УДК 517.9

В. М. Мізерний, к. т. н., доц.; Т. А. Модебадзе, к. ф-м. н., доц.

В. Н. Мизерный, к. т. н., доц.; Т. А. Модебадзе, к. ф-м. н., доц.

V. Mizernyy, Cand. Sc. (Eng.), Assist. Prof.; T. Modebadze, Cand. Sc. (Ph.-Math.), Assist. Prof.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ НЕЛІНІЙНОГО ТЕПЛООБМІНУ ДВОФАЗНИХ СЕРЕДОВИЩ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НЕЛИНЕЙНОГО ТЕПЛООБМЕНА ДВУХФАЗНЫХ СРЕД

NON LINEAR HEAT EXCHANGE SIMULATION PROCESS OF TWO-PHASE ENVIRONMENT

Запропоновано математичну модель процесу нелінійного теплообміну двофазного середовища у вигляді диференціального рівняння в частинних похідних на основі аналізу процесу випалювання залізорудних котунів на конвеєрній машині неперервної дії.

Предложена математическая модель процесса нелинейного теплообмена двухфазных сред в виде дифференциального уравнения в частных производных на основании анализа процесса обжига железорудных окатышей на конвейерной машине непрерывного действия.

The paper presents the mathematical model of the non linear heat exchange simulation process of two-phase environment in the kind of differential equation in the partial derivatives on the basis of the ironstone pellet roasting on the uninterrupted conveyer machine.

Вступ

При проектуванні автоматизованих систем керування різними технологічними процесами виникає необхідність у такому математичному забезпеченні, яке дозволяло б застосовувати сукупність методів, моделей і алгоритмів для реалізації задач обробки інформації із застосуванням засобів обчислювальної техніки і було основою для розробки відповідного програмного забезпечення. Таким прикладом може бути система контролю і підтримки на заданому рівні технологічних параметрів процесу випалювання залізорудних котунів у конвеєрній машині неперервної дії. Аналіз змін параметрів (у тому числі в сторону граничних і критичних значень) у процесі випалювання дозволяє побудувати математичну модель процесу нелінійного теплообміну в дисперсній системі (між дисперсною фазою і дисперсійним середовищем), який має широке поширення в промисловій технології. Виходячи з цього розглянемо і деякі інші фізичні інтерпретації запропонованої математичної моделі для даного класу розподілених об'єктів (дифузійні і тепло-масообмінні процеси) і дамо їх узагальнений математичний опис у вигляді диференціального рівняння в частинних похідних параболічного типу.

Введение

При проектировании автоматизированных систем управления различными технологическими процессами возникает необходимость в таком математическом обеспечении, которое позволяло бы применять совокупность методов, моделей и алгоритмов для реализации задач обработки информации с применением средств вычислительной техники и служило основой для разработки соответствующего программного обеспечения. Таким примером может быть система контроля и поддержки на заданном уровне технологических параметров процесса обжига железорудных окатышей в конвейерной машине непрерывного действия. Анализ изменения параметров (в том числе в сторону граничных и критических значений) в процессе обжига позволяет построить математическую модель процесса нелинейного теплообмена в дисперсной системе (между дисперсной фазой и дисперсной средой), имеющий широкое распространение в промышленной технологии. Исходя из этого, представим и некоторые другие физические интерпретации предлагаемой математической модели для данного класса распределенных объектов (диффузионные и тепломассообменные процессы) и дадим их обобщенное математическое описание в виде дифференциального уравнения в частных производных параболического типа.

Introduction

The development of the automated controlling systems for different technological processes requires the mathematical provision, allowing to apply the set of methods, models and algorithms for fulfilment the tasks of information processing with the application of the computer equipment, ensuring at the same time the basis for the development of the appropriate software. The system for controlling and support on the set level of the technological parameters of processes of ironstone pellet roasting in the uninterrupted conveyer machine can serve as an example. The analysis of parameters' changes (including the boundary and critical value) in the roasting process, allows for plotting the mathematical model of the non linear heat exchange process in the dispersion (between the disperse phase and the disperse environment) which is well spread in the industrial technology. Proceeding from this, we also present some other physical interpretation of the suggested mathematical model for the objects of the above type (diffusion and heat-mass-exchanging processes) with their generalized mathematical description in the type of the differential equation in the partial derivative of the parabolic type.

Постановка задачі

Розглянемо теплообмін у дисперсній системі між дисперсною фазою і дисперсійним середовищем на прикладі процесу теплообміну між шаром пористої речовини (залізорудними котунами) і газом, що проходить через шар. Для створення математичної моделі такого процесу необхідно враховувати усі важливі сторони роботи конвеєрної машини, процес випалювання в якій відбувається за рахунок випромінювання факела пальника, а також конвекційного теплообміну між газовим потоком і поверхнею шару котунів. При цьому має місце кілька режимних зон: сушіння, підігріву, випалювання, охолодження. Кожна режимна зона розглядається як окремий апарат або об'єкт. Взаємодія і цілеспрямоване функціонування об'єктів забезпечується наявністю матеріальних і енергетичних потоків між їхніми елементами. У дійсності газова схема випалювальної машини досить складна, але для побудови математичної моделі досліджуваного процесу можна використовувати еквівалентну схему газових потоків, що дозволяє враховувати всі особливості її роботи.

У процесі теплової обробки шар котунів висотою h проходить дві зони сушіння висхідним і спадним потоками і зону попереднього нагрівання. Залежність теплоємності котунів від температури відома. У зонах обробки котунів створюються необхідні за умовами технології газові середовища, тобто задані температури і складові газових потоків. Витрата газів визначається температурними умовами і газодинамічними параметрами шару в зонах, опором і щільністю тракту, а також характеристиками вентиляторів.

Зони охолодження працюють від двох автономних технологічних вентиляторів, що нагнітають навколишнє повітря в кожну з них. Їхній розрахунок відрізняється від розрахунку зон обробки тільки тим, що охолодження котунів здійснюється продувом холодного атмосферного повітря. Повітря, проходячи через гарячий шар котунів, забирає від них тепло і гаряче вторинне повітря надходить у камеру для розбавлення продуктів горіння. Знаючи його температуру і витрату, а також витрату продуктів горіння і їхню температуру в камері, можна розраховувати загальну витрату палива, що особливо важливо в побудові математичної моделі процесу керування об'єктом.

Результати досліджень

Для формалізації досліджуваного процесу необхідно допустити, що стан дисперсної системи характеризується безперервними в просторі і в часі функціями розподілу температур $\Theta(t,\overline{x})$ і $T(t,\overline{x})$ дисперсної фази і дисперсійного середовища відповідно, де $\overline{x}$ — вектор просторових координат: $\overline{x}=(x,y)$, x — координата товщини шару, $0 \le x \le h$; y — координата по довжині режимної зони, $0 \le y \le l$; t — час процесу, $t \in [0,t_k] \equiv S$. Таке допущення дозволяє використовувати рівняння Дамкелера [1], справедливі для багатофазних суцільних середовищ. Однак, на відміну від теплообміну в таких середовищах, у розглянутому випадку залишається можливість теплообміну в кожній точці простору, а не тільки на міжфазній поверхні. Прийняте вище допущення дозволяє враховувати взаємодію дисперсної фази і дисперсійного середовища в кожній точці простору.

