УДК 656.052:681.51.54

В. М. Дубовой, д. т. н., проф.;
О. О. Ковалюк, асп.

СТІЙКІСТЬ ПРОЦЕСУ КЕРУВАННЯ ТРАНСПОРТНОЮ МЕРЕЖЕЮ МІСТА

Розглянуто особливості прийняття рішень в ієрархічних системах на прикладі системи керування транспортною мережею міста. Побудовано математичну модель перехрестя з використанням положень теорії масового обслуговування. Розроблено структурну схему системи керування. Досліджено умови стійкості даної системи.

Значне збільшення кількості транспортних засобів (ТЗ) у великих містах та розширення транспортних мереж обумовили актуальність розробки й упровадження систем керування (СК) міськими транспортними мережами (ТМ). Процес керування ТМ має ряд особливостей, оскільки транспортні потоки (ТП) відрізняються від інших потоків нестаціонарністю, залежністю від різних факторів, в тому числі і людського.

В більшості випадків СК ТМ має ієрархічну структуру, оскільки процес управління здійснюється на різних рівнях, починаючи від локального перехрестя і закінчуючи всією ТМ. Керування ТП здійснюється за рахунок зміни пропускної спроможності перехресть у тому чи іншому напрямку. В процесі керування потрібно приймати рішення декількох типів:

— рішення щодо зміни пропускної спроможності на локальному перехресті;
— рішення щодо необхідності керування на рівні групи перехресть;
— рішення щодо зміни пропускної спроможності на групі перехресть у певному напрямку;
— рішення щодо необхідності коригування на рівні всієї мережі – зміна кількості ТЗ на групі перехресть.

Розподілений характер системи вимагає здійснення керування одночасно в різних точках ТМ, що в ряді випадків може призвести до протиріч між критеріями прийняття рішень на окремих перехрестях. Наслідком таких протиріч є погіршення умов руху та виникнення заторів.

Важливою особливістю СК ТМ є відмінності в структурі СК перехрестями та групами перехресть. Це пов'язано з характером зміни ТП та собівартістю системи. Для ділянок з різкою зміною інтенсивності руху доцільно вимірювати інтенсивність через певні інтервали часу. Це потребує використання сенсорів руху та каналів передавання інформації. Для ділянок зі сталими інтенсивностями можна використати дані статистичного та експертного характеру.

Керування ТП здійснюється в умовах невизначеності багатьох факторів:
1) інтенсивності руху на багатьох ділянках ТМ;
2) величини затримки між подіями в ТМ і їх наслідками.

Враховуючи розподіленість системи, наявність багатьох критеріїв керування та швидку зміну стану ТП, постає **проблема** прийняття рішень в процесі керування ТП в ієрархічній системі в умовах невизначеності.

Основною характеристикою стійкості СК ТМ є відсутність заторів та скупчень ТЗ за нормальних дорожніх умов. Незважаючи на широкі дослідження поведінки ТП, проведені у різних країнах, на сьогоднішній день немає загальноприйнятої точки зору щодо механізмів виникнення і розповсюдження заторів. Ряд вчених висуває припущення, що основною причиною скупчень ТЗ є геометричні особливості дороги [1]. Відповідно до цієї теорії затори виникають у "вузьких місцях" ТМ і не залежать від структури черги. В той же час у роботах [2] розроблено моделі та алгоритми управління ТП в умовах виникнення та поширення заторів. Проведені дослідження також встановили можливість опису поведінки ТП за допомогою моделей гідродинаміки, а в ряді випадків і положень теорії хаосу [3].

Проте, в результаті аналізу літератури із стійкості систем управління ТМ, не виявлено систематичних досліджень, які б поєднували положення теорії ТП та критерії стійкості систем управління, отримані в теорії автоматичного управління.

Тому, постає **задача** моделювання стійкості СК ТМ міста та визначення критеріїв прийняття рішень в ієрархічній СК ТП.

Для **розв'язання поставленої задачі** проведемо аналіз стійкості СК ТМ міста.

В загальному випадку СК ТМ міста може бути представлена як композиція СК окремими перехрестями. Проте дослідження стійкості СК всією ТМ є досить складною задачею. Крім того, у великій ТМ ситуація на одних перехрестях майже не впливатиме на ситуацію на віддалених перехрестях. Тому, на думку авторів, доцільніше аналізувати стійкість системи, утвореної з певної кількості суміжних перехресть, що впливають на виникнення заторів та ускладнення руху ТЗ. Прикладом такої системи може бути група перехресть в межах однієї вулиці чи кварталу.

