

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

УДК 681.3.06

Т. Б. Мартинюк, к. т. н., доц.;

Л. В. Огороднійчук, студ.;

Мохамед Салем Нассер, асп.

ОПТИМІЗОВАНИЙ ОПИС АЛГОРИТМІВ МУЛЬТИОБРОБКИ У БАЗИСІ СИСТЕМ АЛГОРИТМІЧНИХ АЛГЕБР ГЛУШКОВА

Розглянуто опис паралельних алгоритмів сортування за методом попарного обміну в базисі систем алгоритмічних алгебр В. М. Глушкова. Проаналізовано результати варіанта модернізації сортування масиву даних.

Вступ

При розв'язанні задач автоматизації проектування логічних структур ЕОМ і програмування в останні роки зростає інтерес до алгебр алгоритмів як до одного з перспективних напрямків в області алгебричної алгоритміки [1]. На відміну від графового та аналітичного представлення САА-схеми є натурально-лінгвістичним описом алгоритмів, який базується на апараті систем алгоритмічних алгебр (САА) Глушкова [2].

Серед відомих способів представлення процесів мультиобробки, а саме процесів сортування, за винятком опису у вигляді програми, найбільш наочними можна вважати представлення у вигляді сортувальної мережі та змістовного графа алгоритму. Але опис паралельних (синхронних) алгоритмів сортування потребує більшої кількості пояснень. Тому представлення таких процесів вигідніше подати у базисі САА Глушкова В. М., де представлення процесів із застосуванням операторних представлень є не лише наочними, а й у певній мірі формалізованими.

У базисі САА Глушкова В. М. досить докладно описано і досліджено такі розповсюджені алгоритми сортування, як бульбашкове, човникове, маятникове, методом Шелла, альтернативними вставками, швидке сортування Хоара [3, 4, 6—9]. Але результати дослідження у цьому базисі відомого паралельного алгоритму сортування за методом попарного обміну, який представляє інтерес з огляду на можливість реалізації на асоціативному процесорі, не зустрічаються [4].

Постановка задачі

Математичний апарат САА Глушкова базується на понятті розміщеного масиву і використовує операції, оператори та предикати (умови) таким чином, що весь алгоритм можна описати у вигляді аналітичного виразу, який має наочний і формалізований вигляд одночасно.

Задача полягає у тому, щоб описати у базисі САА Глушкова паралельний алгоритм сортування за методом попарного обміну для векторного масиву чисел.

Варіанти опису алгоритмів мультиобробки

Нехай ми маємо невідсортований масив чисел M із m елементів (m — парне число). Необхідно описати алгоритм сортування масиву M за методом попарного обміну.

Для цього можна використати подання алгоритму у вигляді сортувальної мережі. На рис. 1 зображені моделі сортувальних мереж за класичним і оптимізованим методами попарного обміну. Дослідження показали, що максимальна кількість циклів у оптимізованому методі, як мінімум, на один цикл менша, ніж у класичному методі. Це досягається за допомогою введення додаткової

пари елементів у парних циклах сортування, яка складається з першого і останнього елементів, а також за рахунок зменшення кількості контрольних циклів.

Для підтвердження цих характеристик була розроблена програма, яка моделює оптимізований метод. На рис. 2 зображена блок-схема алгоритму роботи програми.

На відміну від сортувальної мережі представлення у вигляді блок-схеми алгоритму роботи програми, а також у вигляді змістового графа алгоритму (рис. 3) дає можливість визначити власне цикли сортування, але не дає можливості спостерігати паралельність алгоритму.