Для характеристики системи достатньо чотирьох потоків:

— маса $$G = \frac{dM}{dt};\qquad(1)$$

— компонента $$G_i = \frac{dN_i}{dt};\qquad(2)$$

— теплота або ентальпія $$Q = \frac{d(CT)}{dt};\qquad(3)$$

— імпульс $$p = \frac{d(Mv)}{dt},\qquad(4)$$

де M – маса (масса, mass); t – час (время; time); N_i — маса обраного i-го компонента, виражена у молях (масса выбранного i-го компонента, выраженная в молях; the mass of the i-th component is expressed in mol); C — питома теплоємність (удельная теплоемкость; specific heat); T – температура (температура; temperature); v – швидкість (скорость; speed).

На основі законів Ньютона, Фур'є, Фіка та інших можна записати закони збереження маси й енергії, пов'язані з дифузією, теплопровідністю, теплопереносом, хімічними реакціями та іншими процесами у формі диференціальних рівнянь. Закон збереження для узагальненого потоку відповідно до принципів нерівноважної термодинаміки можна записати у вигляді

$$\operatorname{div}[\Gamma\upsilon] - \operatorname{div}[\delta \operatorname{grad}\Gamma] \to w\varepsilon\Delta\Gamma + J = -\frac{\partial\Gamma}{\partial t},\qquad(5)$$

де Γ — узагальнена густина (обобщенная плотность; overall density); δ — провідність потоку (проводимость потока; conductivity of stream); w — поверхня передачі на одиницю об'єму (поверхность передачи на единицу объема; transfer surface for the unit of volume); ε — узагальнений коефіцієнт перенесення (обобщенный коэффициент переноса; generalized transfer factor); J – джерело (источник; source).

Для питомих величин, вираз (1) матиме вигляд:

— для потоку маси

$$\operatorname{div}[\rho V] - \operatorname{div}[D_c \operatorname{grad}\rho] + w\beta\Delta\rho + J = -\frac{\partial\rho}{\partial t};\qquad(6)$$

— для потоку компонента

$$\operatorname{div}[\rho_i V] - \operatorname{div}[D_i \operatorname{grad}\rho_i] + w_i\beta_i\Delta\rho_i + J_i = -\frac{\partial\rho_i}{\partial t};\qquad(7)$$

— для потоку ентальпії або теплоти

$$\operatorname{div}[\rho_c TV] - \operatorname{div}[\lambda, \operatorname{grad}T] + w_g\beta_g\Delta T + J_g = -\frac{\partial(\rho_c T)}{\partial t};\qquad(8)$$

— для потоку імпульсу

$$\operatorname{d\,iv}(\rho\upsilon\times\upsilon) - \operatorname{div}(\eta \operatorname{grad}\upsilon) + w\gamma\Delta\upsilon + \operatorname{grad}\rho = -\frac{\partial(\rho\upsilon)}{\partial t},\qquad(9)$$

де D_c — коефіцієнт самодифузії (коэффициент самодиффузии; self defusion factor); D_i — коефіцієнт дифузії (коэфициент диффузии; deffusion factor); w_i, w_g — поверхня масообміну та теплообміну на одиницю об'єму відповідно (поверхность массообмена и теплообмена на единицу объема соответственно; surface of mass and heat exchange per unit of volume correspondingly); β, β_i — коефіцієнт масовіддачі (коэффициент массоотдачи; mass transfer factor); λ — коефіцієнт теплопровідності (коэффициент теплопроводности; heat conductivity factor); ρ — густина (плотность; density); β_g — коефіцієнт тепловіддачі (коэффициент теплоотдачи; heat irradiation factor); η — динамічна в'язкість (динамическая вязкость; dynamic viscosity); γ — коефіцієнт перенесення імпульсу (коэффициент переноса импульса; factor of impuls transfer); p – тиск (давление; pressure);

div — не тільки дивергенція, тому що величини, які знаходяться всередині дужок, є тензором другого порядку (не только дивергенция, поскольку величины, находящиеся внутри скобок являются тензором второго порядка; not only the divergence, because the values inside brackets are second order tensors), grad — не вектор градієнта скалярної функції, а тензор градієнта векторної функції (не вектор градиента скалярной функции, а тензор градиента векторной функции; not a vector of gradient of scalar function, but a tensor of the gradient of vector function).

У рівняннях (6)—(9) праві частини характеризують зміни в часі маси, i-го компонента, ентальпії (або теплоти) і імпульсу відповідно. Перші члени лівих частин рівнянь (6)—(9) описують просторове переміщення питомих параметрів — конвективний потік. У випадку двофазних елементів процесу з фазами 1 і 2 для конвективного потоку розрізняють такі окремі випадки:

1а) $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 0$ — ніякого конвективного потоку немає і фази через елемент процесу не протікають. Отже, вони повинні частинами вводитися в елемент процесу і частинами видалятися з нього. Таким чином, елемент процесу діє періодично і не може бути стаціонарним;

1б) $\upsilon_1 = 0;\ \upsilon_2 \neq 0$ — фаза 1 періодично вводиться в елемент процесу і так само видаляється з нього, а фаза 2 безупинно протікає через елемент після того, як фаза 1 заповнить свою частину об'єму. В такій однопотоковій системі також не можна домогтися стаціонарного стану;

1в) $\upsilon_1 \neq 0;\ \upsilon_2 \neq 0$ — ці умови відповідають безперервному протіканню обох фаз через елемент процесу. Якщо швидкість конвективних потоків, а також густина, температура на вході або концентрація постійні, то елемент процесу буде діяти стаціонарно.

Другі члени лівих частин (6)—(9) описують зміни питомих параметрів за рахунок дифузії — основний потік. Для основного потоку в двофазних елементах процесу розрізняють такі окремі випадки:

2а) коефіцієнт теплопровідності $\lambda \to 0$ або коефіцієнт дифузії $D \to 0$ — випадок, коли можна знехтувати чистотою основного потоку;

2б) $\lambda >> 0$ або $D >> 0$ — умови, за яких не слід нехтувати існуванням основного потоку;

2в) $\lambda \to \infty$ або $D \to 0$ — умови, характерні для зникнення градієнта температури або концентрації, причому в усьому елементі процесу переважає вихідна температура або концентрація.

Однак ці співвідношення для конвективного й основного потоків справедливі тільки до границь фаз. У той же час неможливо знайти явну залежність, що описує потоки на міжфазній поверхні. Тому для описання перехідного потоку використовуються емпіричні залежності, представлені третіми членами в рівняннях (6)—(9). Для перехідного потоку в двофазних елементах процесу розрізняють такі окремі випадки:

3а) $w\beta = 0$ і $w\beta_g = 0$ — перехідного потоку немає, тобто перегородка, що розділяє фази, непроникна для компонента або теплоти й обидві фази незалежні одна від одної. З двох коефіцієнтів переносу хоча б один повинний відрізнятися від нуля;

3б) $w\beta > 0$ або $w\beta_g > 0$ — існує перенесення теплоти або компонента і обидва коефіцієнти переносу можуть дорівнювати нулю;

3в) $w\beta \to \infty$ або $w\beta_g \to \infty$ — перенесення відбувається миттєво, тобто дві фази, що контактують, досягають стану рівноваги за дуже малий проміжок часу.

Четверті члени лівих частин рівнянь відбивають існування в деяких точках розглянутого елемента джерел або стоків. Джерела тепла і маси в процесах випалювання відіграють досить істотну роль. Однак загальних рецептів визначення функції джерел у рівняннях (6)—(9) немає. При цьому виділяють два підходи: або враховують ефект джерел непрямим шляхом у коефіцієнтах тепло- і масообміну, або намагаються відновити функції джерел, використовуючи для цього додаткову інформацію.

