

УДК 681.51

В. Б. Мокін, к. т. н., доц.;

А. Р. Ящолт, асп.

## ІДЕНТИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ГІДРОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ НА ГІДРОПОСТІ «СЕЛИЩЕ» РІЧКИ ПІВДЕННИЙ БУГ

Розглянуто задачу ідентифікації регресійної математичної моделі для перерахунку даних багаторічних спостережень витрат та рівнів води річки Південний Буг гідропоста «Сабарів» на гідропост «Селище», яка виникла після ліквідації гідропоста «Сабарів». Після невдалої спроби ідентифікації залежності між даними цих двох створів, які спостерігались одночасно, було висловлено припущення про вплив попусків води із Сабарівської ГЕС. Ідентифікована багатопараметрова нелінійна регресійна математична модель гідрологічних процесів на гідропості «Селище», яка враховує вплив і Сабарівської ГЕС, і гідропоста «Сабарів». Отримана нова модель дасть можливість розширити ряд спостережень гідропоста «Селище» за рахунок даних гідропоста «Сабарів», що дасть великий еколого-економічний ефект.

### Вихідні передумови та постановка задачі

Головними джерелами інформації для аналізу закономірностей протікання гідрологічних процесів у річках є стаціонарні гідропости. Гідрологічний пост (ГП) — це створ на річці, обладнаний спеціальним устаткуванням для систематичного вимірювання рівня води у водотоці чи водоймі [1]. Як правило, рельєф дна та інші умови протікання води в місцях розташування стаціонарних гідропостів періодично обстежуються зі складанням кривих для перерахунку рівнів води у витрати та навпаки. На більшості гідропостів України проводяться вимірювання витрат та рівнів води регулярно два рази на день, як правило о 8<sup>00</sup> та о 20<sup>00</sup> годині [1].

Кількість гідропостів в регіонах різна. Наприклад, у Вінницькій області в різні періоди функціонує від 16 до 10 гідрологічних постів.

Однак, не дивлячись на зібраний порівняно великий обсяг даних спостережень рівнів та витрат води в річках України, існує багато проблем з виявленням за цими даними спостережень справжніх значень витрат та рівнів води. Одна з таких проблем обумовлена впливом попусків води з водосховищ, які у чималій кількості розміщені на річках нашої країни. На ділянці річки Південний Буг в межах Вінницької області взагалі є такі ділянки, де водосховища побудовані одне за одним. Прикладом таких водосховищ є Сабарівське та Сутиське, схема яких разом із греблями малих ГЕС та гідропостами наведена на рис. 1.

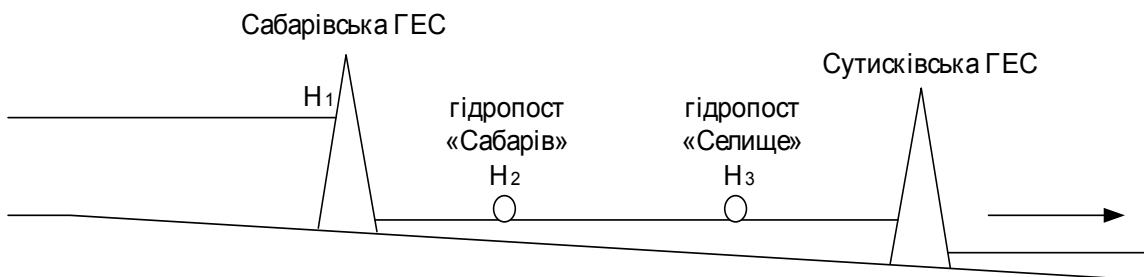


Рис. 1. Схема річки Південний Буг із греблями малих ГЕС та гідропостами «Сабарів» і «Селище» (H<sub>1</sub>, H<sub>2</sub>, H<sub>3</sub> – контрольні точки, де вимірюються рівні води у річці)

Типовою для таких гідропостів, як «Сабарів», є така ситуація: на Сабарівській греблі здійснюють попуск води, яка накопичувалась певний період, хвиля йде водотоком і доходить до створа

гідропоста якраз у той момент, коли гідрометеоролог там проводить заміри. Відповідно, він фіксує не поточний обсяг води, а значно більший.

Описана ситуація на гідропості «Сабарів» була настільки типовою, що Державна гідрометеослужба України прийняла рішення про закриття цього гідропоста та перенесення його нижче за течією — до с. Селище. Новий гідропост отримав назву «Селище» (див. рис. 1).