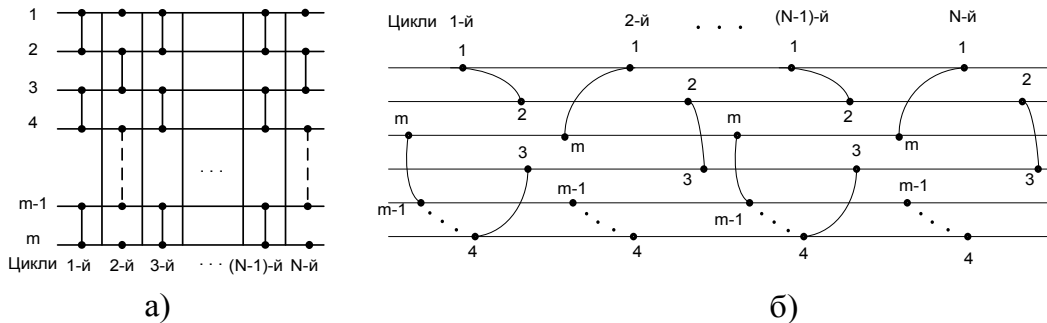


Рис. 1. Представлення процесу сортування за методом попарного обміну:
 а) класичний метод (сортувальна мережа типу «рядок»); $N_{\min} = 2$; $N_{\max} = m+2$;
 б) оптимальний метод (сортувальна мережа типу «кільце») $N_{\min} = 2$; $N_{\max} = m+1$;
 $k = \overline{1, K}$; $K = m/2$; m — розмірність масиву даних; N — кількість циклів сортування

Опишемо тепер вищенаведені алгоритми у базисі САА Глушкова. Для цього скористаємось такими відомими операціями, як: композиція $(A \times B)$, тобто послідовне виконання операторів A і B ; альтернатива $[\alpha](A \vee B)$, тобто якщо α , то A , інакше B ; цикл $[\alpha]\{A\}$, тобто виконувати A , поки α є хибним, при α істинному кінець циклу.

Для опису оптимізованого алгоритму введемо ще одну операцію «декомпозиція» $(A + B)$, тобто паралельне виконання операторів A і B . Також використаємо такі оператори: ВСТ (v_1, v_2) — базисний оператор встановлення підмасивів із зоною (v_1, v_2) і розміром $p = 2$; $\text{СОРТ}_2^K(v_1, v_2) ::= [l < r](\text{ЕВТРАНСП}(l, r))$ — складений оператор: якщо для k -ї пари сусідніх елементів виконується умова $(l < r)$, то виконується тотожний оператор E , інакше оператор $\text{ТРАНСП}(l, r)$, $k = \overline{1, K}$; $\text{ТРАНСП}(l, r)$ — оператор перестановки (транспозиції) сусідніх елементів l і r ; ФІН — оператор завершення роботи.

Застосуємо також предикат π , істинність якого визначається наявністю n -вимірного одиничного набору логічних значень, i -й компоненті якого відповідає виконання відношення

$$a_i \leq a_{i+1} \quad (1)$$

для будь-якого $i = \overline{1, m}$.

Тобто масив M є відсортованим, якщо у відповідній зоні відношення (1) виконується синхронно для всіх пар сусідніх елементів [4].

Для формалізованого опису синхронного алгоритму сортування за методом попарного обміну необхідно розширити множину базисних умов за допомогою додаткового введення таких предикатів: π^K , тобто виконання базисної умови π паралельно для всіх K пар сусідніх елементів масиву M ; π_H^K , π_P^K , тобто виконання предикату π^K відповідно у непарних і парних циклах сортування.

В результаті алгоритм сортування за класичним методом попарного обміну можна описати таким чином:

$$\begin{aligned} \text{ОБМІН} ::= & [\pi_H^K \wedge \pi_P^K] \{ (\text{ВСТ}(2k-1, 2k) \times \text{СОРТ}_2^K(2k-1, 2k)) \times \\ & \times (\text{ВСТ}(2k, 2k+1) \times \text{СОРТ}_2^K(2k, 2k+1)) \} \times \text{ФІН}. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким чином вираз (2) представляє собою цикл (рис. 3, оператор 4), в якому послідовно виконуються непарні та парні цикли сортування, в яких, в свою чергу, виконуються послідовні встановлення пар елементів (рис. 3, оператор 2) і необхідні перестановки у відповідних парах елементів (рис. 3, оператор 3).