Розпишемо рівняння (6)—(9) для твердої і газової фаз процесу випалювання котунів:

— потік ентальпії для твердої і газової фаз

$$(1-\varepsilon_0)\frac{\partial C_s\rho_s\Theta}{\partial t} = \sum_{i=1}^{3}\left(V_i\frac{\partial C_s\rho_s\Theta}{\partial x_i} - (1-\varepsilon_n)\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda_{s_i}(\overline{x})\frac{\partial\Theta}{\partial x_i}\right)\right) + s\varepsilon_0\alpha(\Theta,T)(T-\Theta) + J_\Theta; \quad (10)$$

$$\varepsilon_0\frac{\partial C_g\rho_g\Theta}{\partial t} = \sum_{i=1}^{3}\left(\varepsilon_n W_i\frac{\partial C_g\rho_g\Theta}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda_{g_i}(\overline{x})\frac{\partial T}{\partial x_i}\right)\right) + s\varepsilon_0\alpha(\Theta,T)(\Theta-T) + J_T; \quad (11)$$

— потік маси для твердої і газової фаз

$$(1-\varepsilon_0)\frac{\partial C_s\rho_s\Theta}{\partial t} = \sum_{i=1}^{3}\left(V_i\frac{\partial C_s\rho_s\Theta}{\partial x_i} - (1-\varepsilon_0)\frac{\partial}{\partial x_i}\left(D_{s_i}(\overline{x})\frac{\partial\rho_s}{\partial x_i}\right)\right) + J_{\rho_s}; \quad (12)$$

$$\varepsilon_0\frac{\partial\rho_g}{\partial t} = \sum_{i=1}^{3}\left(\varepsilon_n W_i\frac{\partial\rho_g}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(D_{g_i}\frac{\partial\rho_g}{\partial x_i}\right)\right) + J_{\rho_s}; \quad (13)$$

— потік компонентів

$$(1-\varepsilon_0)\frac{\partial C_i\Theta}{\partial t} = \sum_{i=1}^{3}\left(V_i\frac{\partial C_i\Theta}{\partial x_i} - (1-\varepsilon_n)\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\mathrm{D}_{s_i}\frac{\partial C_i\Theta}{\partial x_i}\right)\right) + J_{C_i}; \quad (14)$$

$$-\varepsilon_0\frac{\partial C_i T}{\partial t} = \sum_{i=1}^{3}\left(\varepsilon_n W_i\frac{\partial C_i T}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\mathrm{D}_{\rho_i}\frac{\partial C_i T}{\partial x_i}\right)\right) + J_{C_i}, \quad (15)$$

де C_s, C_g — питома теплоємність твердої речовини і газу відповідно (удельная теплоемкость твердого вещества и газа соответственно; specific heat of hard substance and gas corespondingly); ρ_s, ρ_g — густина твердої речовини і газу (плотность твердого вещества и газа; density of hard substance and gas); $\varepsilon_0, \varepsilon_n$ — коефіцієнти об'ємної і поверхневої пористості (коэффициенты объемной и поверхностной пористости; factors of volumetric and surface porosity); $\lambda_{s_i}, \lambda_{g_i}$ — коефіцієнти теплопровідності твердої речовини і газу (коэффициенты теплопроводности твердого вещества и газа; factors of volumetric and surface porosity); s — питома поверхня теплообміну (удельная поверхность теплообмена; specific surface area of heat exchange); α — коефіцієнт теплообміну (коэффициент теплообмена; heat exchange factor); V_i, W_i — швидкість надходження в елемент процесу твердої речовини і газу (скорость поступления в элемент процесса твердого вещества и газа; speed of hard substance and gas ingress into the process element); D_{s_i}, D_{g_i} — коефіцієнт дифузії твердої речовини і газу відповідно (коэффициент диффузии твердого вещества и газа соответственно; deffusion factor of hard substance and gas correspondingly).

Зробимо такі припущення:

4а) розподіл потоку газу через переріз шару, перпендикулярний потокові, рівномірний (тобто процес випалювання постійний уздовж ширини шару);

4б) випалювальний шар розглядається як двофазна система: газ — тверде тіло;

4в) рівняння для потоку маси газу не розглядається, тому що воно пов'язано з рівнянням для потоку компонента.

З огляду на це, перетворення рівняння теплообміну в зоні випалювання матимуть вигляд:

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t} + V_y\frac{\partial\Theta}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(t,x,y)\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(a_2(t,x,y)\frac{\partial\Theta}{\partial y}\right) = \frac{\varepsilon_0 s}{(1-\varepsilon_0)\rho_s C_s}\alpha(\Theta,T)(T-\Theta); \quad (16)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + W_x\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(b_1(t,x,y)\frac{\partial T}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(b_2(t,x,y)\frac{\partial T}{\partial y}\right) = \frac{s}{\rho_g C_g}\alpha(\Theta,T)(T-\Theta) \quad (17)$$

в області $\Omega = (0,h)\times(0,l)$, де $V_y, W_x, s, \rho_s, C_s, \rho_g, C_g$ — задані константи (заданые констаnты; set constanta); a_i, b_i $(i = 1, 2)$ — обмежені функції, що задовольняють умови (ограниченные функции, удовлетворяющие условиям; limited functions satisfying the conditions)

$a_i \geq \lambda_1 > 0;\ b_i \geq \lambda_2 > 0$, а $\alpha(\Theta, T) = K|T|^{0,67}$ — формула Тимофєєва.

Задаються відповідні початкові умови

$$T(0,x,y) = T_0(x,y); \quad \Theta(0,x,y) = \Theta_0(x,y), \tag{18}$$

а на границі області $\partial\Omega$ — крайові умови першого, другого, третього роду або змішані, оскільки вид граничних умов може змінюватися в залежності від того, якою інформацією ми володіємо і у якій зоні ми знаходимося. Відповідно буде змінюватися задача, яка розглядається. Таким чином, приходимо до початково-крайової задачі для квазілінійної системи рівнянь з частковими похідними. Відповідно до прийнятої класифікації нелінійних крайових задач [2, 3] дана задача характеризується нелінійністю другого роду, тобто від температури нелінійно залежить густина теплового потоку на міжфазної поверхні:

$$q_s(T) = l_1|T|^{\frac{2}{3}}(T - \Theta) + \alpha\left(T^4 - \Theta^4\right). \tag{19}$$

Така класифікація певною мірою умовна, оскільки задачі з фазовими переходами можна віднести до задач з нелінійністю як першого, так і другого і третього роду в залежності від способу обліку виділення теплоти фазових перетворень.

Система (16), (17) із заданими початковими і крайовими умовами є математичною моделлю динамічного режиму роботи конвеєрної машини в зоні випалювання. Однак за умови 4в для конвективних потоків твердої і газової фаз процес може знаходитися в стаціонарному режимі, для опису якого будемо використовувати систему рівнянь в області $\Omega = (0,h) \times (0,l)$

$$V_y \frac{\partial\Theta}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,y)\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(a_2(x,y)\frac{\partial\Theta}{\partial y}\right) = \bar{l}\,\alpha(\Theta,T)(T-\Theta) + \alpha\beta(\Theta,T)\left(T^4 - \Theta^4\right); \tag{20}$$

$$W_x \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(b_1(x,y)\frac{\partial T}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(b_2(x,y)\frac{\partial T}{\partial y}\right) = \bar{l}\,\alpha(\Theta,T)(T-\Theta) + \alpha\beta(\Theta,T)\left(T^4 - \Theta^4\right), \tag{21}$$

де

$$\alpha(\Theta,T) = K|T|^{\frac{2}{3}};\ \beta(\Theta,T) = T^4;\ a_i = \frac{\lambda_{g_i}(x,y)}{\rho_g C_g};\ \bar{l}_1 = \frac{\varepsilon_0 s}{(1-\varepsilon_0)\rho_s C_s};\ \bar{l}_2 = \frac{s}{\rho_g C_g};\ \alpha > 0 \tag{22}$$

з відповідними заданими крайовими умовами на границі області $\partial\Omega$.