Розв'язання однієї проблеми спричинило іншу — ГП «Сабарів» мав більш, ніж 50-річний ряд даних спостережень. Його закриття спричинило певні проблеми у зміні моделей для формування різного роду гідрометеорологічних прогнозів регіону. Отже, була поставлена нова задача: «Знайти математичну залежність між спостереженнями рівнів води на ГП «Сабарів» та ГП «Селище» для перерахунку одного ряду спостережень в інший». Для розв'язання цієї задачі Державна гідрометеослужба України протягом 01.01.2001 — 01.09.2003 років проводила щоденні регулярні спостереження і в ГП «Сабарів», і в ГП «Селище». Таким чином, постає задача ідентифікації математичної залежності між спостереженнями рівнів води на ГП «Сабарів» та ГП «Селище» за даними спостережень Державної гідрометеослужби України 01.01.2001 — 01.09.2003 років.

### Вибір підходу до розв'язання задачі

На витрати та рівні води у річках впливає велика кількість випадкових факторів, отже математичний опис залежності між рівнями води на заданих гідропостах будується у вигляді стохастичної регресійної моделі [3, 4].

Для побудови регресійної моделі слід чітко визначити фактори (змінні), для яких ця модель будується.

Аналіз ситуації (див. рис. 1) показує, що варто аналізувати зв'язок між такими факторами:

- значення витрат води на ГП «Селище» ( $Z_i$ ),  $i = 1, \dots, N$ ;
- значення витрат води на ГП «Сабарів» ( $X_i$ ),  $i = 1, \dots, N$ ;
- значення витрат води на Сабарівській ГЕС ( $Y_i$ )  $i = 1, \dots, N$ ,

де  $N$  — кількість даних, що аналізуються (для періоду 01.01 — 01.09 2003 р. —  $N = 273$ ).

Весь наявний набір даних було розбито на дві частини — одна використана для ідентифікації математичної моделі (дані за 01.01.2001 — 01.09.2003 р.), друга — для перевірки її адекватності (01.01 — 01.09 2003 р.) [2].

При цьому є доцільним перевірити три гіпотези про наявність та форму регресійного зв'язку між змінними.

*Гіпотеза 1.*  $Z_i = f_1(X_i)$  — витрати води на ГП «Селище» формуються у такий же спосіб, як і на ГП «Сабарів», оскільки між цими гідропостами річка Південний Буг немає впливових приток (рис. 2). Найдовшими є притоки р. Чапля та р. Безіменна з довжиною 14,3 та 7,6 км відповідно. Дрібніші притоки мають довжину від 1,4; 1,9; 2,1; 3,1 км.

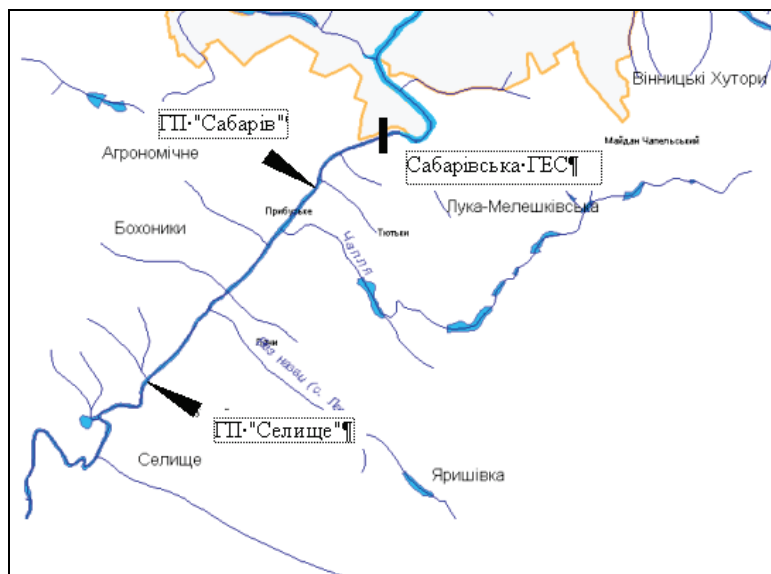


Рис. 2. Схема річок та струмків в районі ГП «Селище», ГП «Сабарів» та Сабарівської ГЕС

*Гіпотеза 2.*  $Z_i = f_2(Y_i)$  — витрати води на ГП «Селище» формуються, головним чином, попусками води з греблі Сабарівської ГЕС (рис. 2). На рис. 2 видно, що між цим гідропостом і греблею є декілька струмків, але їх внеском до річки Південний Буг можна знехтувати.

*Гіпотеза 3.*  $Z_i = f_3(X_i, Y_i)$  — витрати води на ГП «Селище» формуються у той же спосіб, як і на ГП «Сабарів», але з урахуванням води, що була спущена з греблі Сабарівської ГЕС у попередній час і вже пройшла ГП «Сабарів».

