ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

УДК 004.942

В. І. Шекета, к. т. н., доц., Л. М. Гобир

КАТЕГОРІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МОДИФІКАЦІЙНИХ ПРЕДИКАТНИХ ЗАПИТІВ ДЛЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Введено базові ідеї для виконання категоріальної інтерпретації формального логічного апарату модифікаційних предикатних запитів на основі денотаційної семантики в рамках теорій фіксованих значень і категоріальної дедукції. Виконано побудову синтаксичної категорії в якій значення предикатів є явно заданими, і побудову функторної інтерпретації, що відображає одержану синтаксичну і семантичну категорії, які задані способом сумісним із твердженнями, що утворюють модифікаційний запит. Базова індексована категорія представляє собою універсум всіх можливих станів (значень глобальних змінних або поточних кортежів вільних змінних), до яких може привести виконання модифікаційного запиту. Для кожного стану, відповідний шар представляє множину дедукцій, які можуть бути виконані. В кінцевому підсумку модель модифікаційного запиту розглядається, як один із видів його ціле незалежних семантик, які інтерпретуються як класи стрілок.

Категорійні підходи до логічного програмування з'явилися разом із категорійним підходом до процедури уніфікації [1—9]. Основним результатом стало введення категоріальної формалізації для синтаксису логіки тверджень Хорна, і її розширення на основі семантики теоретичних топосів. В [10], розвиваючи деякі базові ідеї, сформульовані в [11], виконано категоріальний аналіз логічних програм і виконано побудову відповідних моделей на основі використання індексованих моноїдних категорій.

Всі ці підходи зосереджені на побудові суто теоретико-операційних моделей. В той же час мало уваги приділяється застосуванню денотаційних семантик до побудови операторів на зразок оператора безпосереднього слідування, який є винятково важливим із точки зору побудови логічних програм і дослідження їх семантик [12]. Більшість досліджень семантик логічних програм зосереджено на побудові формальних конструкцій на основі теорії фіксованих значень. Тому, саме з цих причин, доцільним є подальше дослідження застосувань категорійного апарату, який включає в себе семантики на основі фіксованих значень. Першою роботою даного напрямку була робота [13], в якій було введено поняття категоріального синтаксису над множиною скінченних категорій. Це стало вихідним пунктом для введення як поняття категорійної дедукції, так і денотаційних семантик, що є відповідниками семантик коректних рішень для логічних Хорн-програм. Такі семантики можуть бути обчислені на основі конструкцій для фіксованих значень, що не виходить за рамки категоріальної дедукції. Однією із переваг такого підходу є те, що категорія термів не обов'язково повинна збігатися з відповідною алгебраїчною категорією для заданої множини функціональних символів.

Всі рішення в нафтогазовій предметній області приймаються на основі аналізу висновків експертів, спеціалістів з великим досвідом роботи. В роботі [14] база знань інформаційної системи розглядається як набір інформаційних сутностей атомарних предикатів з деякого скінченного інформаційного простору $\mathfrak{R}$. Всі зміни, що відбуваються в базі знань, розглядаються, як наслідок модифікаційних предикатних запитів Q_m. Основою самих запитів є набір модифікаційних предикатних правил

$$Q_M \longleftrightarrow (K_B)^{<<} \Big\|_{K_{B+}(o)}^{K_{B-}(o)} \;<< ,$$

де $o, o_n, p_n \in \Re$. $K_{B+}(o)$ означає, що атомарний предикат o повинен бути включений в базу знань K_B, K_{B-} означає, що o повинен бути виключений з бази знань; $(K_B)^{<<}$ — означає модифікацію бази знань на рівні логічної зв'язаності предикатних правил як наслідок виконання операцій додавання і вилучення правил; << — дескриптор модифікації, який розглядається, як категорійна стрілка. *Недослідженим* залишається питання категорійної інтерпретації самих модифікаційних предикатних запитів.

Таким чином, **метою** даної статті є введення і дослідження категорійної моделі модифікаційних предикатних запитів на основі денотаційної семантики в рамках теорій фіксованих значень [15, 16] і категоріальної дедукції.

Для заданої скінченої категорії добутків термів K, ми знаємо, що моностріли можна розглядати, як предикати. Припустимо, що ми хочемо побудувати модифікаційний предикатний запит використовуючи множину предикатів $X_1, \ldots, X_k$ типів $\theta_1, \ldots, \theta_k$.