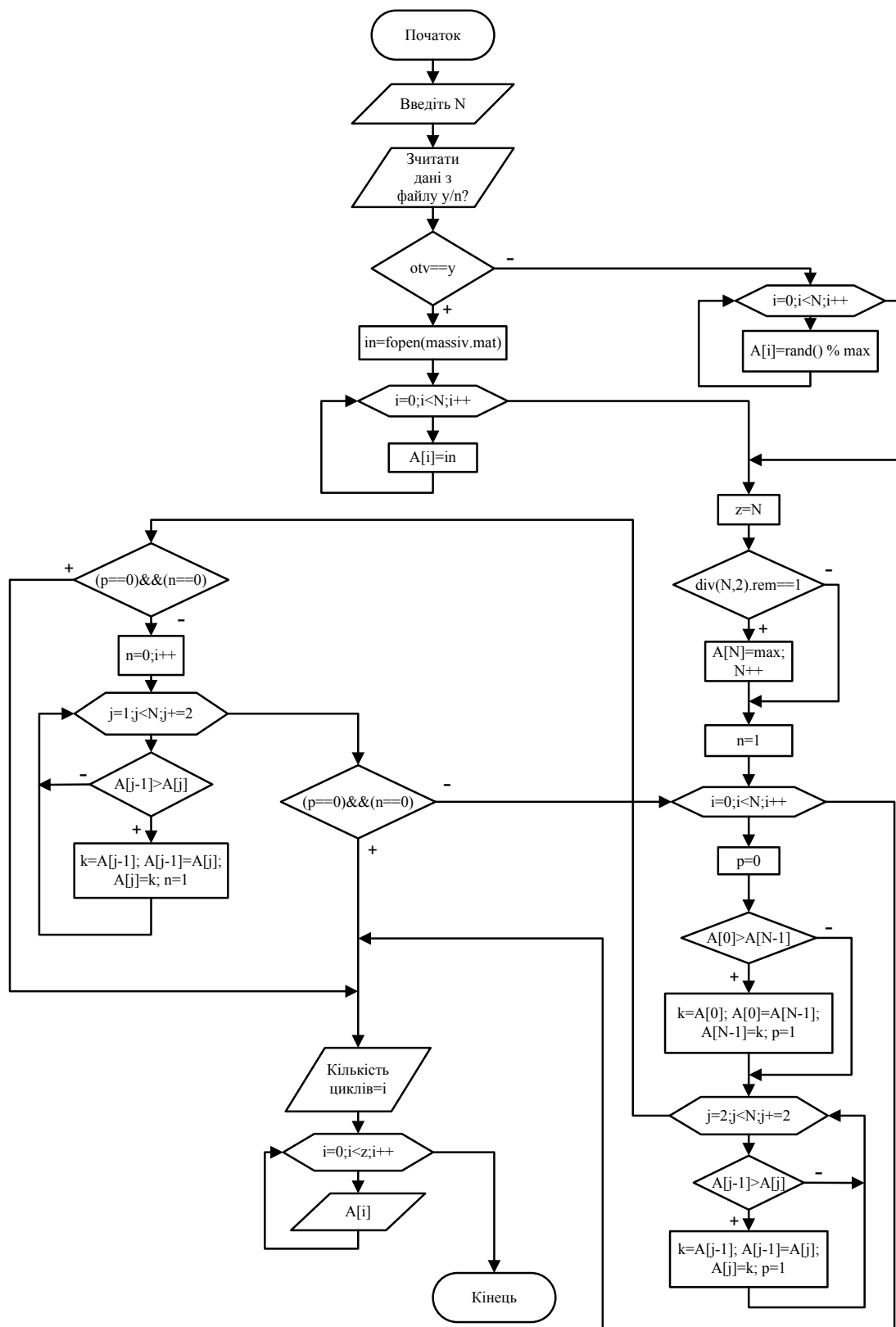


Рис. 2. Блок-схема алгоритму роботи програми сортування чисел на мові програмування С++

Оптимізований метод сортування попарним обміном буде мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} \text{ОБМІН} ::= & (\text{ВСТ}(2k-1, 2k) \times \text{СОРТ}_2^K(2k-1, 2k)) \times \\ & \times [\rho \wedge (\pi_H^K \vee \pi_{\Gamma}^K)] \{ (\text{ВСТ}(2k, 2k+1; 1, m) \times \\ & \times (\text{СОРТ}_2^K(2k, 2k+1) + \text{СОРТ}_2(1, m)) \times \\ & \times (\text{ВСТ}(2k-1, 2k) \times \text{СОРТ}_2^K(2k-1, 2k)) \} \times \text{ФІН.} \end{aligned} \quad (3)$$

