потік $f(u, v)$, який задовольняє умову збереження потоку та обмеження пропускної здатності: $0 \leq f(u, v) \leq c(u, v)$, максимізуючи величину $|f|$ із джерела s у стік t .

Мережа потоків моделюється як орієнтований граф з використанням бібліотеки NetworkX. Введено суперджерело (SS) та суперсток (TT) для спрощення обчислень. Пропускні здатності ребер відповідають обмеженням на постачання від терміналів до складів та від складів до магазинів (рис. 1)

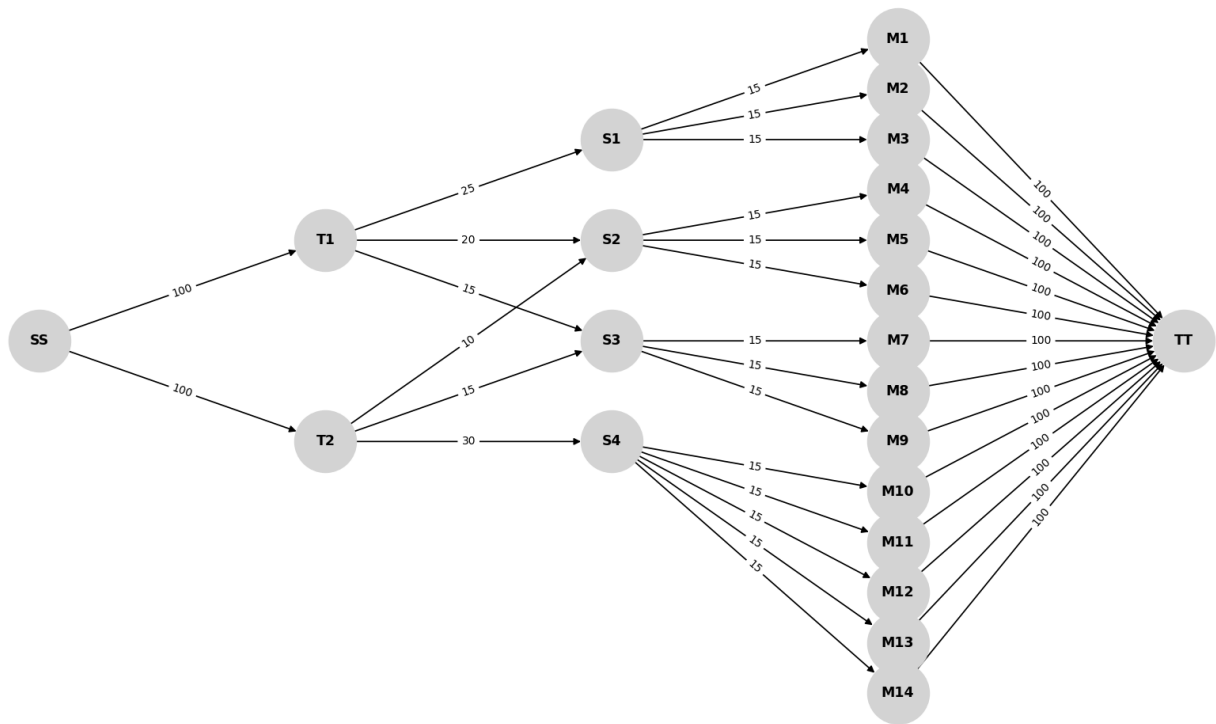


Рис. 1. Структура логістичної мережі (фрагмент графа з пропускними можливостями)

Обчислено максимальний потік від SS до TT, який становить 115 одиниць товару. Це означає, що мережа здатна доставити максимально 115 одиниць товару до магазинів за існуючих обмежень.

Побудовано таблицю фактичних потоків (рис. 2), яка показує розподіл товару від терміналів до магазинів через склади.

Термінал	Магазин	Фактичний потік
T1	M1	15
T1	M2	10
T1	M4	15
T1	M5	15
T1	M7	15
T1	M8	15
T2	M4	15
T2	M5	15
T2	M7	15
T2	M8	15
T2	M10	15
T2	M11	15

Рис. 2. Таблиця фактичних потоків (Термінал → Магазин)

Візуалізовано граф з позначенням фактичних потоків та пропускних можливостей на ребрах (рис. 3). Повністю завантажені ребра виділено для виявлення насичених каналів.