Основна ідея яку ми прагнемо досягнути в даному дослідженні є побудова синтаксичної категорії в якій значення предикатів $X_1, \ldots, X_k$ є явно заданими, і побудова інтерпретації (функтора), що відображає одержану синтаксичну і семантичну категорію предикатних запитів способом, який є сумісним із твердженнями, що утворюють сам запит. Коли ми говоримо про явний спосіб задання значень предикатів X_i в синтаксичній категорії, то ми маємо на увазі, що для кожного терма $\ell : r >> \theta_i$ зворотний зсув X_i вздовж ℓ є відповідним підоб'єктом для r. Іншими словами, це буде означати, що $X_i(\ell)$ є істинним незалежно від набору тверджень, що утворюють предикатний запит. В даному випадку множина предикатів не вимагає введення систем обмежень, як і в класичних логічних Хорн-програмах.

В загальному випадку, якщо ми ідентифікуємо X_i підоб'єктом θ_i, то ми не можемо бути впевнені, що вище наведена властивість задовольняється. Тому нам потрібно знайти спосіб вільного під'єднання підоб'єкта θ_i для кожного X_i таким чином, що всі його ініціалізації будуть існувати і уявлятимуть собою відповідні підоб'єкти заданого коректного типу. Ми отримаємо нову категорію, яку ми будемо позначати через $K[X_1, \ldots, X_k]$.

Тепер ми можемо ввести поняття категорійної дедукції. Нехай ціль задано у вигляді послідовності атомарних цілей і твердження є парою, утвореною із цілі Ch і атомарної цілі (заголовка) $X_i(\ell)$. Використовуватимемо запис $X_i(\ell) >> Ch$. В першому наближенні будемо розглядати категорійну дедукцію, як послідовність кроків в транзитивній системі із мітками. Позначатимемо даний факт через $\sim>$. Таким чином, якщо Z_1 і Z_2 є цілями, φ — підстановкою і t — твердженням виду $X_\ell(\iota_1) >> Ch$, тоді

$$Z_1 \nu \overset{\varphi, t}{\sim>} Z_2,$$

де $Z_1 = X_{J_1}(\varsigma_1), \ldots, X_{J_k}(\varsigma_k), \ldots, X_{J_l}(\varsigma_l)$ для деякої стрілки $\varsigma : Y_1 >> \theta_k$;

$$Z_2 = \sigma\tilde{}X_{J_1}(\varsigma_1), \ldots, \varphi\tilde{}Ch, \ldots, \sigma\tilde{}X_{J_1}(\varsigma_\ell).$$

В даному випадку пара σ, φ є уніфікатором для ς і ς_1, і ми маємо пару стрілок замість однієї, оскільки ми виконуємо уніфікацію стрілок із різних джерел (що відповідає операції попереднього перейменування термів).

Таким чином, категорійну дедукцію будемо розглядати як дедукцію в транзитивній системі $\sim>$. Категорійним спрощенням будемо вважати категорійну дедукцію, що закінчується порожньою ціллю. Для заданої дедукції $kd = Z_1 \overset{\sigma_1, t_1}{-} \sim> \ldots \overset{\sigma_k, t_k}{-} \sim> Z_k$, обчислюваний розв'язок для kd означимо через композицію $\sigma_k; \ldots; \sigma_1$.

Інтерпретацією в даному випадку буде функтор, що зберігає скінченні добутки

$[F]: K[X_1, \ldots, X_k] >> S\ell t^{K^{\varnothing}}$, що розширює Y-вбудування (тобто таке, що $[\theta] = H(F, \theta)$ для кожного $\theta \in O_K$) і виконує прив'язку підоб'єкта $H(F, \theta_i)$ до X_i. Можна показати, що для заданої прив'язки підоб'єктів для X_i-х існує тільки одна інтерпретація, що розширює дану прив'язку.

Тепер введемо оператор на множині інтерпретації R_Q, параметризація якого задана по відношенню до запиту Q

$$R_Q([F])(X_i) = \bigcup_{X_i(\iota) >> Ch \in Q} \mathrm{Im}_{[\iota]}([Ch]),$$

де $\mathrm{Im}_f(X)$ — є образом монострілки X вздовж стрілки f.