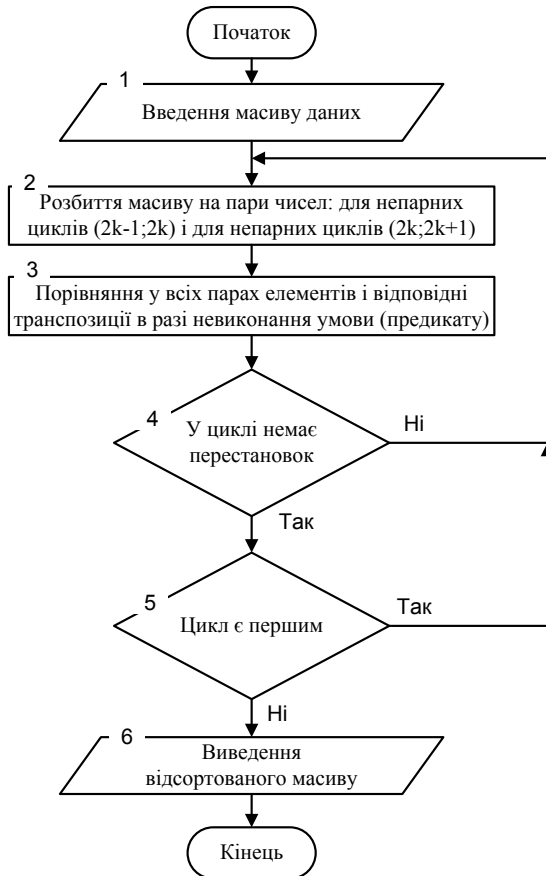


Рис. 3. Змістовний граф алгоритму сортування чисел за методом попарного обміну

Вираз (3) має складену структуру і містить оператори ВСТ пар елементів і СОРТ, які виконують перший цикл сортування, а також цикл, що виконує послідовно цикли сортування і встановлює та переміщує необхідні елементи у відповідних парах у масиві. У парних циклах сортування відбувається встановлення додаткової пари елементів: першого і останнього, а також транспозиція її елементів у разі необхідності.

Таким чином ми отримали повний і одночасно короткий опис відповідних алгоритмів сортування.

Висновки

Отже, можливість формалізованого опису послідовних і синхронних алгоритмів мультиобробки з використанням апарата співвідношень забезпечує трансформаційну звідність алгоритмів, що проєктуються, а також підтверджує те, що опис у базисі САА Глушкова є універсальним і є, фактично, підґрунтям для апаратної реалізації алгоритмів мультиобробки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Цейтлин Г. Е. Алгебры Глушкова и теория клонов // Кибернетика и системный анализ. — 2003. — № 4. — С. 48—58.
2. Цейтлин Г. Е. Структурное программирование задач символической мультиобработки // Кибернетика. — 1983. — № 5. — С. 22—30.
3. Калужнин Л. А. Об алгоритмизации математических задач // Пробл. кибернетики. — 1959. — Вып.2. — С. 51—69.
4. Цейтлин Г. Е. Распараллеливание алгоритмов сортировки // Кибернетика. — 1989. — № 6. — С. 67—74.
5. Мартинюк Т. Б., Хом'юк В. В. Методи та засоби паралельних перетворень векторних масивів даних. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. — 203 с.
6. Глушков В. М., Цейтлин Г. Е., Ющенко Е. Л. Алгебра. Языки. Программирование. — 3-е изд. — К.: Наук. думка, 1989. — 376 с.
7. Цейтлин Г. Е. Введение в алгоритмику. — К.: Сфера, 1998. — 310 с.
8. Глушков В. М., Цейтлин Г. Е., Ющенко Е. Л. Методы символической мультиобработки. — К.: Наук. думка, 1980. — 252 с.
9. Цейтлин Г. Е. Проектирование последовательных алгоритмов сортировки (классификация, трансформация, синтез) // Программирование. — 1989. — № 3. — С. 3—21.

Мартинюк Тетяна Борисівна — доцент, **Мохамед Салем Нассер** — аспірант.

Кафедра лазерної та оптоелектронної техніки,

Огороднійчук Лука Вікторович — студент Інституту автоматки, електроніки та комп'ютерних систем управління.

Вінницький національний технічний університет