Крім того, у математичній моделі процесу необхідно врахувати той факт, що в разі великих градієнтів температур дисперсної фази відбувається руйнування котунів. Унаслідок цього виникають обмеження на стан

$$\left|\operatorname{grad}\ \Theta(t,x,y)\right| \leq k_1 \quad \forall(x,y) \in \Omega;\ \ t \in [0,t_k] \equiv S, \tag{23}$$

де k_i — задана константа (заданная константа; the set constant).

Зауважимо, що наведена математична модель динаміки для заданих параметрів, а саме значень V_y, W_x і вигляду функцій $a_i(t,x,y), b_i(t,x,y)$ $(i = 1, 2)$, а також початкових і крайових умовах, може бути використана не тільки для описання процесів теплообміну в зоні випалювання, але і для моделювання процесів теплообміну в зоні сушіння, підігрівання й охолодження. Тому надалі будемо приділяти увагу процесам, що проходять у зоні випалювання як найзагальнішим, з яких шляхом зміни параметрів і початково-крайових умов можна одержати опис процесів в інших зонах конвеєрної машини. У той же час побудовані математичні моделі динаміки і статики конвеєрної випалювальної машини допускають і безліч інших фізичних інтерпретацій [4]. Так, наприклад, за допомогою побудованої математичної моделі можна описати теплові процеси, що виникають під час високоінтенсивної теплової обробки різних металевих поверхонь [4]. Рівняння теплопровідності, що описує такі процеси, матиме вигляд

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(a(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(a(T)\frac{\partial T}{\partial y}\right) = f(t,x,y), \tag{24}$$

де $T(t, x, y)$ — функція розподілу температур оброблюваної поверхні в області (функция распределения температур обрабатываемой поверхности в области; function of temperature distribution on the surface under processing in the sphere) $\Omega = (0,h)\times(0,l)$; $0 \le x \le h$; $0 \le y \le l$; $t \in [0,t_k] \equiv S$. Коефіцієнти $a(T)$ і функція $f(t,x,y)$ обчислюються за формулами

$$a(T) = \frac{\lambda(T)}{\rho_n C_n} = C_0 T^2 + C_1 T + C_2; \quad f(t,x,y) = \delta(t) g(x);$$
$$\delta(t) = \begin{cases} 1, \ t \in [t_1, t_2]; \\ 0, \ t \notin [t_1, t_2]; \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} \beta, \ t \in [\alpha_1(t), \alpha_2(t)]; \\ 0, \ t \notin [\alpha_1(t), \alpha_2(t)]. \end{cases} \tag{25}$$

де $\lambda(T)$ — коефіцієнт теплопровідності (коэффициент теплопроводности; heat conductivity coefficient); ρ_n — густина оброблюваної поверхні (плотность обрабатываемой поверхности; density of processed surface); C_n — теплоємність оброблюваної поверхні (теплоемкость обрабатываемой поверхности; thermal capacity of processed surface).

Задаються початкова умова

$$T(0,x,y) = T_0(x,y) \tag{26}$$

і крайова умова третього роду на межі $\partial\Omega$

$$\alpha(T - T_m) + \lambda(T)\frac{\partial T}{\partial n} = 0 . \tag{27}$$

Ще одним прикладом є процес теплообміну потоку рідини зі стінкою каналу круглого перерізу діаметром D [4], що описується системою рівнянь:

$$\frac{\partial T(t,x,y)}{\partial t} = -W_s(x)\frac{\partial T(t,x,y)}{\partial x} - \frac{4\alpha_c\left[T_n(t) - T(t,x,y)\right]}{\rho_s C_s D};$$
$$\frac{\partial \Theta(t,x,y)}{\partial t} = \frac{\lambda_w}{\rho_w C_w}\left[\frac{\partial^2\Theta(t,x,y)}{\partial x^2} + \frac{1}{y}\frac{\partial\Theta(t,x,y)}{\partial y} + \frac{\partial^2\Theta(t,x,y)}{\partial y^2}\right]; \tag{28}$$
$$\alpha_c\left[T(t,x,y) - \Theta(t,x,y)\right] = \lambda_w \frac{\partial\Theta(t,x,y)}{\partial y}\Big|_{y=\mathrm{D}},$$

де $T(t,x,y)$ — температура теплоносія, що рухається по каналу апарата (температура движущегося по каналу аппарата теплоносителя; heat-transfer material temperature moving along the apparatus channel); $\Theta(t,x,y)$ — температура стінки апарата (температура стенки аппарата; apparatus wall temperature); $T_n(t)$ — температура примежового шару системи тверде тіло—рідина (температура пограничного слоя системы твердое тело—жидкость; system boundary layer hard substance—liquid temperature); $W_s(x)$ — швидкість течії теплоносія в каналі апарата (скорость течения теплоносителя в канале аппарата; system boundary layer hard substance — liquid temperature); λ_w — теплопровідність матеріалу стінки (теплопроводность материала стенки; wall material heat conductivity); C_s, C_w, ρ_s, ρ_w — відповідно теплоємності і густини теплоносія і матеріалу стінки апарата (соответственно теплоемкости и плотности теплоносителя и материала стенки аппарата; correspondingly thermal capacity and density of the heat-transfer material and apparatus wall material); α_c — коефіцієнт тепловіддачі між стінкою апарата і теплоносієм (коэффициент теплоотдачи между стенкой аппарата и теплоносителем; heat irradiation factor between apparatus wall and heat-transfer material).

Граничні умови на суміжних поверхнях мають вигляд:

— для твердого тіла (стінки)

$$\Theta(t,x,y)\big|_{x=0} = \Theta_{bx}; \quad \lambda_w \frac{\partial\Theta(t,x,y)}{\partial x}\Big|_{x=l} = 0, \tag{29}$$

де l — довжина апарата (длина аппарата, apparatus length);

— для рідини (теплоносія)

$$T(t,x,y)\big|_{x=0}=T_{bx}. \tag{30}$$

Початкові умови представляються у вигляді

$$T(0,x,y)=T_{w}(0,0)+\left[T_{bx}-T_{w}(0,0)\right]e^{-\frac{x}{wv}}, \tag{31}$$

де $v=\rho_s C_s D_s/4\alpha_c$.

Рівняння (28)—(31) є основою математичних моделей каналів із круглим перерізом.