Тому замість розгляду цілей, як монострілок в категорії K, ми використаємо індексовану категорію над K. Об'єкт на шарі $\theta \in O_K$ буде категорійним відповідником цілі типу θ. Тобто, ми не виходитемо за рамки стандартної категорійної інтерпретації логіки першого порядку.

Означення 1. $\wedge \ddot{I}$ — категорійною стратегією будемо вважати індексовану категорію Ξ_1 над базовою категорією K. Для кожного $\theta \in O_K$, об'єкти і стрілки в $\Xi_1\theta$ будемо називати формулами і доведеннями (абстрактного типу θ) відповідно. Будемо використовувати термін ціль, як синонім до формули. Для заданої цілі Z абстрактного типу θ і $f : r >> \theta$ в K і $f : Z = Z(f)$ є ініціалізацією для Z.

Означення 2. Модифікаційним запитом будемо вважати пару (Q, Ξ_1), де Ξ_1 є $\wedge \ddot{I}$-категорійною стратегією, і Q — є множиною тверджень. Будемо говорити, що Q є запитом над Ξ_1.

Модифікаційний запит можна розглядати також як індексовану категорію Q над O_K, таку, що $Q(\theta)$ є категорією об'єктів абстрактного типу θ стрілок $tr : Zh >> Ch$ тверджень типу θ.

Нехай задано сигнатуру першого порядку M_{F_1}, утворену із множини F функціональних символів і множин П-предикатних символів відповідної розмірності. Побудуємо категорію $T_{M_{F_1}}$, як алгебраїчну категорію на основі F. Об'єктами $T_{M_{F_1}}$ є натуральні числа, стрілками із k до l є l-кортежі із термів, побудовані на основі множини змінних $\{w_1, \ldots, w_k\}$.

$$O_{T_{M_{F_1}}} = N, \; T_{M_{F_1}}(k, l) = S_{M_{F_1}}(\{w_1, \ldots, w_k\})^l.$$

Тепер виконаємо побудову синтаксичної категорії $\Xi^1_{M_{F_1}}$ над Т заданої таким чином:

1. Для кожного $k \in N$, $\Xi^1_{M_{F_1}}(k)$ є дискретною категорією атомарних цілей, утвореною із змінних $w_1, \ldots, w_k$.

2. Для $\iota =< \iota_1, \ldots, \iota_l >| k >> l$, $\Xi^1_{M_{F_1}}(\iota)$ є функтором, що задає відображення атомарної цілі Z в $Z[w_1/\iota_1, \ldots, w_l/\iota_l]$.

Означення 3. Для заданого запиту Q над категорійною стратегією Ξ_1 моделлю Q буде пара $([F], \nu)$, де $[F] : \Xi_1 >> \Xi_2$ є інтерпретацією, і ν є функцією, що виконує відображення твердження $Zh \overset{tr}{<<} Ch \in Q$ в стрілку $[Zh] \overset{\nu(tr)}{<<} [Ch]$.

Якщо ми розглянемо запит як індексовану категорію, то тоді ν є функтором із Q в $\mathrm{T}(\Xi_2)$, де $\mathrm{T}: IKt >> IKt$ є функтором, який задає відображення індексованої категорії над K в індексовану категорію над O_K, опускаючи всі стрілки в базовій категорії. Формально кажучи, якщо $\Xi_2 : K >> Kt$, то ми маємо, що $\mathrm{T}(\Xi_2) : O_K >> Kt$ таке, що $\mathrm{T}(\Xi_2)(\theta) = \Xi_2(\theta)$.

Розглянемо $\wedge\prod$-категорійну стратегію Ξ^1_Π і індексовану категорію Ξ^2 над K таку, що:

1) для кожного $\theta \in O_K$, $\Xi^2(\theta) = r_f\left(H(1, K)\right)$, яка є впорядкованою множиною, що розглядається, як категорія;

2) для кожного $f \in H_K(\theta, r)$, $\Xi^2(f)(X) = \left\{S \in H(1, \theta) \middle|; f \in X\right\}$.

Інтерпретація $[F]$ задає відображення атомарної цілі типу θ на множину стрілок із граничного об'єкта для K в Q. Ці стрілки фактично є категорійними відповідниками базових термів. Іншими словами, інтерпретація для $[\pi\rho]$ повинна містити як інтерпретацію для π так і для семантичного компонента.