Розглянемо СК двома суміжними перехрестями, представлену на рис 1.

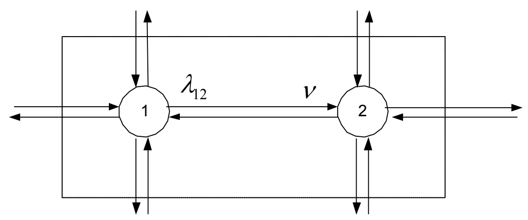


Рис. 1. Схема системи керування суміжними перехрестями

Контрольованим параметром даної системи є довжина черги ν, яка залежить від інтенсивності потоку λ_{12}, та інтенсивності обслуговування на перехресті 2. В якості критерію управління виберемо сумарний час простою ТЗ на перехресті. Для простоти моделі розглядатимемо перехрестя, на яких зелене світло по черзі вмикається для кожного напрямку.

Модель стійкості на найнижчому рівні (рівні окремого перехрестя) побудуємо на основі теорії масового обслуговування [4]. У найпростішому випадку перехрестя є системою масового обслуговування (СМО) з трьома вхідними потоками, умовно зображеними на рис. 2, два з яких утворені ТЗ, і один пішоходами.

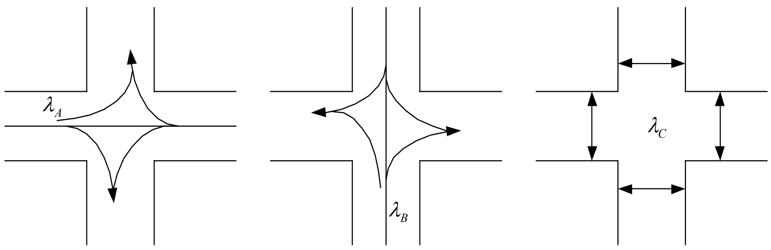


Рис. 2. Схема ТП на перехресті

Систему управління перехрестям можна розглядати як сукупність СМО, кожна з яких обслуговує власний потік. Кількість потоків з одного напрямку буде рівною кількості можливих варіантів руху (поворот праворуч, поворот ліворуч, рух прямо). Процес керування полягає у зміні інтенсивності обслуговування μ – величини, яка характеризує кількість обслужених заявок за одиницю часу. В якості одиниці часу, для якої визначається інтенсивність потоку та інтенсивність обслуговування, доцільно вибрати тривалість циклу керування світлофора *T*.

Отже, перехрестя можна вважати СМО, в якій кожний вхідний потік з інтенсивністю λ_i обслуговується власним каналом з інтенсивністю обслуговування μ_i. Для переважної більшості перехресть вхідні і вихідні потоки описуються за законом Пуассона.

Для довільного перехрестя інтенсивність вихідного потоку окремого напрямку дорівнюватиме сумі інтенсивностей вхідних потоків з інших напрямків

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij}\,, \tag{1}$$

де λ_j — кількість ТЗ, які за цикл керування світлофора проїдуть в напрямку *j*-го суміжного перехрестя; λ_{ij} — кількість ТЗ, які за цикл керування світлофора обслуговуються *i*-м каналом; *n* — кількість каналів, що обслуговує запити до *j*-го перехрестя.

Інтенсивність вихідного потоку коригується в сторону зменшення за допомогою інтенсивностей обслуговування

$$\mu_i = t_i/(t_{np}T)\,, \tag{2}$$

де t_i — тривалість зеленого сигналу для i-го напрямку; t_{np} — середній час, необхідний для проїзду перехрестя ТЗ; *T* — одиниця часу.