Таким чином, у якості узагальненого математичного опису для досліджуваного класу дифузійних і теплообмінних процесів просторово-розподільних динамічних об'єктів отримаємо рівняння в частинних похідних вигляду

$$\begin{gathered}\frac{\partial\Phi_i\left(t,\bar{x}\right)}{\partial t}=f_i\left[\bar{\Phi}\left(t,\bar{x}\right),\frac{\partial\bar{\Phi}\left(t,\bar{x}\right)}{\partial x},\frac{\partial^2\bar{\Phi}\left(t,\bar{x}\right)}{\partial x^2},\bar{U}_r\left(\bar{\Phi}\right),t,\bar{x}\right]+F_i(\bar{\Phi},t,\bar{x});\\ \forall\ i=1,2,\ldots,k,\ \ \forall\ \bar{x}=(x,y)\in\Omega,\ \ \forall\ t\in\left[0,t_k\right];\ \ \bar{\Phi}=\left[\Phi_1,\Phi_2,\ldots,\Phi_\kappa\right]^T,\end{gathered} \tag{32}$$

де T — знак транспонування з урахуванням початкових умов (знак траспонирования с учетом начальных условий; the sign of transposition considering the initial conditions)

$$\bar{\Phi}(0,x,y)=\bar{\Phi}_0(x,y) \tag{33}$$

і граничних умов таких типів:

— граничних умов першого роду (типу Діріхле)

$$\Phi_i(0,x,y)=\varphi_i\left[p_i(t,\bar{x})\right]\ \ \forall\ \bar{x}\in\partial\Omega,\ \ \forall\ i=1,2,\ldots,k; \tag{34}$$

— граничних умов другого роду (типу Неймана)

$$q_i(t,\bar{x})=-\lambda_i\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial n}\right)\ \ \forall\ i=1,2,\ldots,k,\ \ \forall\ \bar{x}\in\partial\Omega; \tag{35}$$

— граничні умови третього роду

$$\frac{\partial\Phi_i}{\partial x_i}=\varphi_i\left[\bar{\Phi}(t,\bar{x}),p_i(y,\bar{x})\right]\ \ \forall\ \bar{x}\in\partial\Omega,\ \ \forall\ i=1,2,\ldots,k; \tag{36}$$

— змішаних граничних умов першого і третього роду

$$\begin{gathered}\Phi_i(t,x)\Big|_{\Gamma_j}=\varphi_i\left[p_i(t,\bar{x})\right]\quad\forall\bar{x}\in\Gamma_j,\ \ \forall i=1,2,\ldots,k,\ \ \forall j=1,2,\ldots,r;\\ \frac{\partial\Phi_i(t,x)}{\partial x_i}\Big|_{\gamma_j}=\varphi_i\left[\bar{\Phi}(t,\varepsilon x),\ p_i(t,\bar{x})\right]\ \ \forall\bar{x}\in\Gamma_j,\quad\forall i=1,2,\ldots,k,\quad\forall j=1,2,\ldots,r,\end{gathered} \tag{37}$$

де Γ_j — такі, що $\Gamma_i\cap\Gamma_j=\varnothing$ для $i\neq j;\ \Gamma_1\cup\Gamma_2\cup\ldots\cup\Gamma_r=\partial\Omega$, а $\gamma_j=\partial\Omega\setminus\Gamma_j$ $\forall j=1,2,\ldots,r;$

— граничних умов четвертого роду

$$\lambda_{1i}\left(\frac{\partial\Phi_i}{\partial n}\right)_{\Pi_1}=-\lambda_{2i}\left(\frac{\partial\Phi_i}{\partial n}\right)_{\Pi_2}=q\Pi, \tag{38}$$

де $\Phi_i(t,\bar{x})$ — неперервні функції стану, що залежать від часової і просторових $\bar{x}=\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right)$ координат і визначаються розв'язком системи (32)—(38), існування й єдиність якого доводиться для кожного конкретного випадку окремо (непрерывные функции состояния, зависящие от временной и пространственных $\bar{x}=\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right)$ координат и определяются решением системы (32)—(38), существование и единственность которого доказывается для каждого конкретного случая отдельно; continuous state functions depending on time and space $\bar{x}=\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right)$

and are determined by the solution of system of equations (32)—(38)); $U_r\left(\bar{\Phi}_i, t, \bar{x}\right)$, $r = 1, 2, \ldots, k^*$, — функції розподілу керування (функции распределения управления; functions of control distribution). $U_r\left(\bar{\Phi}_i, t, \bar{x}\right)$ і $\bar{\Phi}_i(t, \bar{x})$ визначаються в деяких банахових просторах в кожному окремому випадку (определяются в некоторых банаховых пространствах в каждом отдельном случае; are determined in soma Banah spaces in each specific case); f_i і φ_i — неперервні лінійні (або нелінійні) функції (непрерывные линейные (или нелинейные) функции; continuous linear (or nonlinear) functions); $F_i\left(\bar{\Phi}_i, t, \bar{x}\right) = F_i\left\{t, \bar{x}, \Phi_1(t, \bar{x}), \Phi_2(t, \bar{x}), \ldots, \Phi_k(t, \bar{x})\right\}$ — нелінійні функції, що характеризують збурення (нелинейные функции, характеризующие влияние возмущающих воздействий; non linear functions characterizing the influence of disturbance); $p_i(t, \bar{x})$, $i = 1, 2, \ldots, k$ — задані на межі області $\partial\Omega$ функції просторової змінної $\bar{x}$, які можуть виступати в якості граничних керувальних впливів (заданные на границе области $\partial\Omega$ функции изменения пространственной переменной $\bar{x}$, которые могут выступать в качестве граничных управляющих воздействий; the set on the area $\partial\Omega$ boundary functions of space variable $\bar{x}$ change, which can act as boundary controlling influences); λ_i — параметр, що характеризує енергетичні властивості елементів об'єкта (параметр, характеризующий энергетические свойства элементов объекта; factor, characterizing the energy properties of objects elements); q_i — потік енергії (поток энергии; energy flow); Π — нормаль до просторових координат (нормаль к пространственным координатам; perpendicular to the space coordinates) $\bar{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$; Π_1, Π_2 — відповідно індекси поверхонь взаємодіючих елементів об'єкта (соответственно индексы поверхностей взаимодействующих элементов объекта; correspondingly indexes of the surfaces of interactive objects elements).

Змінні стану $\Phi_i(t, \bar{x})$ і керування $U_r\left(\bar{\Phi}_i, t, \bar{x}\right)$ у диференціальному рівнянні (32) можуть позначати різні фізичні величини (температуру, тиск та ін.), що визначають явища, які відбуваються в конкретно розглянутих процесах. А параметри λ_i і q_i з умов (35) можуть, наприклад, позначати коефіцієнт теплопровідності і тепловий потік відповідно для теплових процесів.

Постановка задачи

Рассмотрим теплообмен в дисперсной системе между дисперсионной фазой и дисперсионной средой на примере процесса теплообмена между слоем пористого вещества (железорудными окатышами) и газом, проходящим через слой. Для создания математической модели данного процесса необходимо учитывать все важные стороны работы конвейерной машины, процесс обжига в которой происходит за счет излучения факела горелки, а также конвекционного теплообмена между газовым потоком и поверхностью слоя окатышей. При этом имеет место несколько режимных зон: сушки, подогрева, обжига, охлаждения. Каждую режимную зону будем рассматривать как отдельный аппарат или объект. Взаимодействие и целенаправленное функционирование объектов обеспечивается наличием материальных и энергетических потоков между их элементами. В действительности газовая схема обжиговой машины достаточно сложная, но для построения математической модели изучаемого процесса можно использовать эквивалентную схему газовых потоков, которая при этом позволяет учитывать все особенности ее работы.

В процессе тепловой обработки слой окатышей высотой h проходит две зоны сушки восходящим и нисходящим потоками и зону предварительного нагрева. Зависимость теплоемкости окатышей от температуры известна. В зонах обработки окатышей создаются необходимые по условиям технологии газовые среды, т. е. заданы температуры и составы газовых потоков. Расход газов определяется температурными условиями и газодинамическими параметрами слоя в зонах, сопротивлением и плотностью тракта, а также характеристиками вентиляторов.

Зоны охлаждения работают от двух автономных технологических вентиляторов, которые нагнетают окружающий воздух в каждую из зон. Их расчет отличается от расчета зоны сушки только тем, что охлаждение окатышей осуществляется продувом холодного атмосферного воздуха. Воздух, проходя через горячий слой окатышей, забирает от них тепло и поступает в качестве горячего вторичного воздуха в камеру для разбавления продуктов горения. Зная его температуру и расход, а также расход продуктов горения и их температуру, можно рассчитывать общий расход топлива, что особенно важно при построении математической модели процесса управления объектом.