Означення 4. Для заданого модифікаційного предикатного запиту Q над Ξ^1 будемо вважати формальною моделлю, якщо вона існує, модель $Md : \Xi^1 >> \Xi^2$ таку, що для кожної іншої моделі Md' для Q існує унікальна інтерпретація I така, що $Md' = (Md; I)$.

Нехай тепер для заданої цілі Z типу θ в модифікаційному запиті $\left(Q, \Xi^1\right)$ ми прагнемо виконати дедукцію Z використовуючи як стрілки розміщені в шарах Ξ^1 так і твердження самого запиту. Тобто, якщо $x : Z << Ch$ є твердженням або стрілкою в Ξ^1, то власне потрібно виконати дедукцію із Z до Ch. Таким чином, єдині модифікації, які ми можемо безпосередньо застосовувати до Z, задаються правилами (стрілками або твердженнями) типу θ. Можливим є виконання модифікації через використання твердження tr іншого типу r, такого, що Z і заголовок твердження tr стають рівними відразу після виконання їх переіндексації в шарі γ.

Означення 5. Для заданого запиту $\left(Q, \Xi^1\right)$, ми означимо транзитивну систему із мітками $\left(U_{\theta \in O_K} O_{\Xi^1 \theta}, \sim> f\right)$, де в якості об'єктів будуть:

1) Твердження зворотного ланцюга $Z^{<S, \iota, tr>} >> \iota\, \tilde{}\, Ch$, якщо tr є твердженням типу $Z h \overset{tr}{<<} Ch$ і $< S, \iota >$ є уніфікатором для Z і Zh (тобто, що $S\tilde{}Z = \iota\, \tilde{}\, Zh$);

2) Стрілки зворотного ланцюга $Z^{<S, f>} >> Ch$ якщо Z є ціллю в шарі θ_i, і $f : Zh << Ch$ є стрілкою в шарі r і $< S, f >$ є редукційною парою для Z.

Категорійною дедукцією будемо вважати дедукцію в даній транзитивній системі.

Якщо ми обмежимо кроки дедукції суто до виконання найбільш загальних уніфікаторів і найбільш загальних редукційних пар, то ми одержимо нову транзитивну систему $\left(U_{\theta \in O_K} O_{\Xi^1 \theta}, \sim> f_2\right)$ і відповідне поняття найбільш загальної категорійної дедукції.

Для заданої послідовності цілей $Z_0, \ldots, Z_i$ і послідовності міток $m_0, \ldots, m_{i-1}$, де $i \geq 0$, таких, що

$$Z_0{}^{m_0} \sim> Z_1 \ldots Z_{i-1}{}^{m_{i-1}} \sim> Z_i$$

введемо категорійну дедукцію $Z \overset{C}{- \sim >} {}^*Z_i$, де $C = m_0 \ldots m_{i-1}$ є рядком отриманим в результаті конкатенації всіх міток. Позначимо через $\varnothing_z$ порожню дедукцію, що стартує із цілі Z.

Означення 6. Для заданої категорійної дедукції C, обчислюваною відповіддю для C будемо вважати (і відповідно позначати $Vd\ (C)$) деяку стрілку в K, означену таким чином:

$$Vd\left(\varnothing_z\right) = id_\theta, \text{ якщо } Z : \theta >>$$

$$Vd(< s, f >, C) = Vd(C); S >> Vd(< s, \iota >, C) = Vd(C); S.$$

Найзагальнішими обчислюваними відповідями будемо вважати ті, що відповідають найбільш загальній категорійній дедукції.

Для виконання застосування процедури категорійної резолюції до випадку премоноїдних структур на шарах індексованої категорії модифікаційних предикатних запитів введемо нове означення для уніфікатора.

***Означення* 7.** Для заданої премоноїдної $\wedge\prod$-категорійної стратегії Ξ^1 над K і цілей $Z:\theta$ і $Z':r$ премоноїдним уніфікатором із Z' в Z будемо вважати кортеж $< S,\iota\ ,Z_1,Z_2 >$ такий, що існує $\gamma\in O_K$, де $S:\gamma\to\theta$, $\iota:\gamma\to r$, $Z_1:\gamma$, $Z_2:\gamma$, $Z_1\Theta_\gamma\iota\,\tilde{}\,Z'\Theta_\gamma Z_2 = S\tilde{}Z$.