Вважатимемо, що значення t_{np} є однаковим для кожного з напрямків. Інтенсивності обслуговування потоків на одному перехресті відповідають обмеженням

$$\begin{cases} 1 \le \mu_A \le \dfrac{T - t_B - t_C}{Tt_{npA}}; \\ 1 \le \mu_B \le \dfrac{T - t_A - t_C}{Tt_{npB}}; \\ 1 \le \mu_C \le \dfrac{T - t_A - t_B}{Tt_{npC}}; \\ t_A + t_B + t_C = T. \end{cases} \tag{3}$$

Хоча на практиці величина ТП між перехрестями може змінюватися, в більшості випадків інтенсивність ТП залишається сталою. Тому, змінюючи інтенсивність обслуговування на перехресті, можна впливати на інтенсивність вхідного потоку на суміжному перехресті. Це дозволяє контролювати параметри черги на віддаленому перехресті.

Для одноканальної СМО середній час очікування ТЗ у черзі $\overline{\omega}$ і середня довжина черги $\overline{\nu}$ визначається співвідношеннями [5]

$$\overline{\omega} = \frac{\rho}{1-\rho}; \qquad \overline{\nu} = \frac{\rho^2}{1-\rho}, \tag{4}$$

де $\rho = \lambda/\mu$ — коефіцієнт завантаженості СМО.

Тоді середня довжина черги і час очікування для перехрестя визначатиметься як сума відповідних величин для кожного напрямку

$$\overline{\omega}_n = \sum_{i=1}^{n} \overline{\omega}_i; \quad \overline{\nu}_n = \sum_{i=1}^{n} \overline{\nu}_i, \tag{5}$$

де $\overline{\omega}_n$ — середній час очікування ТЗ на перехресті; $\overline{\nu}_n$ — середня кількість ТЗ на перехресті; n — кількість напрямків перехрестя.

Загальний час простою транспортних засобів дорівнює добутку середнього часу очікування у черзі і середньої довжини черги $t_n = \overline{\omega}_n \overline{\nu}_n$. Зазначимо, що для даної СМО закон розподілу довжин черги за формою подібний до експоненційного і описується формулою

$$p_i = \rho^i (1-\rho), \tag{6}$$

де p_i — ймовірність знаходження у черзі i-ї кількості ТЗ.

Теорія масового обслуговування дозволяє оцінити стійкість СМО за допомогою нерівності $\sum\limits_i \lambda_i/\mu_i < 1$. Якщо ця умова не виконується, то довжина черги прямує до нескінченності.

Для СК ТП нестійкість настає, коли довжина черги на перехресті перевищує відстань між перехрестями. Можливості забезпечення стійкості на одному перехресті є обмеженими. Коли ймовірність нестійкості перевищує встановлену межу, необхідно застосовувати керування наступного рівня.

Проте застосування такого підходу для аналізу стійкості СК з кількох перехресть неможливе, оскільки він не враховує передавання впливів між ними. Тому для аналізу стійкості СК перехрестями використаємо апарат теорії автоматичного управління.

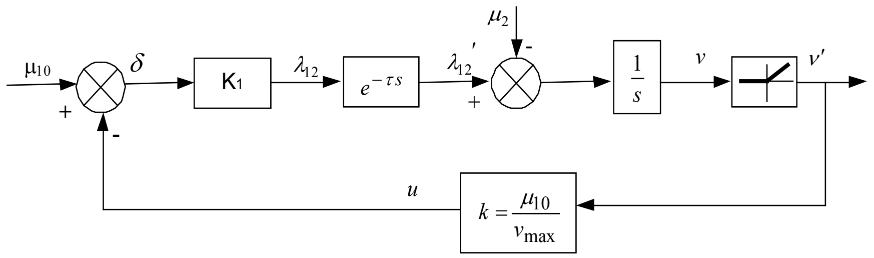


Рис. 3. Структурна схема системи керування

Представимо структурну схему СК двома перехрестями у вигляді, наведеному на рис. 3.

Вхідною величиною СК є початкова інтенсивність обслуговування на першому перехресті μ_{10}, яка безпосередньо впливає на інтенсивність вихідного потоку першого перехрестя. У випадку перехрестя з трьома напрямками вихідна величина розраховується за формулою

$$\lambda_{12} = \lambda_1 + \lambda_2 \le \frac{t_1}{t_{np} T} + \frac{T - t_1}{t_{np} T}, \tag{7}$$

де T – тривалість циклу керування.