Результаты исследований

Для формализации изучаемого процесса необходимо допустить, что состояние дисперсной системы характеризуется непрерывными в пространстве и во времени функциями распределения температур $\Theta(t,\bar{x})$ и $T(t,\bar{x})$ дисперсной фазы и дисперсионной среды соответственно, где $\bar{x}$ — вектор пространственных координат: $\bar{x}=(x,y)$; x — координата толщины слоя, $0 \le x \le h$; y — координата по длине режимной зоны, $0 \le y \le l$; t — время процесса, $t \in [0,t_k] \equiv S$.

Такое допущение позволяет использовать уравнения Дамкелера [1], справедливые для многофазных сплошных сред. Однако, в отличие от теплообмена в сплошных средах, в рассматриваемом случае остается возможность теплообмена в каждой точке пространства, а не только на межфазной поверхности. Принятое выше допущение позволяет учитывать взаимодействия дисперсной фазы и дисперсионной среды в каждой точке пространства.

Для характеристики системы достаточно четырех потоков: масса (1); компонента (2); теплота либо энтальпия (3); импульс (4).

На основе законов Ньютона, Фурье, Фика и других можно записать законы сохранения массы и энергии, связанные с диффузией, теплопроводностью, теплопереносом, химическими реакциями и другими процессами в форме дифференциальных уравнений. Закон сохранения для обобщенного потока согласно принципам неравновесной термодинамики можно записать в виде (5).

Применительно к удельным величинам, выражение (5) примет вид:

— для потока массы (6);

— для потока компонента (7);

— для потока энтальпии или теплоты (8);

— для потока импульса (9).

В уравнениях (6)—(9) правые части характеризуют изменение во времени массы, *i*-го компонента, энтальпии (или теплоты) и импульса соответственно. Первые члены левых частей уравнений (6)—(9) описывают пространственное перемещение удельных параметров — конвективный поток. В случае двухфазных элементов процесса с фазами 1 и 2 для конвективного потока различают следующие частные случаи:

1а) $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 0$ — никакого конвективного потока нет и фазы через элемент процесса не протекают. Следовательно, они должны частями вводиться в элемент процесса и частями удаляться из него. Таким образом, элемент процесса действует периодически и не может быть стационарным;

1б) $\upsilon_1 = 0$; $\upsilon_2 \ne 0$ — фаза 1 периодически вводится в элемент процесса и так же удаляется из него, а фаза 2 непрерывно протекает через элемент после того, как фаза 1 заполнит свою часть объема. В такой однопоточной системе также нельзя добиться стационарного состояния;

1в) $\upsilon_1 \ne 0$; $\upsilon_2 \ne 0$ — эти условия соответствуют непрерывному протеканию обеих фаз через элемент процесса. Если скорость конвективных потоков, а также плотность, температура на входе или концентрация постоянны, то элемент процесса будет действовать стационарно.

Вторые члены левых частей (6)—(9) описывают изменения удельных параметров за счет диффузии — основной поток. Для основного потока в двухфазных элементах процесса различают следующие частные случаи:

2а) коэффициент теплопроводности $\lambda \to 0$ или коэффициент диффузии $D \to 0$. Случай, когда можно пренебречь чистотой основного потока;

2б) $\lambda >> 0$ или $D >> 0$ — условия, при которых не следует пренебрегать существованием основного потока;

2в) $\lambda \to \infty$ или $D \to 0$ — условия, характерные для исчезновения градиента температуры или концентрации, причем во всем элементе процесса преобладает выходная температура или концентрация.

Однако эти соотношения для конвективного и основного потоков справедливы только до границ фаз. В то же время невозможно найти явную зависимость, описывающую потоки на межфазной поверхности. Поэтому для описания переходящего потока используются эмпирические зависимости, представленные третьими членами в уравнениях (6)—(9). Для переходящего потока в двухфазных элементах процесса различают следующие частные случаи:

3а) $w\beta = 0$ и $w\beta_g = 0$ — переходящего потока нет, т. е. перегородка, разделяющая фазы, непроницаема для компонента или теплоты и обе фазы независимы друг от друга. Из двух коэффициентов переноса хотя бы один должен отличаться от нуля;

3б) $w\beta > 0$ или $w\beta_g > 0$ — существует перенос теплоты или компонента и оба коэффициента переноса могут равняться нулю;

3в) $w\beta \to \infty$ или $w\beta_g \to \infty$ — перенос происходит мгновенно, т. е. две контактирующие фазы достигают состояния равновесия за очень малый промежуток времени.

Четвертые члены левых частей уравнений отражают существование в некоторых точках рассматриваемого элемента источников или стоков. Источники тепла и массы в процессах обжига играют весьма существенную роль. Однако общих рецептов определения функции источников в уравнениях (6)—(9) нет. При этом выделяют два подхода: либо учитывают эффект источников косвенным путем в коэффициентах тепло- и массообмена, либо пытаются восстановить функции источников, используя для этого дополнительную информацию.

Распишем уравнения (6)—(9) для твердой и газовой фаз процесса обжига окатышей:

— поток энтальпии для твердой и газовой фаз (10), (11);

— поток массы для твердой и газовой фаз (12), (13);

— поток компонентов (14), (15).

Сделаем следующие предположения:

4а) распределение потока газа через сечение слоя, перпендикулярное потоку, равномерно (т. е. процесс обжига постоянен вдоль ширины слоя);

4б) обжиговый слой рассматривается как двухфазная система: газ — твердое тело;

4в) уравнение для потока массы газа не рассматривается, так как оно связано с уравнением для потока компонента.

Учитывая это, преобразования уравнения теплообмена в зоне обжига примут вид (16), (17) в области $\Omega = (0,h)\times(0,l)$.

Задаются соответствующие начальные условия (18), а на границе области $\partial\Omega$ — краевые условия первого, второго, третьего рода или смешанные, поскольку вид граничных условий может меняться в зависимости от того, какой информацией мы располагаем и в какой зоне мы находимся. Соответственно будет меняться вид рассматриваемой задачи. Таким образом, приходим к начально-краевой задаче для квазилинейной системы уравнений с частными производными. В соответствии с принятой классификацией нелинейных краевых задач [2, 3] данная задача характеризуется нелинейностью второго рода, т. е. от температуры нелинейно зависит плотность теплового потока на межфазной поверхности (19).

Такая классификация в известной степени условна, поскольку задачи с фазовыми переходами можно отнести к задачам с нелинейностью как первого, так и второго и третьего рода в зависимости от способа учета выделения теплоты фазовых превращений.

Система (16), (17) с заданными начальными и краевыми условиями является математической моделью динамического режима работы конвейерной машины в зоне обжига. Однако при условии 4в для конвективных потоков твердой и газовой фаз процесс может находиться в стационарном режиме, для описания которого будем использовать систему уравнений в области $\Omega = (0,h)\times(0,l)$ (20), (21).

Кроме того, в математической модели процесса необходимо учесть тот факт, что при больших градиентах температур дисперсной фазы происходит разрушение окатышей. Вследствие этого возникают ограничения на состояние (23).

