

# ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ТЕХНИКА

### INFORMATIONAL TECHNOLOGIES AND COMPUTING ENGINEERING

---

УДК 62.50:658.21

С. П. Бадьора, асп.; Т. М. Боровська, к. т. н., доц.

С. П. Бадёра, асп.; Т. Н. Боровская, к. т. н., доц.

S. Badyora, Post-Graduate; T. Borovska, Cand. Sc. (Eng.), Assist. Prof.

#### ДЕТЕРМІНОВАНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМ

#### ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ

#### DETERMINISTIC MODEL FOR PREDICTION OF DISTRIBUTIVE SYSTEMS DEVELOPMENT

*Розглядається задача про оптимальний розподіл обсягів «виробництва» декількох видів «продуктів» між «виробничими елементами» певної розподіленої системи. Задача має широке коло інтерпретацій і застосувань — від обчислювальних алгоритмів оптимізації і інформаційних мереж до техніко-економічних систем. Розроблена робоча математична модель, досліджені властивості двовимірних розподілів рівнів виробництва продуктів в окремих елементах.*

*Рассматривается задача об оптимальном распределении объемов «производства» нескольких видов «продуктов» между «производственными элементами» определенной распределенной системы. У задачи широкий круг интерпретаций и применений — от вычислительных алгоритмов оптимизации и информационных сетей до технико-экономических систем. Разработана рабочая математическая модель, исследованы свойства двумерных распределений уровней производства продуктов в отдельных элементах.*

*The problem of optimal distribution of «production» volumes of several kinds of products among «manufacturing elements» of certain distributed system is considered. The problem has a wide choice of interpretations and applications — starting from computational optimization algorithms and data networks to technical and economic systems. Mathematical model has been elaborated, properties of 2D distribution levels of production in separate elements have been studied.*

#### Вступ

Сьогодні існує великий попит на «аналітичне програмне забезпечення». Це програми для пасивного і активного прогнозування розвитку певних розподілених систем. Специфіка розподілених систем може бути найрізноманітнішою — це чисто технічні системи: хімічні реактори, металургійні агрегати, банківські та екологічні системи та ін. Типовою для таких систем є задача розподілу навантаження по елементах деякої мережі. У формальному плані потрібно відобразити елементи і зв'язки графа складної задачі на елементи і зв'язки обчислювальної системи деяким оптимальним чином. У розподілених системах задачі оптимального розподілу узагальненого навантаження або ресурсів достатньо ефективно розв'язуються на основі розподіленого управління, коли кожен елемент мережі оптимізує свій критерій ефективності. Загальновідомий напрям «штучні нейронні мережі» має менш відому, але більш продуктивну альтернативу — «штучні соціальні системи».

#### Вступление

Сегодня существует большой спрос на «аналитическое программное обеспечение». Это программы для пассивного и активного прогнозирования развития определенных распределенных

систем. Специфика распределенных систем может быть самой разнообразной — это чисто технические системы: химические реакторы, металлургические агрегаты, банковские и экологические системы и др. Типичной для таких систем является задача распределения нагрузки по элементам некоторой сети. В формальном плане нужно отобразить элементы и связи графа сложной задачи на элементы и связи вычислительной системы некоторым оптимальным образом. В распределенных системах задачи оптимального распределения обобщенной нагрузки или ресурсов достаточно эффективно решаются на основе распределенного управления, когда каждый элемент сети оптимизирует свой критерий эффективности. «Искусственные социальные системы» это менее известная, но более производительная альтернатива общеизвестному направлению «искусственные нейронные сети».

### Introduction

Nowadays the so-called «analytical software» is in great demand. These programs are intended for passive and active prediction of development of certain distributive systems.

Distributive system can be of various nature – purely technical systems: chemical reactors, metallurgical units, banking and ecological systems, etc.

The problem of load distribution by elements of certain network is a typical problem of such systems. From formal position elements and connections of complex problem graph must be represented by elements and connections of computing systems in a certain manner. In distributive systems problems of optimal distribution of generalized load or resources are solved on the basis of distributive control, when each element of the system optimizes its efficiency criterion. Generally accepted direction «artificial neural networks» has less known but productive alternative – «artificial social systems».

### Основна частина

*Мета даної статті* — створення базової системи моделювання, що придатна як для дослідження і оптимізації алгоритмів управління інформаційно-обчислювальними мережами, так і для прогнозування розвитку розподілених виробничих систем, у тому числі і таких динамічних і нероздільних конгломератів електроніки, інформації, бізнесу та спілкування, що виникають в Інтернеті. Базова система моделювання — структура, що складається з інтерфейсу та уніфікованих модулів «виробництво», «попит», «аналіз і прийняття рішень», «навчання», «невизначеності», які можна замінювати, модифікувати. В цій статті подана перша частина розробки — детермінована модель.

### Постановка проблеми

Задача оптимального розподілу  $M$  видів узагальнених ресурсів між  $N$  елементами відома давно, але для неї не отримані розв'язки методами лінійного і нелінійного програмування. Однак для сучасних розподілених систем характерні висока динамічність, нестационарність характеристик — «навчання», «освоєння». Класичне нелінійне програмування не має радикальних розв'язків для роботи з задачами високої розмірності, і взагалі непридатне для сучасних задач, де умови Куна-Такера зазвичай не виконуються. В рамках класичних постановок неможливо отримати коректні результати для методів оптимізації розподілених систем. Сьогодні неможливо також розділити розроблення моделі і програми, тому потрібні раціональні технології швидкого розроблення робочих моделей, не тільки працюючих, але і придатних для вбудування в реальні системи прогнозування й управління.

Проблема синтезу управлінь, тобто алгоритмів розподілу певних узагальнених ресурсів і обміну певними узагальненими ресурсами, яка виникла в останні роки, спричинена саме науково-технічним прогресом: підвищенням динамічності, швидкості розповсюдження інформації, інтенсивним потоком інновацій. В цілому можливості прогнозування й управління розподіленими системами на базі традиційних статистичних методів суттєво зменшились. Сучасні системи зазвичай не мають прототипів, не мають статистики, тому вибираємо підхід на базі конструювання математичних моделей *ad hoc* — для конкретних актуальних задач, як правило нових, таких, що не мають прямих прототипів.