Для перехрестя з більшою кількістю напрямків значення часу, відведеного на проїзд, можуть змінюватись обернено пропорційно до зміни величини t_1 з урахуванням умови (8)

$$T = \sum_{i=1}^{n} t_i . \tag{8}$$

Відрізок ТМ між перехрестями може бути представлений ланкою із чистим запізнюванням. Така ланка спричиняє запізнювання вхідної величини в часі, але не змінює її значення. Для більшості випадків ланка із запізнюванням достатньо точно описує динаміку ТП. Передаточна функція ланки із запізнюванням має вигляд

$$W(s) = e^{-\tau s}, \tag{9}$$

де τ — час затримки.

Другому перехрестю системи на схемі відповідають суматор, інтегрувальна ланка та нелінійний елемент. Вихідною величиною другого перехрестя є довжина черги перед перехрестям, яка розраховується як інтеграл різниці між інтенсивністю прибуття ТЗ та інтенсивністю їх обслуговування $\nu = \int\limits_0^t (\lambda_{12} - \mu_2)\,dt$, що відповідає передаточній функції $1/s$. Виконання умови невід'ємності довжини черги забезпечується нелінійним елементом

$$\nu' = \begin{cases} \nu, \text{ якщо } \nu \ge 0; \\ 0, \text{ якщо } \nu < 0. \end{cases} \tag{10}$$

Для аналізу стійкості системи істотними є процеси в умовах великих черг, тому можна вважати $\nu' = \nu$. На основі величини черги здійснюється керування на першому перехресті.

Інтенсивність обслуговування на першому перехресті за допомогою СК змінюється у відповідності до довжини черги на наступному перехресті за правилом

$$\mu = \mu_{10}\left(1 - \nu/\nu_{\max}\right), \tag{11}$$

де μ_{10} – базова інтенсивність обслуговування.

Звідси рівняння зворотнього зв'язку СК

$$u = \mu_{10}\, \nu/\nu_{\max} . \tag{12}$$

Залежність між входом і виходом системи отримаємо з системи рівнянь

$$\begin{cases} \delta = \mu_{10} - u; \\ \lambda_{12} = k_1 \delta; \\ \lambda'_{12} = \lambda_{12} e^{-\tau s}; \\ \nu = (\lambda'_{12} - \mu_2)\,\dfrac{1}{s}; . \\ \nu' = \nu; \\ u = \nu' \dfrac{\mu_{10}}{\nu_{\max}}. \end{cases} \tag{13}$$

Розв'язавши систему рівнянь відносно ν, отримаємо:

$$\nu = \frac{K_1 e^{-\tau s} \mu_{10} - \mu_2}{s + K_1 e^{-\tau s}\, \mu_{10}/\nu_{\max}} . \tag{14}$$

Отримана залежність свідчить про нелінійність СК. Для лінеаризації системи розкладемо функцію (14) в ряд Тейлора в околі точки, де початковий член дорівнює нулю. В результаті отримаємо лінеаризовану передаточну функцію СК

$$W(s)=\frac{K_1 e^{-\tau s}\left(s+\mu_2/\nu_{\max}\right)}{s^2+2s\mu_2 K/\nu_{\max}+\left(\mu_2/\nu_{\max}\right)^2}. \qquad (15)$$

Оскільки передаточна функція ланки із запізнюванням містить показникову функцію, для аналізу стійкості системи алгебраїчні критерії не можуть бути використані. Для дослідження стійкості систем управління із запізнюванням застосовуються метод D-розбиття, частотні критерії Михайлова та Найквіста [5—7]. Відповідно до останнього для стійкості замкненої системи із запізнюванням необхідно і достатньо, щоб амплітудно-фазова характеристика стійкої розімкненої системи не охоплювала критичну точку. Якщо годограф системи проходить через критичну точку $(-1; j0)$, то система знаходиться на границі стійкості.

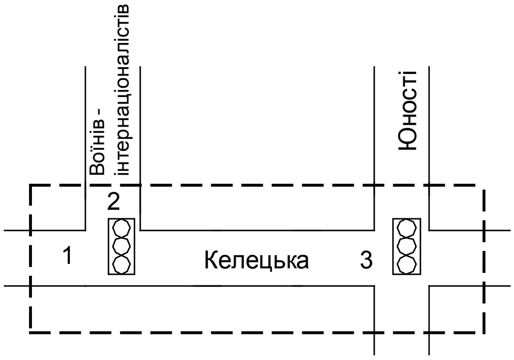


Рис. 4. Частина транспортної мережі

Для прикладу проведемо дослідження стійкості частини ТМ м. Вінниці, показаної на рис. 4