Для заданих уніфікаторів $< S,\iota,Z_1,Z_2 >$ і $< S',\iota',Z_1',Z_2' >$ стрілкою із першого уніфікатора в другий є стрілка f в K така, що

$$dom(f)=dom(S),\quad cod(f)=dom(S'),\quad f\circ S'=S,\quad f\circ\iota'=\iota,\quad f\tilde{}Z_1'=Z_1,\ f\tilde{}Z_2'=Z_2.$$

Тому премоноїдні уніфікатори для Z та Z' утворюють категорію. Максимальні елементи даної категорії будемо називати найбільш загальними премоноїдними уніфікаторами.

Для заданої категорії $\Xi^{\Theta}_{M_{F_2}}$, розглянемо ціль $Z'=\pi_1(f_1),\ldots,\pi_k(f_k)$ типу θ і атомарну ціль $Z=\pi_i(f)$ типу r. Якщо ми маємо діаграму зворотного зсуву, де премоноїдні уніфікатори із Z' в Z мають максимальний елемент заданий через

$$< S,\iota\ ,S\tilde{}\left(\pi_1(f_1),\ldots,\pi_{i-1}(f_{i-1})\right),\ S\tilde{}\left(\pi_{i+1}(f_{i+1}),\ldots,\pi_k(f_k)\right) >$$

і, якщо $\pi_i=\pi_j$ для деякого j та f, і f_j має найбільш загальний премоноїдний уніфікатор $N^K_{mg}(S',\iota')$, тоді максимальний елемент не є унікальним із точністю до ізоморфізму, оскільки хоча

$$< S',\iota'\ ,(S')\tilde{}\left(\pi_1(f_1),\ldots,\pi_{j-1}(f_{j-1})\right),\ S\tilde{}\left(\pi_{j+1}(f_{j+1}),\ldots,\pi_k(f_k)\right) >$$

є максимальним, проте він не є ізоморфним до попереднього елемента.

Якщо ми візьмемо транзитивну систему для категорійної дедукції модифікаційних предикатних запитів, яку ми означили і введемо премоноїдні уніфікатори замість звичайних уніфікаторів в правилах зворотного ланцюга, то отримаємо нову транзитивну систему для премоноїдних дедукцій модифікаційних предикатних запитів.

***Означення* 8.** Для заданої премоноїдної $\wedge\prod$-категорійної стратегії Ξ^1, введемо транзитивну систему з мітками $\left(\cup_{\theta\in O_K}O_{\Xi^1\theta},\sim>\right)$ із цілями в якості об'єктів, відповідно до таких правил:

1. Для тверджень зворотного ланцюга $Z^{<S,\iota,Z_1,Z_2,tr>}\sim> Z_1\Theta\iota\ \tilde{}Ch\Theta Z_2$, якщо tr є твердженням виду $Zh << Ch$, тоді $< s,\iota,Z_1,Z_2 >$ є премоноїдним уніфікатором для Zh в Z.

2. Для стрілок зворотного ланцюга $Z\overset{<s,f>}{-\sim>}Ch$, $(s,f:Zh<<Ch)$ є редукційною парою для Z.

Премоноїдною дедукцією модифікаційних предикатних запитів будемо вважати дедукцію в даній транзитивній системі. Якщо обмежити правила для тверджень зворотного ланцюга лише для випадку при якому пара $< s,\iota >$ утворює найбільш загальний уніфікатор N_{mg} для Zh в Z, а правила стрілок зворотного ланцюга обмежити до випадку, при якому пара $< s,f >$ є найбільш загальною редукційною парою, то відповідні премоноїдні дедукції модифікаційних предикатних запитів можна означити тоді таким чином:

1. $Vd(\varnothing_z)=id_\theta$, якщо $Z\in O_{\Xi^1\theta}$.
2. $Vd(< s,f > *e)=Vd(e)\circ s$.
3. $Vd(< s,\iota,Z_1,Z_2,tr > *e)=Vd(e)\circ s$.