## Аналіз останніх досліджень і публікацій

Оптимізації розподілу узагальнених ресурсів та моделюванню процесів розподілення присвячено багато робіт. Назвемо тут тільки ті, ідеї та результати яких використані в даній роботі. Це праці Я. Ципкіна (ідеї побудови для розв'язання оптимізаційних задач спеціальних нелінійних адаптивних імпульсних систем) [1], М. Пешеля (методологія побудови математичних моделей, зокрема, моделей розвитку) [2], Ю. Шрейдера, (загальносистемні принципи та властивості систем, що еволюціонують) [3], А. Яблонського (аналіз властивостей активних систем) [4], В. Опойцева та В. Буркова (дослідження методів управління у ансамблях динамічних систем) [5, 6]. Особливо слід відзначити роботи наукової школи О. Самарського [7] в галузі теорії і практики обчислювального експерименту. Зокрема, вони відкрили в обчислювальних експериментах на моделях, а потім вже в натурних зразках, існування теплових процесів з концентрацією тепла в плазмі. Виявилось, що ця відносно проста модель добре описує розвиток наукової школи. Відзначимо ще один важливий методологічний результат школи О. Самарського – переформулювання задачі, що веде до суттєвого зменшення обсягу обчислень. Сьогодні цей науковий напрямок є важливим для організацій, що займаються моделюванням і прогнозуванням мережевих та інших великих розподілених систем.

## Постановка задачі

Розглядається система з  $N$  елементів, що виробляють  $M$  «продуктів». Обсяг виробництва кожного продукту є обмеженим. Планово або стихійно виробництво продуктів розподіляється між елементами системи. Природно зробити цей розподіл так, щоб він був оптимальним для системи в цілому і для кожного елемента, а також був стійким до збурень. Формально це задача оптимального розподілу узагальнених ресурсів в розподіленій системі, елементи якої: а) є активними (мають власні цілі, можуть навчатись); б) можуть бути багатофункціональними. За певних правил взаємодії елементів і певних алгоритмів управління розподілена система є стійкою, а стан рівноваги є оптимальним і для системи в цілому і для кожного елемента. Суть таких децентралізованих систем в тому, що елементи взаємозалежні, але кожен контролює тільки одну змінну управління і оптимізує свій власний критерій. Для техніко-економічних систем це означає, що система «сама себе оптимізує» — не треба для кожного елемента щось контролювати і розраховувати. За такою схемою можна організувати обчислювальний алгоритм розв'язання певного класу задач нелінійного програмування. Потенційний ефект алгоритму в тому, що задачу знаходження екстремуму  $N$  змінних ми замінюємо на  $N$  паралельних задач одновимірної оптимізації. Сьогодні головною задачею цього напрямку теорії управління і теорії оптимізації є поширення методів оптимізації на базі обміну узагальненими ресурсами на випадок довільних цільових і виробничих функцій елементів.

## Розробка робочої моделі розподіленої системи

Діяльність елемента можна звести до трьох функцій: 1) виробництво продукції; 2) реалізація продукції на «ринку»; 3) розподіл ресурсу між виробництвами окремих видів продукції. Вибираємо для відображення цих функцій такі моделі першого наближення (робочі функціональні моделі), що потім не «розвалюються» під тягарем деталізації, модифікацій та масштабування. Нагадуємо, що терміни «ринок», «виробництво» не тотожні відповідним категоріям економіки. У випадку обчислювальної мережі це просто параметри алгоритму управління процесом. Як загальнозрозумілу інтерпретацію беремо техніко-економічну — «система виробників». Однак цей матеріал має до економіки таке ж відношення, як штучні нейронні мережі до натуральних:

## Модель «ринку»

В моделі першого наближення для кожного продукту задається постійний об'єм ринку по кожному продукту:

$$R_{ynE} = (V_{m_1}, V_{m_2}, \dots, V_{m_M}). \quad (1)$$

Також вважаємо, що всі виробники певного  $j$ -го продукту виробляють його з однаковим рівнем корисності і якості, і єдиною ціною продажу, тому ринок розподіляється пропорційно обсягам

випуску (виробничим потужностям виробників).

### Модель «виробництва»

Детерміноване виробництво опишемо відомою моделлю росту з обмеженням: приріст виробництва пропорційний досягнутому рівню і незаповненості ринку (коефіцієнт пропорційності може бути і від'ємним), і обсягу інвестицій. Вважаємо також, що в розвиток виробництва інвестується в поточний період все, що «зароблено» в попередній період. Логіка моделі виробництва: обсяг виробництва зростає експоненційно в разі необмеженого обсягу ринку. Рано чи пізно сумарне виробництво усіх фірм заповнить ринок. Якщо сумарне виробництво перевищує обсяг ринку, то виробничі потужності будуть скорочуватись, і для цього теж можуть бути потрібні витрати. Ці міркування можемо відобразити нелінійним різницеvim робочим рівнянням

$$\Delta X_{i,j} = \left[ ef_i \left[ (X_t)_{i,j} \right] \left( \frac{Ryn_j - Sus_{j,t}}{Ryn_j} \right) \cdot Inv_{i,j} \right] \cdot krok; \quad (2)$$

$$(X_{t+1}) = (X_t)_{i,j} + \Delta X_{i,j}, \quad i := 1 \dots N; \quad j := 1 \dots M, \quad (3)$$

де  $\Delta X_{i,j}$  — поточне приращення випуску  $i$ -м виробником  $j$ -го продукту (текущее приращение выпуска  $i$ -м производителем  $j$ -го продукта; current increase of production by the  $i$ -th producer of  $j$  product),  $ef_i$  — коефіцієнт ефективності (коэффициент эффективности; coefficient of efficiency),  $X_t$  — матриця стану системи (матрица состояния системы; matrix of the system state),  $(X_t)_{i,j}$  — елемент матриці стану (элемент матрицы состояния; element of state matrix)  $Ryn_j$  — «ринок» (рынок, market),  $Sus_{j,t}$  — поточне сумарне виробництво (текущее суммарное производство; current total production),  $Inv_{i,j}$  — темп інвестицій  $j$ -го продукту (темп инвестиций  $j$ -го продукта; investments rate of  $j$ -th product),  $krok$  — крок моделювання (шаг моделирования; step of modeling).