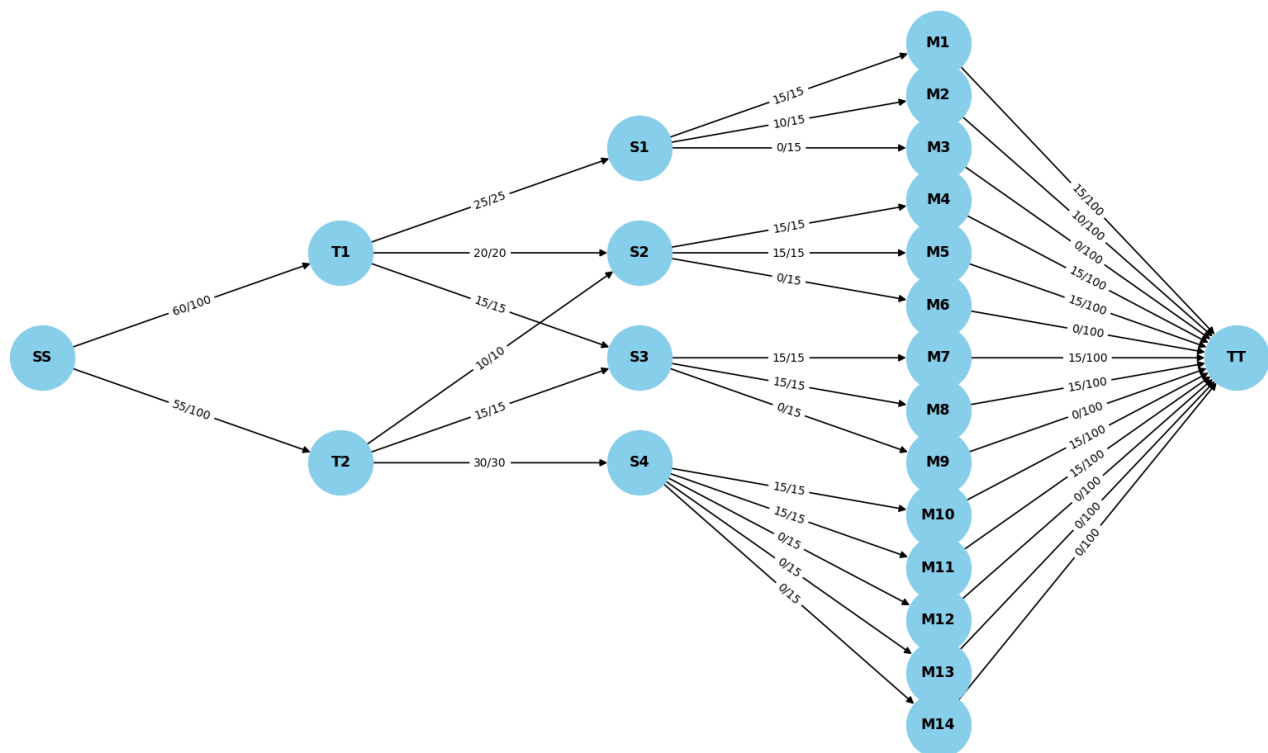


Рис. 3. Візуалізація мережі з фактичними потоками та пропускними можливостями

Аналіз результатів показав:

- Термінал 1 постачає 60 одиниць (повне використання каналів до складів S1, S2, S3).
- Термінал 2 постачає 55 одиниць (повне використання каналів до складів S2, S3, S4).
- Вузькі місця знаходяться на етапі «Термінал → Склад»: канали T1→S1 (25/25), T1→S2 (20/20), T1→S3 (15/15), T2→S2 (10/10), T2→S3 (15/15), T2→S4 (30/30) повністю насичені.
- Склади мають резерв пропускної здатності до магазинів (наприклад, S1 може видати до 45 одиниць, але отримує лише 25), тому обмеження виникають на вході від терміналів.
- Деякі магазини (M3, M6, M9, M12–M14) отримують менше товару через загальні обмеження мережі.

Проведено експеримент зі збільшенням пропускної здатності всіх ребер «Склад → Магазин» до 15 одиниць. Максимальний потік залишився 115 одиниць, що підтверджує: обмеження знаходяться не на виході зі складів, а на вході від терміналів.

Висновки

Побудовано графову модель тривірневої логістичної мережі (Термінал-Склад-Магазин), зведену до канонічної задачі про максимальний потік шляхом введення фіктивних вершин суперджерела та суперстоку. Застосування алгоритму Едмондса-Карпа дозволило встановити, що максимальна пропускна здатність мережі становить 115 од., при сумарному попиті магазинів, що перевищує це значення. Шляхом аналізу насичених ребер (saturated edges) локалізовано "вузькі місця" системи. Встановлено, що лімітуючим фактором є входні канали складів (ділянка «Термінал => Склад»), а не їх вихідні потужності. Проведений сценарний аналіз (What-if analysis) довів, що локальне розширення пропускної здатності всіх ребер «Склад => Магазин» не призведе до збільшення загального потоку без модернізації входних каналів магістрального рівня.

Отримані дані можуть бути використані для практичної оптимізації реальних логістичних систем, демонструючи ефективність алгоритмів теорії графів у розв'язанні задач розподілу ресурсів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. NetworkX Documentation. Maximum flow URL: https://networkx.org/documentation/stable/reference/algorithms/generated/networkx.algorithms.flow.maximum_flow.html
2. Cormen T. H. et al. Introduction to Algorithms. 3rd ed. MIT Press, 2009.
3. Python Matplotlib Documentation URL: <https://matplotlib.org/stable/index.html>
4. Tabulate Documentation URL: <https://pypi.org/project/tabulate/>

Трухін Дмитро Сергійович – студент групи СА-23б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: dimatr2016@gmail.com.

Жуков Сергій Олександрович – к.т.н., доцент кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, Вінницький національний технічний університет, e-mail: sazhukov@gmail.com

Trukhin Dmytro S. – student of group SA-23b, Faculty of Intelligent Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: dimatr2016@gmail.com.

Zhukov Serhii O. – Ph.D., Assistant Professor of the Department of System Analysis and Information Technologies, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: sazhukov@gmail.com