Заметим, что приведенная математическая модель динамики при заданных параметрах, а именно значениях V_y, W_x и виде функций $a_i(t, x, y)$, $b_i(t, x, y)$ $(i = 1, 2)$, а также начальных и краевых условиях, может быть использована не только для описания процессов теплообмена в зоне обжига, но и для моделирования процессов теплообмена в зоне сушки, подогрева и охлаждения. Поэтому в дальнейшем будем детально изучать процессы, проходящие в зоне обжига как наиболее общие, из которых путем изменения параметров и начально-краевых условий можно получить описание процессов в других зонах конвейерной машины. В то же время построенные математические модели динамики и статики конвейерной обжиговой машины допускают и множество других физических интерпретаций [4]. Так, например, с помощью построенной математической модели можно описать тепловые процессы, возникающие при высокоинтенсивной тепловой обработке различных металлических поверхностей [4]. Уравнение теплопроводности, описывающее такие процессы, будет иметь вид (24). $\Omega = (0,h)\times(0,l)$; $0 \le x \le h$; $0 \le y \le l$; $t \in [0,t_k] \equiv S$. Коэффициенты $a(T)$ и функция $f(t,x,y)$ вычисляются по формулам (25).

Задаются начальное условие (26) и краевое условие третьего рода на границе $\partial\Omega$ (27).

Еще одним примером является процесс теплообмена потока жидкости со стенкой канала круглого сечения диаметром D [4], описывающийся системой уравнений (28).

Граничные условия на стыкующихся поверхностях имеют вид:

— для твердого тела (стенки) (29),

— для жидкости (теплоносителя) (30).

Начальные условия представляются в виде (31).

Уравнения (28)—(31) являются основой математических моделей каналов с круглым сечением.

Таким образом, в качестве обобщенного математического описания для исследуемого класса диффузионных и теплообменных процессов пространственно-распределенных динамических объектов получим уравнения в частных производных вида (32), (33) и граничных условий следующих типов:

— граничных условий первого рода (типа Дирихле) (34);

— граничных условий второго рода (типа Неймана) (35);

— граничные условия третьего рода (36);

— смешанных граничных условий первого и третьего рода (37);

— граничных условий четвертого рода (38).

Переменные состояния $\Phi_i(t,\bar{x})$ и управления $U_r(\bar{\Phi}_i,t,\bar{x})$ в дифференциальном уравнении (32) могут обозначать различные физические величины (температуру, давление и др.), которые определяют явления, происходящие в конкретных рассматриваемых процессах. А параметры λ_i и q_i из условий (35) могут, например, обозначать коэффициент теплопроводности и тепловой поток соответственно для тепловых процессов.

Task setting

Let's consider the heat exchange in the disperse system between the disperse phase and the disperse environment on the example of the process of heat exchange between the layer of the porous substance (ironstone pellet) and the gas, which passes through it. To create the mathematical model of the given process, it is necessary to extensively consider the work of the conveyer machine, the roasting process in which takes place due to the jet emanation and convection of heat exchange between the gas stream and the surface of the pellets. There are also some condition zones: drying zone, roasting zone, heating zone, recuperation zone and the zone of cooling. Each condition zone will be considered as the separate apparatus or object. The interaction and directed functioning of the objects is ensured by the material and energy streams between their elements. The gas kiln process is very complicated, but the equivalent scheme of gas streams can be applied for building the mathematical model of under consideration process, which allows to consider all the peculiarities of its operation.

During the heat processing, the layer of pellet with the height h undergoes the two drying zones with up- and downstream, and the zone of previous heating. The dependence between the thermal capacity and the temperature is known. The required by the technological requirements gas environments, that is the set temperatures and the composition of gas steams are created in the zones of pellets processing. Gas flow is defined by the temperature conditions and gas-dynamic parameters of the layer in the zones, resistance and density of the section, vents' characteristics.

Zones of cooling operate from two autonomous technological vents, pumping the surrounding air into each cooling zone. Their calculation differs from that of zone of processing by the fact that the pellets' cooling is executed by blowing the cool atmospheric air through them. The air, passing through the hot pellets' layer, takes away their heat and enters as the repeated hot air to the chamber, to dilute the combustion products. Knowing its temperature and flow as well as the flow of the combustion products in the chamber, allows to calculate the total firing rate, which is extremely important when plotting the mathematical model of the process for controlling the object.

The results of the researches

With the aim of formalization of the process under consideration, it is necessary to admit, that the condition of the disperse system is characterized by the continuous in the space and time functions of temperatures' distributions, $\Theta(t,\bar{x})$ and $T(t,\bar{x})$ of disperse phase and disperse environments correspondingly, where $\bar{x}$ — the vector of the space coordinates: $\bar{x}=(x,y)$, x – the coordinate of the layer density, $0 \le x \le h$; y – coordinate as for the length of the condition zone, $0 \le y \le l$; t – process time, $t \in [0,t_k] \equiv S$.

Such an assumption allows to use the Damkeler equation [1], which comes true for multiphase continuums. However, unlike the heat exchange in the continuums, the given example allows the heat exchange in each point of space, but not only on interface surface. The above assumption allows to consider the interaction of both disperce phase and the disperse environment in each point of space.

Four streams are enough to characterize the system: mass (1), component (2), heat or enthalpy (3), impulse (4).

The bases of the Newton's' laws, the laws of Furrier's, Fiks' and others, allow to write down the laws mass and energy conservation associated with the diffusion, heat conductivity, chemical reactions and other processes in the form of differential equations. The law of preservation for the generalized stream, according to the principles of the non-equilibrium thermodynamics can be written as follows (5).

When applying to the specific values, the expression (5) looks as follows:

- for the mass stream (6);
- for the component stream (7);
- for the stream of enthalpy or heat (8);
- for the impulse stream (9).

In the equations (6)—(9) the right parts characterize the changes in the mass time, i-th component, enthalpy (or heat) and impulse. The first members of the left parts of the equations (6)—(9) describe the space movement of the specific parameters – convective stream. In case of two phase elements of the process with phases 1 and 2 for the convective stream, it is necessary to differentiate between the following specific cases:

1a) $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 0$ — there is no convective stream, and the phases do tot pass through the element of the process. Consequently, they should be introduced and deleted from the process by sections. Thus, the elements of the process acts periodically and cannot be stationer;

1b) $\upsilon_1 = 0; \upsilon_2 \neq 0$ — phase 1 is entered periodically into the element of the process and is deleted in the same way, and phase 2 flows continuesly through the element after the phase 1 fills its part of the volume. Such a single threading system does not allow to be standardized;

1c) $\upsilon_1 \neq 0; \upsilon_2 \neq 0$ — these conditions correspond to the continuous flow of both phases through the element of the process. If the speed of the convective flows, density and the temperature on the entrance together with the concentration are constant, then the element of the process will work stationary.

The second members of the left parts (6)—(9) describe the changes of the in specific parameters at the cost of the diffusion — the main stream. For the main stream in the two-phase elements of the process the following specific cases are being singled out::

2a) factor of heat conductivity $\lambda \to 0$ or diffusion factor $D \to 0$. The case, when the frequency of the main stream can be neglected;

2b) $\lambda >> 0$ or $D >> 0$ — conditions, under which the existence of the main stream should not be neglected;

2c) $\lambda \to \infty$ or $D \to 0$ — conditions, characteristical for the dissaperence of the temperature gradient or concentration, the output temperature or concentration dominates in all the process element.