### Моделі локального управління

Природним глобальним критерієм системи в цілому є темп сумарного виробництва, або накопичене за певний період сумарне виробництво. В даному випадку розглядаємо тільки локальне управління: розподіл елементів інвестицій між виробництвами різних продуктів. Вибираємо таку детерміновану модель розподілу: для кожного продукту виробник оцінює перспективність розширення виробництва. Мірою перспективності є певний критерій — «успіх» кожного продукту. Тут можуть бути такі альтернативи:

- 1 — згідно з усередненим за певний період «успіхом» кожного продукту;
  - 2 — згідно з сумою усередненого успіху та темпу успіху; (темп — синонім похідної);
- Виберемо альтернативу 2. Формуємо модуль «ковзне середнє»:

$$xs_{i,j} = xs_{i,j} \cdot \alpha + (X_{t+1})_{i,j} (1 - \alpha), \quad (4)$$

де  $0 \leq \alpha \leq 1$  — параметр оновленого середнього (параметр обновленного среднего; parameter of updated average).

Робимо аналогічний модуль для приросту темпу випуску

$$dxs_{i,j} = dxs_{i,j} \cdot \beta + \left[ (X_{t+1})_{i,j} - (X_t)_{i,j} \right] (1 - \beta), \quad (5)$$

де  $0 \leq \beta \leq 1$  — параметр оновленого середнього приросту (параметр обновленного среднего приращения; parameter of updated average increment).

Параметри згладжування вибираються в залежності від швидкості змін процесу і рівня шумів. Можливе використання інших методів згладжування і фільтрації. Оцінку перспективності продукту формуємо як лінійну форму від (4) і (5)

$$efp_{i,j} = a_1 \cdot xs_{i,j} + a_2 \cdot dxs_{i,j}. \quad (6)$$

Можливі дві альтернативи прийняття рішень:

а) поточний ресурс ділиться пропорційно

$$(Roz_t)_{i,j} = efp_{i,j} \div \sum_j efp_{i,j} \tag{7}$$

б) весь поточний ресурс віддається продукту, що має максимум  $efp_{i,j}$ .

Програма моделювання базується на рівняннях (2)—(6) і за рахунок використання векторизації обчислень має ще задовільну швидкодію для розмірностей системи  $N = 30, M = 30$ . Особливості технології конструювання моделей – одночасне відлагодження моделі, програми моделювання та отримання нових експертних знань про властивості об'єкта. Інтерфейс програми (рис. 1) розроблено так, щоб задовольнити ці вимоги.

**Parameters of distributing of market, efficiency, initial rates of production**  
 Number of the producers  $N=16$ ; number of the products  $M=16$ ;  $ORIGIN=1$ ;  $i=1..N$ ;  $j=1..M$   
 Parameters of the system: market volume on one producer:  $Rys=20$ ; efficiency of investments is the  $efs=1.2$ ; starting rate of production:  $Xos=0.2$ ; prevailing in the starting level (relative)  $Dom=0.0$ . Minimum market  $Rmi=6$ ; minimum efficiency is the  $efmi=0.9$ ; minimum initial rate  $Xom=0.2$   
**Parameters of design.** Period of the design  $Tmo=200$ ; time  $t=1..Tmo$ ; step of the design  $dT=0.07$ . Initial values for the variables of the program: rate of the growth  $mpy_{i,j}=0$ ; perspective of the products  $nrme_fj=10$ ; initial value of  $nrme_fi=0.8$ ; proportion of distributing  $rzo_{i,j}=1 \neq N$ .  
**Parameters of model of acceptance of decisions.** Usrednenye: rate of production  $\alpha=0.8$ ; increase of rate  $\beta=0.7$ . Values: rate  $a1=1$ ; increase of the rate  $a2=30$ .

Рис. 1. Модуль введення параметрів системи  
 Рис. 1. Модуль ввода параметров системы  
 Fig. 1. Module of the system parameter input

### Результати моделювання

Розроблена базова модель виявилася справжнім генератором результатів. На рис. 2 проілюстровано процес розвитку системи для випадків 3 елементи, 3 продукти та 3 елементи, 4 продукти. Задано невелику різницю в ефективностях інвестицій і стартових рівнях виробництва.

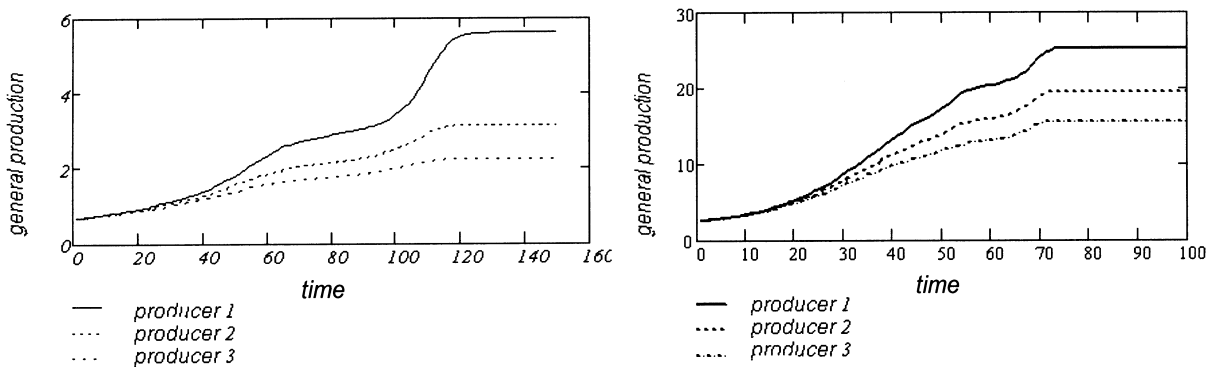


Рис. 2. Процеси розвитку системи з трьох елементів  
 Рис. 2. Процессы развития системы из трех элементов  
 Fig. 2. Processes of development of the system comprising three elements

В цих умовах виникають хвилі освоєння чергового виду продукції, процеси розвитку системи можна назвати узагальненими логістичними залежностями.

На рис. 3. показані (у подвійних логарифмічних масштабах) рангові розподіли фірм за ефективною інвестицій і доходами. Бачимо, що ці розподіли за певних умов є досить близькими до асимптот з нахилами  $\beta_1 = -2, \beta_2 = -1$ .