### Аналіз гіпотез та розв'язання задачі

Для перевірки гіпотез створено програму з використанням математичного апарату пакета Mathcad Professional [2]. Ідентифікація регресійних моделей здійснювалась за методом найменших квадратів [3, 4].

*Гіпотеза 1.* За заданими рядами значень змінних  $Z_i$  і  $X_i$  знайшли коефіцієнт кореляції  $K_{ZX} = 0,93$ , тобто виявлено наявний сильний стохастичний зв'язок. Будуємо регресійну модель у вигляді

$$Z_i = a_0 + a_1 X_i + a_2 (X_i)^2, \quad (1)$$

де  $a_j$  ( $j = 0, 1, 2$ ) — коефіцієнти моделі.

Ідентифікована за заданими рядами спостережень модель (1) має вигляд

$$Z_{zi} = 305,1 + 0 X_i + 0,015 (X_i)^2 = 305,1 + 0,015 (X_i)^2. \quad (2)$$

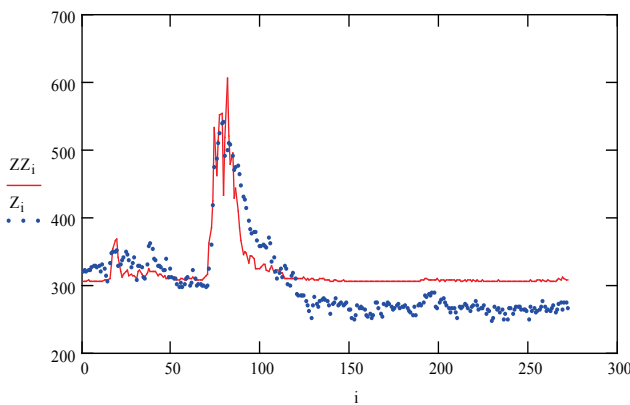


Рис. 3. Графік витрат води, виміряних у ГП «Селище» ( $Z_i$ ), та даних, розрахованих за ідентифікованою моделлю (2)

На рис. 3 побудовано графік залежності (2) із заданими даними  $X_i$  по ГП «Селище».

Розрахуємо відносну похибку  $\delta$  ідентифікації за такою формулою [4]

$$\delta = \frac{\sum |Z_i - Z_{zi}|}{|Z_{zi}|} \cdot 100. \quad (3)$$

Похибка ідентифікації для моделі (2) склала  $\delta = 9,8\%$ , тобто є великою.

Перевіркою цієї гіпотези займалися фахівці відділу гідрології Центральної геофізичної обсерваторії (ЦГО) України і також отримали неприйнятний результат.

*Гіпотеза 2.* За заданими рядами даних змінних  $Z_i$  і  $Y_i$  знайшли коефіцієнт кореляції  $K_{ZY} = 0,98$ , тобто також виявлено сильний стохастичний зв'язок. Будуємо регресійну модель у вигляді

$$Z_i = a_0 + a_1 Y_i + a_2 (Y_i)^2. \quad (4)$$

Ідентифікована за заданими рядами спостережень модель (4) має вигляд

$$Z_{zi} = 305,1 + 0 Y_i + 0,00038 (Y_i)^2 = 305,1 + 0,00038 (Y_i)^2. \quad (5)$$

На рис. 4 побудовано графік залежності (5) із заданими даними  $Y_i$  по ГП «Селище».

Похибка ідентифікації для моделі (5) склала  $\delta = 14,6\%$ , тобто є великою.

*Гіпотеза 3.* Будується двопараметрична нелінійна регресійна математична модель у вигляді

$$Z_i = a_0 + a_1 X_i + a_2 Y_i + a_3 X_i Y_i + a_4 (X_i)^2 + a_5 (Y_i)^2, \quad i = 1, \dots, N, \quad (6)$$

де  $Z_i$  — значення витрат води на гідропості «Селище»,  $X_i$  — значення витрат води на гідропості «Сабарів»,  $Y_i$  — значення витрат води на Сабаровській ГЕС,  $a_j$  ( $j = 0, 1, \dots, 5$ ) — коефіцієнти моделі.

Ідентифікована по заданих рядах спостережень модель (6) має вигляд

$$Z_{zi} = 83,08 + 1,16 X_i + 0,49 Y_i + (-0,0052) X_i Y_i + 0,0092 (X_i)^2 + 0,00069 (Y_i)^2 \quad (7)$$

На рис. 5 побудовано графік залежності (7) із заданими даними  $X_i$  та  $Y_i$  по ГП «Селище».