Якщо ми працюємо із $\wedge\prod$-категорійною стратегією $\Xi^1_{M_{F_1}}$, то найбільш загальна категорійна дедукція відповідає стандартній *Prolog*-резолюції для атомарних цілей і бінарних тверджень, за винятком можливо $\pi(\iota)\sim>\pi(\iota)$. Тепер розглянемо $\Xi^{\Theta}_{M_{F_1}}$ і премоноїдні дедукції. Припустимо, що Q є запитом над $\Xi^{\Theta}_{M_{F_1}}$ із тією властивістю, що для кожного твердження $Z \overset{tr}{<<} Z'$, Z є атомарною ціллю $\pi(\iota)$. Очевидно, що найбільш загальні премоноїдні категорійні дедукції в даному випадку відповідають стандартній процедурі *Prolog*-резолюції. Більше того, якщо e є премоноїдною дедукцією, тоді $Vd(e)$ є її коректною обчислюваною відповіддю. Якщо ж e є найбільш загальною премоноїдною дедукцією, тоді $Vd(e)$ є простою обчислювальною відповіддю.

Проте, наприклад, для твердження виду $\pi(\iota_1), \pi(\iota_2) \overset{tr}{<<} Z$ немає відповідника в стандартній процедурі *Prolog*-резолюції, оскільки в даному випадку це твердження не є еквівалентним парі тверджень $\pi_1(\iota_1) \overset{tr}{<<} Z$ і $\pi_2(\iota_2) \overset{tr}{<<} Z$. Якщо ми виберемо скінчені добутки, як структуру представлення, тоді одержимо проекційні стрілки $p : \pi_1(\iota_1), \pi_2(\iota_2) \to \pi_i(\iota_i)$. Далі, виконаємо підстановку в ціль $\pi_1(\iota_i)$ значення p_1, а тоді значення tr, щоби отримати Z. Проте в премоноїдній структурі ми не маємо prj-стрілок. Тому ми не зможемо виконати редукцію $\pi_1(\iota_i)$ за допомогою твердження tr.

Використаємо введене означення премоноїдної дедукції для побудови моделі модифікаційного предикатного запиту Q в премоноїдній $\wedge\prod$-категорійній стратегії Ξ^1.

Для цього спершу введемо поняття згладженої і простої премоноїдних категорійних дедукцій.

***Означення* 9.** Премоноїдну дедукцію будемо вважати згладженою, якщо для кожного кроку $Z \overset{<s,\iota,d,Z_1,Z_2>}{-\sim>} Z'$ матимемо, що $s = id_\theta$, коли Z знаходиться в шарі θ.

***Означення* 10.** *Премоноїдну дедукцію будемо вважати простою*, коли немає двох послідовних кроків для стрілок зворотного ланцюга і не існує жодного кроку для стрілок зворотного ланцюга із f в якості ідентифікаційної стрілки.

Для заданої згладженої дедукції $e : Z \sim> {}^*Z'$ в шарі θ і стрілки $l : r \to \theta$ в K, означимо нову згладжену дедукцію $l\tilde{}e : Z\tilde{} \sim> {}^*(Z')\tilde{}$ на шарі r, виконуючи заміну:

1. Кожного кроку $Z_x \overset{<id_\theta,f>}{-\sim>} Z_y$ на $Z_x \overset{<id_\theta,f>}{-\sim>} Z_y$.

2. Кожного кроку $Z_1 \overset{<id_\theta,\iota,Z_1,Z_2,tr>}{-\sim>} Z_2$ на $l\tilde{}(Z_x) \overset{<id_r,l\circ\iota,l\tilde{}(Z_1),l\tilde{}(Z_2),tr>}{-\sim>} l\tilde{}(Z_y)$.

Більше того якщо $e : Z_1 \sim> Z_2$ є дедукцією із Z_1 типу θ, $Vd(e) = f$, тоді для кожного Z типу θ означимо нову дедукцію

$$Z\Theta e : Z\Theta Z_1 \sim> {}^*f\tilde{}Z\Theta Z_2$$

через виконання індукції на структурі e:

1. $Z\Theta\varnothing_{Z_1} = \varnothing_{Z\Theta Z_1}$.

2. $Z\Theta(< s, f > {}^*e) =< s, s\tilde{}Z\Theta f > {}^*\left(s\tilde{}\ Z\Theta e\right)$.

3. $Z\Theta\left(< s, \iota, Z_x, Z_y, tr > {}^*e\right) =< s, \iota, tr, s\tilde{}\ Z_x, Z_y > {}^*\left(s\tilde{}Z\Theta\ell\right)$.