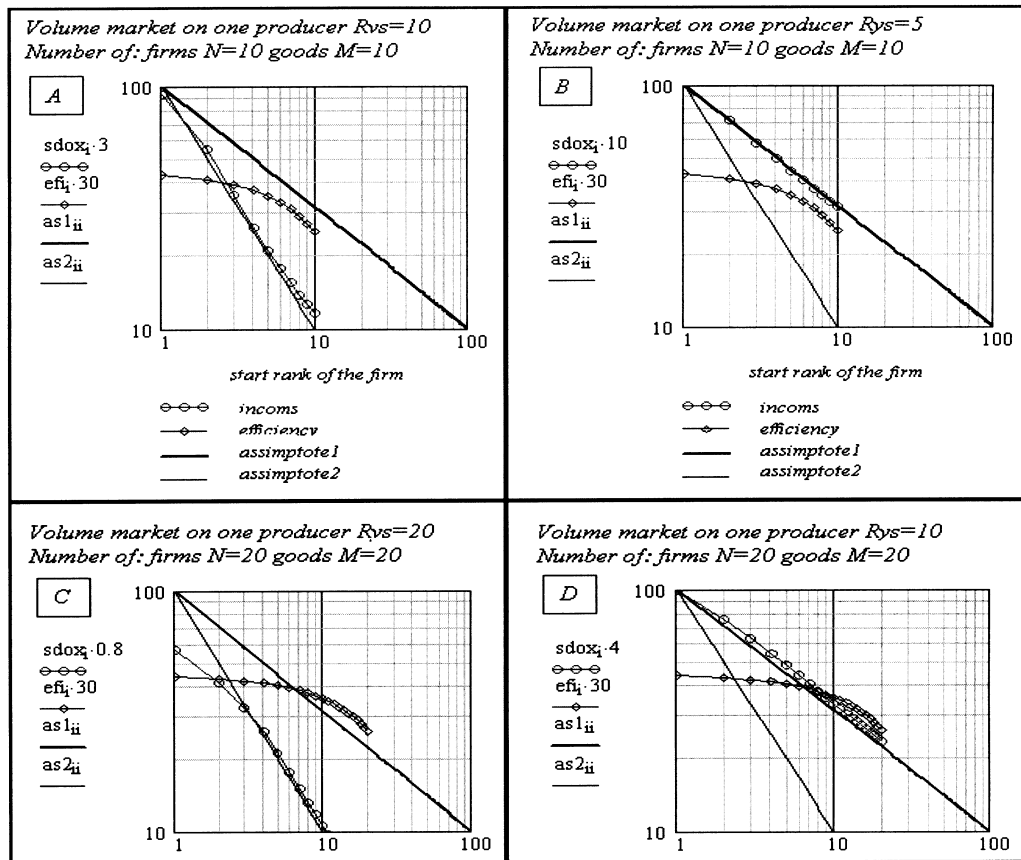


Рис. 3. Рангові розподіли елементів за сумарним обсягом виробництва  
 Рис. 3. Ранговые распределения элементов по суммарным объемам производства  
 Fig. 3. Rank distribution of element by total volume of production

Відомо, що рангові розподіли «ваги» елементів активних систем є гіперболічними — в подвійних логарифмічних масштабах це приблизно прямі. Індикаторами стійкості і оптимальності цих розподілів за критерієм сумарного виробництва в системі є певні нахили асимптот рангових розподілів:  $\beta_1 = -2$  (виробничі системи),  $\beta_2 = -1$  (наука, розподілу слів в текстах). Відомі імовірнісні та детерміновані математичні моделі «механізмів», що породжують рангові розподіли в активних системах [3, 4]. Запропонована базова модель теж за певних умов породжує гіперболічні розподіли. Зокрема, відзначимо певну властивість поведінки моделі: збільшення обсягу ресурсу («ринку») на один елемент (в даному випадку з 10 до 20 одиниць) збільшує нахил асимптоти (з  $-1$  до  $-2$ ).

Можна також бачити, що гіперболічні рангові розподіли малочутливі до зміни кількості елементів. Умовою виникнення гіперболічних рангових розподілів в детермінованій системі є стартова різниця  $efi_i$  в ефективностях елементів. Невелика різниця ефективностей елементів в 3—5 % породжує велику різницю в усталених темпах сумарного (за усіма продуктами) виробництва.

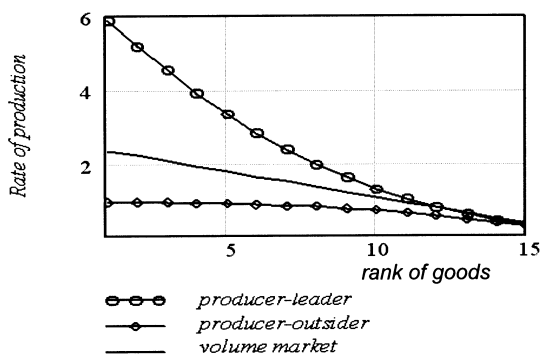


Рис. 4. Розподіли ринків продуктів між виробниками  
 Рис. 4. Распределение рынков продуктов между производителями  
 Fig. 4. Distribution of products markets between producers

Структура усталеного розподілу ринків різних продуктів між елементами є теж нерівномірною. На рис. 4 показано графіки темпів усталеного виробництва для кращого і гіршого за ефективністю елементів системи сумісно з ранговим розподілом обсягів ринків продуктів. Можна бачити, що кращі виробники мають більші частки на більших ринках, аутсайтери мають збільшені частки на менших ринках. Це властивість оптимальних за критерієм сумарного виробництва розподілів.

## Приклад

Розглянемо приклад визначення оптимального розподілу виробництва в регіональній системі виробництва хлібопродуктів «10 виробників, 10 продуктів». Для такого виробництва на першому плані є соціальні аспекти, зокрема, незалежність обсягу постачання від випадкових факторів. Розроблена програма моделювання була розширена для врахування випадкових подій — зупинки певних виробників та появи нових виробників. Для демонстрації ефективності розподіленої системи управління розглядається функціонування системи в нестационарному режимі розвитку. На рис. 5 подано три реалізації процесу функціонування системи. Остання, базовий експеримент — функціонування в детермінованих умовах.

Можемо бачити, що система після перехідних процесів, тривалість яких залежить від параметрів ефективності розширення виробництва, приходять до потрібного рівня сумарного виробництва.