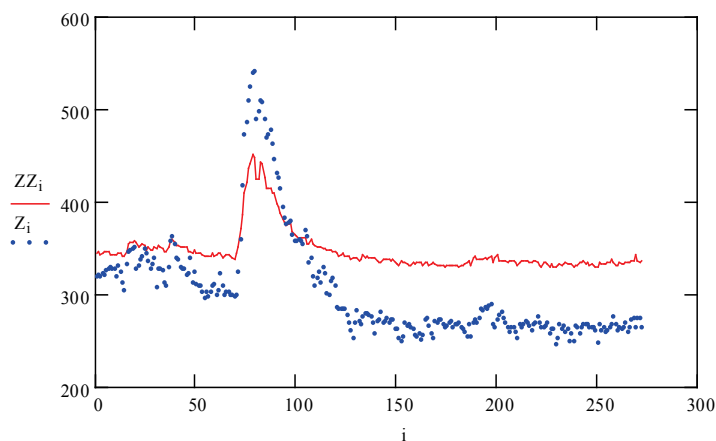


Рис. 4. Графік витрат води, виміряних у ГП «Селище» ( $Z_i$ ), та даних, розрахованих за ідентифікованою моделлю (5) бку в 3 %, що також є прийнятним і свідчить про достовірність отриманого результату.

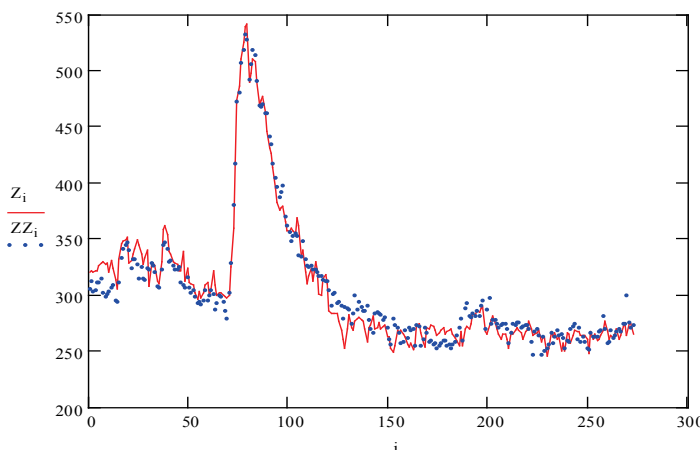


Рис. 5. Графік витрат води, виміряних у ГП «Селище» ( $Z_i$ ),

1. Яцик А. В. Водогосподарська екологія: у 4 т., 7 кн. — К.: Генеза, 2003. — Т. 1, кн. 1—2. — 400 с.
2. Дьяконов В. П. и др. Mathcad 7 в математике, физике и в Internet. — М.: Нолидж, 1999. — 352 с.
3. Статистична обробка даних: Монографія / Бабак В. П., Білецький А. Я., Приставка О. П., Приставка П. О. // К.: МІВВЦ, 2001. — 388 с.
4. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ: Практическое руководство. Пер. с англ. — М.: Мир, 1982. — 238 с.
5. Ивахненко А. Г., Юрачковский Ю. П. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным. — М.: Радио и связь, 1987. — 120 с.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом VIII Міжнародної конференції «Контроль і управління в складних системах» (КУСС-2005, 24—27.10.2005 р)

Надійшла до редакції 10.11.05  
Рекомендована до друку 22.11.05

**Мокін Віталій Борисович** — завідувач кафедри моделювання та моніторингу складних систем, завідувач НДЛ, **Яцолт Андрій Русланович** — інженер.

НДЛ екологічних досліджень та екологічного моніторингу, Вінницький національний технічний університет

Похибка ідентифікації для моделі (7) склала  $\delta = 3,02\%$ , що є прийнятним.

Таким чином, із висунутих варіантів гіпотез оптимальною виявилась гіпотеза 3. Для перевірки коректності запропонованої моделі гіпотези взято 150 значень з витрат води у ГП «Селище» і за знайденою моделлю розраховані наступні 50 значень. Їх порівняння з реальними даними дало похибку 1,9 %. Проведена перевірка адекватності ідентифікованої математичної моделі за 50 відомими значеннями витрат за 2002 рік, які не брали участь в ідентифікації, дала похи-

## Висновки

Розглянута задача ідентифікації математичної залежності між рівнями води на гідропості «Селище» та гідропості «Сабарів». Розроблено та ідентифіковано багатопараметрову регресійну математичну модель гідрологічних процесів на цій ділянці, яка враховує вплив попусків Сабарівської ГЕС. Нова модель дасть можливість розширити ряд спостережень гідропоста «Селище» за рахунок даних гідропоста «Сабарів», що дасть великий еколого-економічний ефект.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