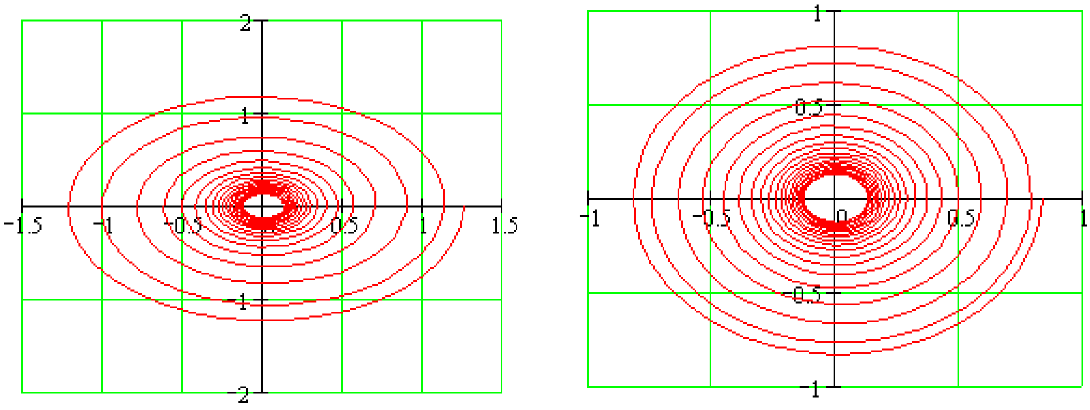
Досліджувана СК охоплює два перехрестя, показані на рисунку пунктирною лінією. Параметри перехресть наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Параметри перехресть ТМ

Напрямок руху	Інтенсивність руху, ТЗ/год	Інтенсивність обслуговування, ТЗ/год
1	159	321
2	146	257
3	305	342

Період керування першим перехрестями становить 70 с, другим — 105 с. Відстань між перехрестями 450 м. Використавши дані таблиці 1 для моделювання, отримаємо передаточну функцію розімкнутої СК. На рис. 5 наведено амплітудно-фазову характеристику для різних значень інтенсивності обслуговування на другому перехресті.



а) АФХ нестійкої системи

б) АФХ стійкої системи

Рис. 5. Амплітудно-фазова характеристика системи керування

На рис. 5а інтенсивність обслуговування на другому перехресті становить 300 ТЗ/год при максимальній довжині черги 30 ТЗ. За даних умов система є нестійкою. На рис. 5б інтенсивність обслуговування становить 340 ТЗ/год, що забезпечує стійкий стан системи. Таким чином, за умови сталого часу запізнювання стійкість СК визначається відношенням інтенсивності обслуговування до максимально допустимої довжини черги μ_2/ν_{max} . Зі збільшенням даного співвідношення система прямує до стійкого стану.

Висновки

В роботі розглянуто процес прийняття рішень в ієрархічній системі на прикладі СК ТМ міста. На основі теорії масового обслуговування запропоновано математичну модель перехрестя, яка враховує параметри вхідного потоку та особливості ТМ. Побудовано структурну схему СК, призначену для керування групою перехресть. Досліджено умови стійкості даної системи.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Иносэ Х., Хамада Т. Управление дорожным движением: Пер с англ. М. П. Печерского / Под ред. М. Я. Блинкина. — М.: Транспорт, 1983. — 248 с.
2. Хейт Ф. Математическая теория транспортных потоков: Пер с англ. — М.: Мир, 1966. — 286 с.
3. Kerner B. S., Rehborn H. Experimental Features and characteristics of traffic jams // Physical Review E. — 1996. — Vol. 53, № 2.
4. Вишневский В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. — М.: Техносфера, 2003. — 512 с.
5. Воронов А. А. Основы теории автоматического регулирования и управления: Учеб. пособие для вузов. — М.: Высш. школа, 1977. — 519 с.
6. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. — М.: Наука, 1975. — 768 с.
7. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. — М.: Машиностроение, 1974. — 328 с.

Дубовой Володимир Михайлович — завідувач кафедри, ***Ковалюк Олег Олександрович*** — аспірант.

Кафедра комп'ютерних систем управління, Вінницький національний технічний університет