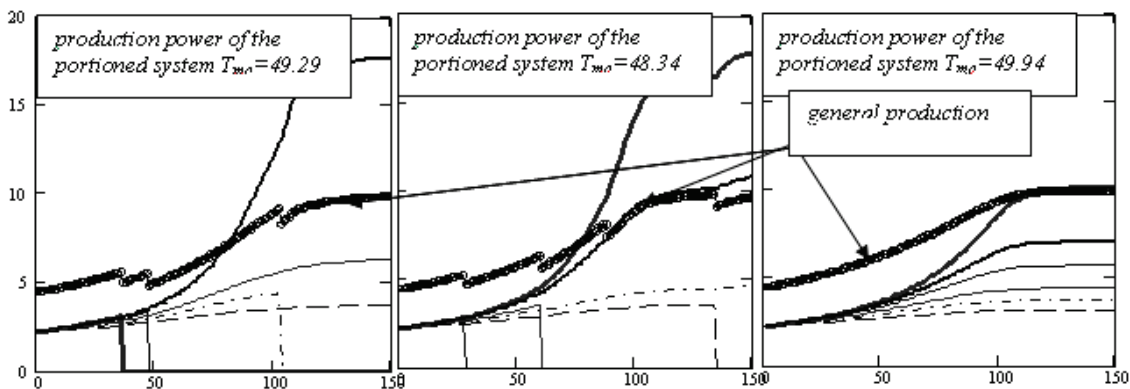


Рис. 5. Дослідження відмовостійкості розподіленої системи  
 Рис. 5. Исследование отказоустойчивости распределенной системы  
 Fig. 5. Study of failure-proof operation of distributed system

Наведені результати моделювання є дуже малою часткою проведених тестувань моделі і досліджень. Були проведені дослідження впливу запізнь, «навчання» елементів, зміни обсягів «ринків», поява нових елементів та ін. Під ці дослідження відповідно модифікувалися програма та інтерфейс.

## Основная часть

*Цель данной статьи* — создание базовой системы моделирования, которая пригодна как для исследования и оптимизации алгоритмов управления информационно-вычислительными сетями, так и для прогнозирования развития распределенных производственных систем, в том числе и таких динамических и нераздельных конгломератов электроники, информации, бизнеса и общения, возникающих в Интернете. Базовая система моделирования — структура, состоящая из интерфейса и унифицированных модулей: «производство», «спрос», «анализ и принятие решений», «учеба», «неопределенность», которые можно заменять, модифицировать. В этой статье представлена первая часть разработки — детерминированная модель.

## Постановка проблемы

Задача оптимального распределения  $M$  видов обобщенных ресурсов между  $N$  элементами известна давно, для нее не получены решения методами линейного и нелинейного программирования. Однако для современных распределенных систем характерны высокая динамичность, нестационарность характеристик — «учеба», «освоение». Классическое нелинейное программирование не дает радикальных решений для работы с задачами высокой размерности, и вообще непригодно для современных задач, где условия Куна-Такера обычно не выполняются. В рамках классических постановок просто невозможно получить корректные результаты для методов оптимизации для распределенных систем. Сегодня невозможно также разделить разработку модели и программы, поэтому нужны рациональные технологии быстрой разработки рабочих моделей, не только работающих, но и пригодных для встраивания в реальные системы прогнозирования и управления.

Проблема синтеза управлений, то есть алгоритмов распределения определенных обобщенных ресурсов и обмена определенными обобщенными ресурсами, которая возникла в последние годы, вызвана именно научно-техническим прогрессом: повышением динамичности, скорости распространения информации, интенсивным потоком инноваций. В целом возможности прогнозирования и управления распределенными системами на базе традиционных статистических методов существенно уменьшились. Современные системы обычно не имеют прототипов, не имеют статистики, поэтому выбираем подход на базе конструирования математических моделей *ad hoc* — для конкретных актуальных задач, как правило, новых, не имеющих прямых прототипов.

### Анализ последних исследований и публикаций

Оптимизации распределения обобщенных ресурсов и моделированию процессов распределения посвящено много работ. Назовем здесь только те, идеи и результаты которых использованы в данной работе. Это труды Я. Ципкина (идеи построения для решения оптимизационных задач специальных нелинейных адаптивных импульсных систем) [1], Г. Пешеля (методология построения математических моделей, в частности, моделей развития) [2], Ю. Шрейдера, (общесистемные принципы и свойства эволюционирующих систем) [3], А. Яблонского (анализ свойств активных систем) [4], В. Опойцева и В. Буркова (исследование методов управления в ансамблях динамических систем) [5, 6]. Особенно следует отметить работы научной школы О. Самарского [7] в отрасли теории и практики вычислительного эксперимента. В частности, они открыли в вычислительных экспериментах на моделях, а затем уже в натуральных образцах существование тепловых процессов с концентрацией тепла в плазме. Оказалось, что эта относительно простая модель хорошо описывает развитие научной школы. Отметим еще один важный методологический результат школы О. Самарского – новая формулировка задачи, ведущая к существенному уменьшению объема вычислений. Сегодня это научное направление является важным для организаций, которые занимаются моделированием и прогнозированием сетевых и других больших распределенных систем.

### Постановка задачи

Рассматривается система из  $N$  элементов, производящих  $M$  «продуктов». Объем производства каждого продукта ограничен. Планово или стихийно производство продуктов распределяется между элементами системы. Естественно сделать это распределение таким, чтобы оно было оптимальным для системы в целом и для каждого элемента, а также было стойким к возмущениям. Формально это задача оптимального распределения обобщенных ресурсов в распределенной системе, элементы которой а) являются активными (имеют собственные цели, могут обучаться); б) могут быть многофункциональными. При определенных правилах взаимодействия элементов и определенных алгоритмах управления распределенная система является стойкой, а состояние равновесия является оптимальным и для системы в целом и для каждого элемента. Суть таких децентрализованных систем в том, что элементы взаимозависимы, но каждый контролирует только одну переменную управления и оптимизирует свой собственный критерий. Для технико-экономических систем это означает, что система «сама себя оптимизирует» — не нужно для каждого элемента что-то контролировать и рассчитывать. За такой схемой можно организовать вычислительный алгоритм решения определенного класса задач нелинейного программирования. Потенциальный эффект алгоритма в том, что задачу нахождения экстремума  $N$  переменных мы заменяем на  $N$  параллельных задач одномерной оптимизации. Сегодня главная задача этого направления теории управления и теории оптимизации — распространение методов оптимизации на базе обмена обобщенными ресурсами на случай произвольных целевых и производственных функций элементов.

### Разработка рабочей модели распределенной системы

Деятельность элемента можно свести к трем функциям: 1) производство продукции; 2) реализация продукции на «рынке»; 3) распределение ресурса между производствами отдельных видов продукции. Выбираем для отображения этих функций такие модели первого приближения (рабочие функциональные модели), которые потом не «развалятся» под грузом детализации, модификаций и масштабирования. Напоминаем, что термин «рынок», «производство» не тождественные соответствующим категориям экономики. В случае вычислительной сети это просто параметры алгоритма управления процессом. Как общепонятную интерпретацию берем технико-экономическую — «система производителей». Однако этот материал имеет к экономике такое же отношение, как искусственные нейронные сети к натуральным.