But these correlations for the main and convective come true only for the phase boundary. The full evident dependence, describing the flows on the inter phase surface is impossible to find. That is why, the empirical dependence, represented by the third members in the equations (6)—(9) are used for the description of the transient stream. For the transient stream in two phase elements, the following specific cases are being singled out:

3a) $w\beta = 0$ and $w\beta_g = 0$ — there is no transient stream, that is, the partition, dividing the phases, is impenetrable for the component or heat and the both phases are independent on each other. Among the two transfer factors, at least one should be different from zero;

3b) $w\beta > 0$ or $w\beta_g > 0$ — there is the heat or component transfer and both transfer factors can equal zero;

3c) $w\beta \to \infty$ or $w\beta_g \to \infty$ — the transfer takes place immediately, that is, the two contacting phases achieve the equilibrium state within the short period of time.

The fourth members of the left parts of the equation reflect the existence of sources or drains in some points in the element under consideration. The sources of heat and mass in the roasting processes play a very significant role. But the equations (6)—(9) do not have the common approaches to the determination of the source's function. There are two approaches: either the effect of the source is taken into consideration indirectly in the factors of heat and mass exchange, or reestablishing the source's functions, applying the additional information.

Let's write out the equations (6)—(9) for the hard and gas phases of the roasting pellet processes:

- enthalpy stream for hard and gas phases (10), (11);
- stream mass for hard and gas phases (12), (13);

- stream of components (14), (15).

Let's assume the following:

4a) distribution of the gas stream through the layer section, which is perpendicular to the stream, is even (that is the roasting process is constant along the width of the layer);

4b) the roasting layer is considered as the two phase system: gas-hard substance;

4c) equation for the stream of the gas mass is not being considered, as it is connected with the equation of the component stream.

Considering the above, the transformation of the heat exchange equation in the roasting zone will look like (16), (17) in the sphere $\Omega = (0,h) \times (0,l)$.

The initial conditions are set (18) and on the boundary of the sphere $\partial\Omega$ — the marginal conditions of the first, second and the third or mixed type, as the boundary conditions can change, depending on the available information and the zone we are in. Correspondingly, the task of under consideration will also change. So we are to consider the initial marginal task for the quasi-linear system of the equations with the specific derivatives. In accordance with the accepted classification of the non linear marginal tasks [2, 3] the given task is characterized by the non linearity of the second type, the density of the heat stream on the inter phase surface depends non linearly on the temperature (19).

Such a classification is conditional because the tasks with the phase transitions can be referred to the tasks with non linearity of both the first, the second and the third type depending on heat emission way registration of phase transformation.

The system (16), (17) with the fixed initial and marginal conditions is the mathematic model of dynamic operating regime of the conveyer machine in the roasting zone. But under the condition 4c) for the convective stream of the hard and gas phase, the process can remain in the stationary regime, for the description of which we will use the equation system in the sphere $\Omega = (0,h) \times (0,l)$ (20), (21).

Apart from that, the mathematic model of the process has to stipulate for the fact, that the high gradients of the temperature of disperse phases results in the destruction of the pellets. As a result restrictions (23) are appeared.

It is necessary to point out, that the suggested mathematical dynamic model with the set parameters, namely, the values V_y, W_x and functions $a_i(t,x,y)$, $b_i(t,x,y)$ $(i = 1,2)$, as well as initial and marginal conditions , can be applied not only to the description of the processes of heat exchange in the roasting zone, but, also for the for the simulation of the heat exchange in the drying zone, the zone for heating up and the zone of cooling. Further on, we will study the processes, which take place in the roasting zone, as the most common processes, which will allow to obtain the description of the processes which take place in the other zones of the conveyer machine. At the same time, the plotted mathematical models of dynamic and static in the conveyer roasting machine allow for other physical interpretations [4]. For instance, the plotted mathematical model allows to describe the heat processes, appearing during the high intensive heat treatment of different metal surfaces [4]. The equation of heat conductivity, describing such processes, will look as follows (24) $\Omega = (0,h) \times (0,l);\ 0 \le x \le h;\ 0 \le y \le l;\ t \in [0,t_k] \equiv S$. Factors $a(T)$ and function $f(t,x,y)$ shall be calculated according to the formulas (25).

The initial condition (26) and the marginal condition of the third type on the boundary $\partial\Omega$ (27) are set.

One more example is the process heat exchange of the fluid stream with the side of the circular section channel with the diameter D [4], which is described by the equation system (28).

Boundary condition on the joined surfaces look like:

- for the hard body (side) (29);
- for fluid (heat conducting agent) (30)

The initial conditions are set as follows (31).

Equations (28)—(31) are bases for the mathematical models of the channels with circular section.

So, as the generalized mathematical description of the under research type of the diffusion and heat exchange processes of the space — distributed dynamic objects, we will receive the equation in the partial derivative of the following kind (32), (33) and boundary conditions of the following type:

- boundary conditions of the first kind (of Dirichles' kind) (34);
- boundary conditions of the second kind (of Neiman's kind) (35);
- boundary conditions of the third kind (36);
- mixed boundary conditions of the first and the third kind (37);
- boundary conditions of the fourth kind (38).

Variable of the state $\Phi_i(t,\bar{x})$ and control $U_r(\bar{\Phi}_i,t,\bar{x})$ in the differential equation (32) can denote different physical values (temperature, pressure etc.), which determine the phenomena, taking place in the specific processes under consideration. The parameters λ_i and q_i from conditions (35) can, for instance, denote the factor of the heat conductivity and heat flow correspondingly for heat processes.

Висновки

Запропонована математична модель може бути використана при розгляді питань ідентифікації теплового стану дисперсного шару, тому що з'являється можливість оцінювання температури в будь-якій точці об'єкта дослідження, а також для постановки і розв'язання задач, пов'язаних з поліпшенням техніко-економічних характеристик діючих установок, і прийняття конструктивно-технологічних рішень при створенні нових.

Выводы

Предложенная математическая модель может быть использована при рассмотрении вопросов идентификации теплового состояния дисперсного слоя, так как появляется возможность оценки температуры в любой точке объекта исследования, а также для постановки и решения задач, связанных с улучшением технико-экономических показателей действующих установок, и принятия конструктивно-технологических решений при создании новых.

Conclusions

The mathematic model can be applied for the questions considering the identification of heat state of disperse layer, because the possibility of temperature evaluation in every point of an object of researches appears; and for the tasks' setting and solving, concerned with the improvement of technical and economic parameters of the functioning aggregates and for the constructive and technologic decision making when new ones are being created.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ
REFERENCES

1. Бенедек П., Ласло В. Научные основы химической технологии. — Л.: Химия, 1970. — С. 112—114.

2. Згуровский М. З., Новиков А. Н. Анализ и управление односторонними физическими процессами. — Киев: Наукова думка, 1996. — 350 с.

3. Гаевский Х., Грегер К., Захариас К. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. — М.: Мир, 1978. — 336 с.

4. Ажогин В. В., Згуровский М. З., Корбич Ю. Методы фильтрации и управления стохастическими процессами с распределенными параметрами. — Киев: Вища школа, 1988. — 154 с.

Рекомендована кафедрою інтеграції навчання з виробництвом

Надійшла до редакції 15.05.06
Рекомендована до друку 30.06.06

Мізерний Віктор Миколайович — завідувач кафедри інтеграції навчання з виробництвом.
Вінницький національний технічний університет;
Модебадзе Тимур Андрійович — доцент кафедри прикладної математики.
Кутаїський технічний університет

Мизерный Виктор Николаевич — заведующий кафедрой интеграции обучения с производством.
Винницкий национальный технический университет;
Модебадзе Тимур Андреевич — доцент кафедры прикладной математики.
Кутаисский технический университет

Viktor Mizernyy — Head of the Chair Training and Production Integration.
Vinnytsia National Technical University;
Tymur Modebadze — Assistant Professor of the Chair of Applied Mathematic.
Kutaisi Technical University