Подібним чином, можна оголосити ще одну нову дедукцію

$$\ell\Theta Z : Z_1\Theta Z \sim> Z_2\Theta f\tilde{}Z .$$

Тепер виконаємо побудову премоноїдної індексованої категорії Ξ^2 такої, що:

1. $\Xi^2\theta$ є підкатегорією простих премоноїдних дедукцій типу θ, із фіксованими доменами і ко-доменами.

2. Премоноїдна структура в $\Xi^2\theta$ задається через θ і через нейтральний елемент I_θ

для $\Xi^1\theta$. Природні перетворення γ, υ *і* r є виділеними елементами.

3. Для кожного $f : \theta \to r$ в K, реіндексуючий функтор $\Xi^2 f$ задає відображення дедукції e в $f^{\sim} e$. Крім того, даний функтор зберігає премоноїдні структури. Таким чином, ми можемо виконати оголошення премоноїдної інтерпретації $[F] = (id_K, \eta)$ із Ξ^1 в Ξ^2 і функції вибору ν для тверджень в Q такої, що:

1. $[f : Z >> Z']_\theta = Z' \overset{<id_\theta, f>}{-\sim>} Z$.

2. $\nu\left(Zh \xleftarrow{tr} Ch\right) = Zh \overset{<id_\theta, id_\theta, I_\theta, I_\theta, tr>}{-\sim>} Ch, Z' \overset{<id_\theta, f>}{-\sim>} Z$.

В результаті матимемо, що $([F], \nu)$ утворює премоноїдну модель для $\left(Q, \Xi^1\right)$. Можливим є також виконання адаптації, побудованої конструкції до випадку, коли Ξ^1 не є чітко премоноїдною. В такому випадку, для кожного θ множина стрілок ϑ_x в $\Xi^2\theta$ задається множиною дедукцій $X \overset{<id_\theta, \vartheta_x>}{-\sim>} I\Theta X$, де ϑ_x в редукційних парах є природнім ізоморфізмом в $\Xi^1\theta$. Хоча, оскільки ця множина дедукцій повинна бути природною в X, ми повинні розглядати відношення еквівалентності на множині стрілок для $\Xi^2\theta$ таких, що, наприклад,

$$X\Theta Y \overset{<id_\theta, \vartheta_x \Theta Y}{-\sim>} (X\Theta I)\Theta Y \overset{<s, \iota, X\Theta I, \vartheta, tr>}{-\sim>} (X\Theta I)\Theta \iota^{\sim} Ch$$

є еквівалентною до

$$X\Theta Y \overset{<s, \iota, X\Theta I, \vartheta, tr>X}{-\sim>} \Theta \iota^{\sim} Ch \overset{<id_\theta, \vartheta_x \Theta \iota^{\sim} Ch>}{-\sim>} (X\Theta I)\Theta \iota^{\sim} Ch.$$

Розглянемо премоноїдну $\wedge\Pi$-категорійну стратегію $\Xi^{\Theta}_{M_{F_2}}$ і семантичну $\wedge\Pi$-категорійну стратегію Ξ^2. Ми можемо побудувати модель $([F], \nu)$ для базових обчислюваних відповідей, через введення для кожного об'єкта Z:

$$[Z]_\theta = \{Vd(e) | e : Z \sim> {}^*Z', \text{ де } Z' : 1\}.$$

Якщо $f : Z_1 \to Z_2$ є стрілкою в шарі θ і e є дедукцією для Z_1 за умови, що $Vd(e) \in H(1, \theta)$, тоді $< id_\theta, f > {}^*e$ є дедукцією для Z_2 і

$$Vd(< id_\theta, f > {}^*e) = Vd(e) \in H(1, \theta).$$

Тому, $[Z_2]_\theta \supseteq [Z_1]_\theta$ і ми можемо виконати розширення $[F]$ до індексованого функтора:

$$[f : Z_1 \to Z_2]_\theta : [Z_1]_\theta \subseteq [Z_2]_\theta.$$

Те саме має місце і для твердження $Zh \overset{tr}{<<} Ch$, тому можемо оголосити

$$\nu(tr) = [Zh]_\theta \subseteq [Ch]_\theta,$$

що і дає нам шукану модель.