### Модель «рынка»

В моделі першого приближення для кожного продукту задається постійний об'єм ринка по кожному продукту (1).

Також вважаємо, що всі виробники певного  $j$ -го продукту виробляють його з однаковою рівнем корисності та якості, та єдиною ціною продажу, тому ринок розподіляється пропорційно об'ємам випуску (виробничим потужностям виробників).

### Модель «виробництва»

Детерміноване виробництво опишемо відомою моделлю зростання з обмеженнями: приріст виробництва пропорційний досягнутому рівню та незаповненості ринку (коефіцієнт пропорційності може бути та від'ємним), та об'єму інвестицій. Вважаємо також, що з розвитком виробництва інвестується в поточний період все, що «заробито» в попередньому періоді. Логіка моделі виробництва: об'єм виробництва зростає експоненційно при неограниченному об'ємі ринку. Рано чи пізно суммарне виробництво всіх фірм заповнить ринок. Якщо суммарне виробництво перевищує об'єм ринку, то виробничі потужності будуть скорочуватися, та для цього також можуть бути потрібні витрати. Ці висновки можемо зобразити нелінійними різницевими рівняннями (2), (3).

### Моделі локального управління

Естественним глобальним критерієм системи в цілому є темп суммарного виробництва, або накоплене за певний період суммарне виробництво. В даному випадку розглядаємо тільки локальне управління: розподілення елементів інвестицій між виробництвами різних продуктів. Вибіримо таку детерміновану модель розподілення: для кожного продукту виробник оцінює перспективність розширення виробництва. Мірою перспективності є певний критерій — «успіх» кожного продукту. Тут можуть бути такі альтернативи:

- 1 — згідно усередненому за певний період «успіху» кожного продукту;
- 2 — згідно сумі усередненого успіху та темпа успіху; (температура — синонім похідної)

Вибіримо альтернативу 2. Формуємо модуль «скользящее середнее» (4).

Зробимо аналогічний модуль для збільшення темпа випуску (5).

Параметри згладжування вибираються в залежності від швидкості змін процесу та рівня шумів. Можливе використання інших методів згладжування та фільтрації. Оцінку перспективності продукту (6) формуємо як лінійну формулу від (4) та (5).

Можливі дві альтернативи прийняття рішень:

- а) поточний ресурс ділиться пропорційно (7).
- б) весь поточний ресурс віддається продукту, що має максимум  $efp_{ij}$ .

Програма моделювання базується на рівняннях (2)—(6) та за рахунок використання векторизації обчислень має ще задовільне швидкодія для розмірностей системи  $N = 30$ ,  $M = 30$ . Особливості технології конструювання моделей — одночасне налаштування моделей, програм моделювання та отримання нових експертних знань про властивості об'єкта. Інтерфейс програми (рис. 1) розроблено так, щоб задовольнити ці вимоги.

### Результати моделювання

Зроблена базова модель виявилася справжнім генератором результатів. На рис. 2 представлено процес розвитку системи для випадку 3 елементів, 3 продуктів та 3 елементів, 4 продуктів. Задано невеликі різниці в ефективностях інвестицій та початкових рівнях виробництва.

В цих умовах виникають хвилі освоєння певного виду продукції, процеси розвитку системи можна назвати загальними логістичними залежностями.

На рис. 3 показано (в подвійних логарифмічних масштабах) рангові розподілення фірм за ефективністю інвестицій та доходів. Видно, що ці розподілення при певних умовах достатньо близькі до асимптот з нахилами  $\beta_1 = -2$ ,  $\beta_2 = -1$ .

Відомо, що рангові розподілення «ваги» елементів активних систем є гіперболічними — в подвійних логарифмічних масштабах це приблизно прямі. Індикаторами стійкості та оптимуму цих розподілень за критерієм суммарного виробництва в системі є певні нахили асимптот рангових розподілень:  $\beta_1 = -2$  (виробничі системи),  $\beta_2 = -1$  (наука, розподілення слів в текстах). Відомі ймовірнісні та детерміновані математичні моделі «механізмів», породжуючі рангові розподілення в ак-

тивних системах [3, 4]. Предложена базова модель теж при определенных условиях порождает гиперболические распределения. В частности, отметим определенное свойство поведения модели: увеличение объема ресурса («рынка») на один элемент (в данном случае от 10 до 20 единиц) увеличивает наклон асимптоты (от  $-1$  до  $-2$ ).

Можно также видеть, что гиперболические ранговые распределения малочувствительные к изменению количества элементов. Условием возникновения гиперболических ранговых распределений в детерминированной системе является стартовая разница  $efij$  в эффективностях элементов. Небольшая разница эффективностей элементов в 3—5 % порождает большую разницу в установившихся темпах суммарного (по всем продуктам) производства.

Структура установившегося распределения рынков разных продуктов между элементами является тоже неравномерной. На рис. 4 поданы графики темпов установившегося производства для лучшего и худшего по эффективности элементов системы совместно с ранговым распределением объемов рынков продуктов. Можно видеть, что лучшие производители имеют большие доли на больших рынках, аутсайдеры имеют увеличенные доли на меньших рынках. Это свойство оптимальных по критерию суммарного производства распределений.

### Пример

Рассмотрим пример определения оптимального распределения производства в региональной системе производства хлебопродуктов «10 производителей, 10 продуктов». Для такого производства на первом плане есть социальные аспекты, в частности, независимость объема снабжения от случайных факторов. Разработанная программа моделирования была расширена для учета случайных событий — остановки определенных производителей и появления новых производителей. Для демонстрации эффективности распределенной системы управления рассматривается функционирование системы в нестационарном режиме развития. На рис. 5 показаны три реализации процесса функционирования системы. Последняя реализация — базовый эксперимент — функционирование в детерминированных условиях.

Можем видеть, что система после переходных процессов, длительность которых зависит от параметров эффективности расширения производства, приходит к нужному уровню суммарного производства.

Приведенные результаты моделирования являются очень малой частицей проведенных тестирований модели и исследований. Были проведены исследования влияния опозданий, «учебы» элементов, изменения объемов «рынков», появление новых элементов и др. Под эти исследования соответственно модифицировались программа и интерфейс.

### Main part

The aim of the given paper is to elaborate basic systems of modeling, suitable, both for investigation and optimization of control algorithm of information – computing networks, and for prediction of development of productive systems, including dynamic conglomerates of electronics, information, business, communication emerging in the Internet. Basic system of modeling is a structure consisting of unified modules “production”, “demand”, “analysis and decision making”, “training”, “uncertainty”, which can be replaced, modified, and interface. The given paper contains the first part of research – deterministic model.

### Problem setup

The problem of optimal distribution of types of aggregated resources among the elements has been known for a long time; but the solutions of the problem have not been obtained applying methods of linear and nonlinear programming. Modern distributive systems are characterized by high dynamics, their characteristics are not stationary, namely — “study”, “mastering”.

Classical non-linear programming does not provide radical solutions for operation with high dimensional problems and is not suitable at all for the solutions of modern problems where Kuhn – Tucker conditions are not performed. Within the frame of classical statement it is impossible to obtain the correct results for methods of distributive system optimization.

Nowadays it is also impossible to separate the elaboration of the model and the *program* that is why we need rational technologies of rapid elaboration of operation models, not only functioning but to be built-in real systems of control and forecast.

The problem of management synthesis, that is, algorithms of distribution of certain aggregated resources and exchange of certain aggregated resources, which has emerged in recent years is due to scientific progress: increase of dynamics, speed of information spread, intensive flow of in-

novations. In general the possibilities of forecast and management of distributive systems on the basis of conventional statistic methods are rather limited. As a rule, modern systems do not have prototypes, do not have statistics, that is why, we choose the approach, based on construction of mathematical models *ad hoc* — for certain actual problems, which do not have direct prototypes.

### Analysis of latest research and publications

Numerous publications are devoted to the problem of optimization of aggregated resources distribution and modeling of distribution processes. We shall mention only publications the ideas and results of which are used in the given paper. The works of J. Tsyarkin (ideas of construction of special non-linear adaptive pulse systems, intended for solution of optimization problems) [1], Y. Peshel (methodology of construction of mathematical models in particular, models of development) [2], Yu. Shrader (general principles and properties of developing systems) [3], A. Yablonskiy (analysis of active system properties) [4], V. Opoitsev and V. Burkov (study of management methods in the sets of dynamic systems) [5, 6]. Special attention should be paid to investigations, carried out by the representatives of scientific school, headed by O. Samarskiy [7] in the sphere of theory and practice of computational experiment.

In particular, they revealed, performing computational experiments on the models and later in natural samples, the *existence* of thermal processes with concentration of heat in plasma. It turned out, that this rather simple model describes well the development of scientific school. One more important methodological result of the school, headed by O. Samarskiy should be mentioned — new formulation of the problem, leading to considerable reduction of the volume of computations. Today this scientific direction is very important for scientific institutions, dealing with modeling and forecasting of networks and other large distributive systems.

### Task setup

Systems, comprising  $N$  elements, manufacturing  $M$  “products” are considered. Volume of manufacturing of each product is limited. Manufacturing of products is distributed among the elements of the system either in a planned manner or randomly.

It is quite natural to make this distribution optimal for the whole system and for each element of the system and make it stable to disturbances. Formally it is the problem of optimal distribution of aggregated resources in distributive system, elements of which: a) are active (have their own aims, can be taught); b) can be multifunctional. Observing certain rules of interaction and certain algorithms of management distributive system is stable, and equilibrium state is optimal both for the whole system and for each element. The main feature of such decentralized systems is that the elements are interdependent but each element controls only one variable and optimizes its own criterion.

For technical economic systems it means that the system “optimizes itself” — there is no need for each element to control something and calculate. Using such scheme we can organize computational algorithm intended for solution of certain class of problems of non-linear programming.

The potential effect of the algorithm is the problem of determination of  $N$  variables extremum we replace by  $N$  parallel problems of  $1 - D$  optimization. Today the main problem of such direction of management theory and optimization theory is spreading of optimization methods on the basis of generalized resources exchange in case of arbitrary efficiency functions and production functions of elements.

### Elaboration of functioning model of distributive system

Operation of the element can be reduced to three functions: 1) manufacturing of products; 2) selling of the product at the “market”; 3) distribution of the resource among producers of separate kinds of products. For presentation of these functions we will take the models of the first approximation (operation functional models), these models must remain stable after decomposition, modification and scaling. Note, that the terms “market”, “production” are not identical to corresponding categories of *economy*. In case of computational network they are only the parameters of management algorithm of the process. As generally accepted interpretation we take technical economic — “system of producers”. But this material has to economy the same reference as artificial *neural* networks to natural networks.

### Model “market”

In the model of the first approximation for each product constant volume of the market by each product is preset (1). We also assume, that all producers of certain  $j$ -th product

manufacture it with the same degree of usefulness and quality and unique selling price, that is why the market is distributed proportionally to the volume of output (production capacities of manufacturers).

### Model “production”

Deterministic production we will describe by the *known* model of *growth* with limitation: increment of production is proportional to the reached level and emptiness of the market (proportionally factor could be negative), and volume of investments. We think that everything that was earned in previous period is invested in production development. Logic of production model volume of production would *grow* exponentially in case of limitless volume of the market. If total production exceeds the volume of the market, then production capacities will decrease, and expenditures are also needed for this purpose. These ideas can be presented by non-linear difference operational equations (2), (3).

### Models of local management

Natural global criterion of the system is the rate of aggregated production or. total production accumulated during certain period of time. In the given case we consider only local management: distribution of the elements of investments among manufacturers of various products. Let us choose deterministic model of distribution: for each product the producer evaluates the perspective ness of production expansion. The measure of perspective ness is certain criterion — “success” of each product. Here some alternatives exist:

1 — in accordance with the averaged “success” of each product during certain period;

2 — according to the sum of averaged success and rate of success (rate is the synonym of derivative).

Let us select the alternative 2.

Form the module “sliding average” (4).

The same module we make for the increment of production rate (5).

Parameters of smoothing are selected depending on the rate of process changes and noise level.

Application of other methods of smoothing and filtration are possible. Evaluation of product perspective ness (6) is formulated as linear form of (4) and (5).

Two alternatives of decision-making are possible:

1) current resource is divided proportionally (7).

2) the whole current resource is given to the product having maximal  $efp_{ij}$ .

The program of modeling is based on equations (2)—(6) and at the expense of application of vectorization of computations has still satisfactory fast acting for dimensions of the system  $N = 30$ ,  $M = 30$ .

Characteristic features of model design technology are simultaneous adjusting of the model, program of modeling and obtaining new expert knowledge regarding the properties of the object.

Interface of the program (Fig. 1) is developed to meet these requirements.