Висновки та перспективи подальших досліджень

В даній статті виконано побудову премоноїдної індексованої категорії із підкатегорією простих премоноїдних дедукцій із фіксованими доменами і *ко*-доменами і із природніми перетвореннями в якості виділених елементів. Введені реіндексуючі функтори виконують відображення дедукції і зберігають введені премоноїдні структури, що дозволяє виконати оголошення скінченної премоноїдної інтерпретації, яка є основою для побудови категорійної моделі модифікаційних предикатних запитів.

Подальші дослідження даного напряму будуть зосереджені на розширенні одержаної формальної моделі модифікаційних предикатних запитів та побудови її коректних імплементацій.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Burhans D., Shapiro S. Expanding the notion of answer in rule-based systems / Technical Report 99- 07 // Department of Computer Science and Engineering, SUNY Buffalo. — November, 1999. — 155 p.

2. Comini M., Levi G., Meo M., Vitiello G. Abstract diagnosis // Journal of Logic Programming, — 1999. — № 39 (1—3). — P. 43—93.

3. Comini M., Meo M. Compositionality properties of SLD-derivations // Theoretical Computer Science. — 1999. — № 211(1&2). — P. 275—309.

4. Cousot P., Cousot R. Temporal abstract interpretation // In Conference Record of the 27 Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages. — Boston, USA. — January 2000. — ACM Press, New York, NY. — P. 12—25

5. Gabbrielli M., Levi G., Meo M. Resultants semantics for PROLOG // Journal of Logic and Computation. — 1996. — № 6(4). — P. 491—521.

6. Jacobs B. Categorical Logic and Type Theory // Studies in Logic and the Foundations of Mathematics. —North Holland, Elsevier. — 1999. — 325 p.

7. Lipton J., McGrail R. Encapsulating data in logic programming via categorical constraints. / In Palamidessi C., Glaser H., Meinke K. Editors // Principles of Declarative Programming. — Volume 1490 of Lecture Notes in Computer Science. — Springer Verlag, Berlin. — 1998. — P. 391—410.

8. Maleusieux F., Ridoux O., Boizumault P. Abstract compilation of Prolog. / In Jaar J. Editor // Joint International Conference and Symposium on Logic Programming. — Manchester, United Kingdom. — June, 1998. — MIT Press. — P. 130 — 144.

9. Power J., Robinson E. Premonoidal categories and notions of computation. // Mathematical Structures in Computer Science. — October, 1997. — № 7(5). — P. 453—468.

10. Corradini A., Asperti A. A categorical model for logic programs: Indexed monoidal categories. / In Proceedings REX Workshop '92 // Springer Lectures Notes in Computer Science. — 1992. — P. 5—36.

11. Corradini A., Montanari U. An algebraic semantics for structured transition systems and its application to logic programs // Theoretical Computer Science. — August, 1992. — № 103(1). — P. 51—106.

12. Barbuti R., Giacobazzi R., Levi G. A General Framework for Semantics-based Bottom-up Abstract Interpretation of Logic Programs // ACM Transactions on Programming Languages and Systems. — 1993. — № 15 (1). — P. 133—181.

13. Finkelstein S., Freyd P., Lipton J. Logic programming in tau categories // In Computer Science Logic '94. — Volume 933 of Lecture Notes in Computer Science. — Springer Verlag, Berlin. — 1995. — P. 249—263.

14. Шекета В. І. Модифікаційні предикатні запити / Проблеми програмування. Інституту Програмних Систем НАН України. — 2004. — № 2—3. — С. 339—343 // Спеціальний випуск за матеріалами IV МНПК «УкрПрог`2004», 1—3 червня 2004. — Київ, Кібернетичний центр НАН України.

15. Шекета В. І. Ініціалізація еластичних семантик над простором Гербранда для модифікаційних предикатних запитів // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2003. — № 2 (22). — С. 13—18.

16. Шекета В. І. Аналіз семантики шаблонів виклику модифікаційних предикатних запитів для інформаційних систем на основі баз даних і знань / Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології // Вісник національного університету «Львівська політехніка». — 2003. — № 496. — С. 217—228.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом VIII Міжнародної конференції «Контроль і управління в складних системах» (КУСС-2005, 24—27.10.2005 р)

Надійшла до редакції 10.11.05
Рекомендована до друку 22.11.05

Шекета Василь Іванович — доцент кафедри програмного забезпечення автоматизованих систем та інформатики; ***Гобир Лідія Мирославівна*** — асистент кафедри інформатики.

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, факультет автоматизації та комп'ютерних наук