### Results of modeling

The developed basic model turned out to be real generator of results. Fig. 2. shows the process of system development for cases of 3 elements, 3 products and 3 elements, 4 products. Small difference in investments efficiencies and starting levels of production is set.

In such conditions waves of certain type of products mastering emerge, processes of system development can be called generalized logistic dependences.

Fig. 3 shows (in logarithmic scales) grade distributions of firms in accordance with efficiency of investments and profits.

It is seen that these distributions at certain conditions are rather close to asymptotes with slopes  $\beta_1 = -2$ ,  $\beta_2 = -1$ .

It is known that grade distributions “weights” of active systems elements are hyperbolic — in binary logarithmic scales they are nearly straight. Indicators of stability and optimum of these distributions by criterion of aggregated production in the system are certain slopes of asymptotes of rank distributions:  $\beta_1 = -2$  (production systems),  $\beta_2 = -1$  (science, distribution of words in texts).

Probabilistic and deterministic mathematical models of “mechanisms” generating grade distributions in active systems [3, 4] are known.

Suggested basic model under certain conditions also generates hyperbolic distributions. We should note certain property of model behavior: increase of volume of resource (“market”) by one

element (in the given case from 10 to 20 units) in creases of asymptote slope (from  $-1$  to  $-2$ ).

We can also observe that hyperbolic grade distributions are not very sensitive to changes of elements quantity.

The condition necessary for emergence of hyperbolic grade distribution in deterministic system is the initial difference  $ef_i$  in elements efficiencies, minor difference of elements efficiencies in 3—5 % leads to important difference in established rates of aggregated (regarding all products) production.

The structure of established distribution of markets of different products among the elements is not uniform. Fig 4 shows graphs of established production rates for the best and for the worst, regarding the efficiency elements of the system along with rank distribution of products markets volume. It can be seen that the best producers have greater shares on greater markets, outsiders have increased shares on smaller markets. This is the property of optimal by criterion of aggregated production distributions.

### Example

Let's consider the example of determination of optimal distribution of production in regional system of bakery products production "10 producers, 10 products".

For such production the main aim is social aspect, in particular, independence of supply volume on random factors.

Elaborated program of modeling was extended taking into consideration random factors-outage of certain producers, emergence of new producers. In order to demonstrate the efficiency of distributive management system the operation of the system in non stationary mode is considered. Fig. 5 shows three versions of system operation process. The last version — basic experiment — is functioning in deterministic conditions. It can be seen, that the system after transient processes, their duration depends on parameters of production expansion efficiency reaches the required level of aggregated production.

The results of modeling represent only the smallest part of tests and research carried out.

Influence of delay, "study" of elements, volume of market changes, emergence of new elements was investigated. Program and interface were modified in the course of the research.

### Висновки

Отримано робочу модель, яка виконує прогнозування розвитку розподілених систем певного класу. Модель є суттєво нелінійною. Усталений стан системи суттєво залежить від початкових умов. Виконано модифікації базової моделі, що підтвердили її придатність до розширення і уточнення, отримані нові результати, зокрема, — детерміновані механізми утворення стійких рангових розподілів.

Метою даної статті була побудова «інструменту» — математичної моделі певної розподіленої системи. За результатами випробувань модель може бути ефективним алгоритмом знаходження оптимального за критерієм сумарного «виробництва» розподілу «ресурсу» в системах класу « $N$  елементів,  $M$  продуктів» високої розмірності.

### Выводы

Полученна рабочая модель, выполняющая прогнозирование развития распределенных систем определенного класса. Модель является существенно нелинейной. Установившееся состояние системы существенно зависит от начальных условий. Выполнены модификации базовой модели, подтвердившие ее пригодность к расширению и уточнению, получены новые результаты, в частности, — детерминированные механизмы образования стойких ранговых распределений.

Целью данной статьи было построение «инструмента» — математической модели определенной распределенной системы. По результатам испытаний модель может быть эффективным алгоритмом нахождения оптимального по критерию суммарного «производства» распределения «ресурса» в системах класса « $N$  элементов,  $M$  продуктов» высокой размерности.

### Conclusions

Operating model intended for prediction of certain class of distributive systems has been obtained. The model is practically non-linear. Established state of the system considerably depends on initial conditions. Modifications of basic model carried out proved its fitness for expansion and correction new results have been obtained, namely, — deterministic mechanisms of stable grade divisions creation.

The aim of the given paper is to create the "tool" — mathematical model of certain distributive system. By the results of tests the model can be an efficient algorithm intended for searching of optimal by criterion of aggregated "production" distribution of "resource" in systems of class " $N$  elements,  $M$  products" of high dimensionality.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

## REFERENCES

1. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. — М.: Наука, 1968. — 400 с.
2. Пешель М. Моделирование сигналов и систем. — М.: Мир, 1981. — 286 с.
3. Шрейдер Ю. А., Шаров А. А. Системы и модели. — М.: Радио и связь, 1982. — 152 с.
4. Яблонский А. И. Модели и методы математического исследования науки (научно-аналитический обзор). — М.: Наука, — 1977. — 223 с.
5. Опойцев В. И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. — М.: Наука, 1977. — 311 с.
6. Бурков В. Н. и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. — М.: Наука, 1989. — 246 с.
7. Самарский А. А., Змитренко Н. В., Курдюмов С. П., Михайлов А. П. Горение среды в виде сложных структур // ДАН СССР. — Т. 237. — 1977. — № 6. — С. 1330—1345
8. Бадьора С. П., Дубіненко С. Б., Стадник Л. В. Штучні соціальні системи: моделювання процесів розвитку інформаційних мереж // Доповіді МНК «Інтернет – освіта – наука – 2004. Том 2». — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004. — С 530—534.
9. Файзрахманов Р. А. Математическое моделирование материальных производственных потоков и управление ими с учетом факторов неопределенности и риска. — СПб.: Издательский дом «Литера», 2004. — 176 с.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління

Надійшла до редакції 13.04.05  
Рекомендована до друку 6.09.05

**Бадьора Сергій Петрович** — аспірант, **Боровська Таїса Миколаївна** — доцент.

Кафедра комп'ютерних систем управління, Вінницький національний технічний університет

**Бадёра Сергей Петрович** — аспирант, **Боровская Таиса Николаевна** — доцент.

Кафедра компьютерных систем управления, Винницкий национальный технический университет

**Serhiy Badyora** — Post-Graduate Student, **Taisa Borovska** — Associate Professor.

Chair of computer control systems, Vinnitsia National Technical University