

УДК 681.513

В. В. Голикова, асп.;

Е. Л. Первухина, д. т. н., проф.

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ МНОГОМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ

Рассмотрен метод выявления причинно-следственных зависимостей между параметрами многомерных технических объектов при их изменении. Исследуются результаты равноотстоящих во времени измерений параметров в виде многомерных временных рядов. Рассматриваются практические приложения.

Среди методов исследования сложных нестационарных технических объектов моделирование по эмпирическим многомерным временным рядам измерений их параметров занимает одно из важных мест [1, 2]. Это объясняется возможностью увеличения точности оценки и/или прогноза исследуемых параметров, а также воспроизведения связей между ними. Однако для многих таких объектов экспериментальная информация является результатом проявления процессов различной физической природы и потому невозможно зафиксировать значение одного параметра и изучать изменение остальных параметров. Другими словами, в большинстве практических ситуаций отсутствуют сведения о влиянии различных параметров друг на друга. Тем не менее, при построении многомерных моделей должны быть в первую очередь выбраны векторы исследуемых параметров, т. е. решены вопросы причинности — выделения связи между параметрами, а также определены критерии проверки адекватности моделей [3, 4]. Несмотря на важность проблемы, в научной литературе до сих пор не систематизированы главные принципы построения подобных моделей: выбора структуры моделей и наиболее информативных параметров, сравнение многомерных моделей, автоматическое определение наилучшей из них для достижения поставленных целей в короткие сроки, автоматическая проверка адекватности моделей исходным многомерным рядам и т. д.

Рассматривается метод выявления причинно-следственных зависимостей между параметрами многомерных технических объектов при их изменении. Исследуются результаты равноотстоящих во времени измерений параметров в виде многомерных временных рядов. Рассматриваются практические приложения.

Ставится задача моделирования сложного динамического объекта по эмпирическим временным рядам измерений параметров $X_{i,1}, \dots, X_{i,t}$, где i — номер исследуемого параметра, $t = 1, \dots, T$ — дискретное время. Емкость каждого ряда остается постоянной, но члены ряда обновляются по мере поступления на его вход новых результатов. В момент времени t параметры образуют вектор параметров $x_t = (X_{1,t}, \dots, X_{n,t})^T$, T — символ транспонирования. В качестве примера рассмотрены случайные последовательности измерений трех параметров, характеризующих работу карбюраторного двигателя внутреннего сгорания в ходе контрольных испытаний (рис. 1): удельного расхода топлива g_e (г/э. лс. ч), разрежения давления во впускном коллекторе H (мм. рт. ст) и содержание CH (млн⁻¹) в отработавших газах.

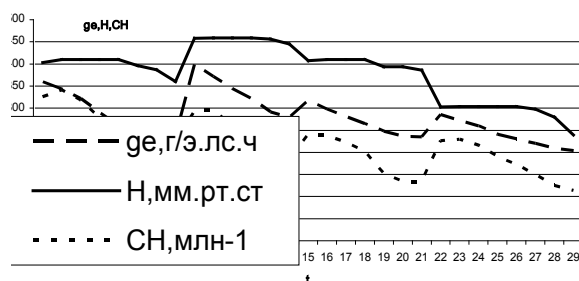


Рис. 1. Исследуемые случайные ряды измерений параметров

Рис. 1 демонстрирует нестационарность и схожие тенденции в изменении значений всех параметров. Априорная информация о физическом процессе функционирования исследуемого объекта позволяет предположить, что это результат общего стохастического тренда, который при анализе может быть устранен некоторой линейной комбинацией рядов, в итоге эта линейная комбинация будет линейной. Для подтверждения гипотезы о существовании общей динамики параметров и линейной комбинации рядов их измерений выполнен так называемый коинтеграционный анализ [4, 5, 6]. Этот вид анализа

часто використовується для економічних прикладів математичної статистики і, неоправданно рідко, — для вивчення технічних і технологічних об'єктів. Алгоритми і вичислювальні процедури розроблені з використанням прикладного програмного забезпечення RATS/CATS [7, 8].

На першому етапі випадкові нестационарні ряди вимірювань зведені до стационарним за допомогою оператора різниць [6, 10]. Так, різниці першого порядку визначені як $Y_{i,t} = X_{i,t} - X_{i,t-1}$, і вихідні процеси $X_{i,t}$ тоді називають інтегрованими процесами першого порядку. В загальному випадку елементи вектора $y_t = (Y_{1,t}, \dots, Y_{n,t})'$ називають коінтегрованими порядку d, b і позначають $y_t \sim CI(d, b)$, якщо вони представляють інтегровані процеси порядку d і існує відмінний від нуля вектор β , такий що лінійна комбінація $y_t'\beta$ є інтегрований процес порядку $(d - b)$. Вектор β називають коінтегруючим вектором.

Тоді система двох регресійних рівнянь утворює коінтегрований векторний процес

$$Y_{1t} = \rho Y_{2t} + \varepsilon_{1t}; \tag{1}$$

$$Y_{2t} = \rho Y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t}, \tag{2}$$

де ε_{1t} і ε_{2t} — некоррелювані процеси білого шуму.

Коінтегровані процеси Y_{1t} і Y_{2t} з (1), (2) пов'язані між собою стационарним співвідношенням, а перевірка на коінтегрованість означає оцінювання коінтегруючого вектора.

Виявлення причинно-слідствених залежностей між параметрами ge і H , ge і CH попарно для наступної оцінки їх стану отримують, використовуючи регресійну модель

$$X_{ti} = Q_{ti}X_{ti} + \varepsilon_{ti}; \quad \varepsilon_{ti} \sim iid(0, \sigma_i^2), \quad i = 2, 3 \tag{3}$$

Основним етапом аналізу пов'язано з визначенням порядку інтегрованості досліджуваних часових рядів. Для цього перевіряють стационарність кожного з рядів за допомогою тесту на наявність одиничних коренів Дікі – Фуллера, в результаті якого гіпотеза одиничного кореня не відхиляється навіть при виборі 10% рівня значимості. Отже, часові ряди вимірювань всіх параметрів представляють інтегровані процеси першого порядку. А процеси Dge , DH , DCH , отримані з вихідних рядів взяттям перших різниць, є стационарними, що ілюструє графіки на рис. 2.

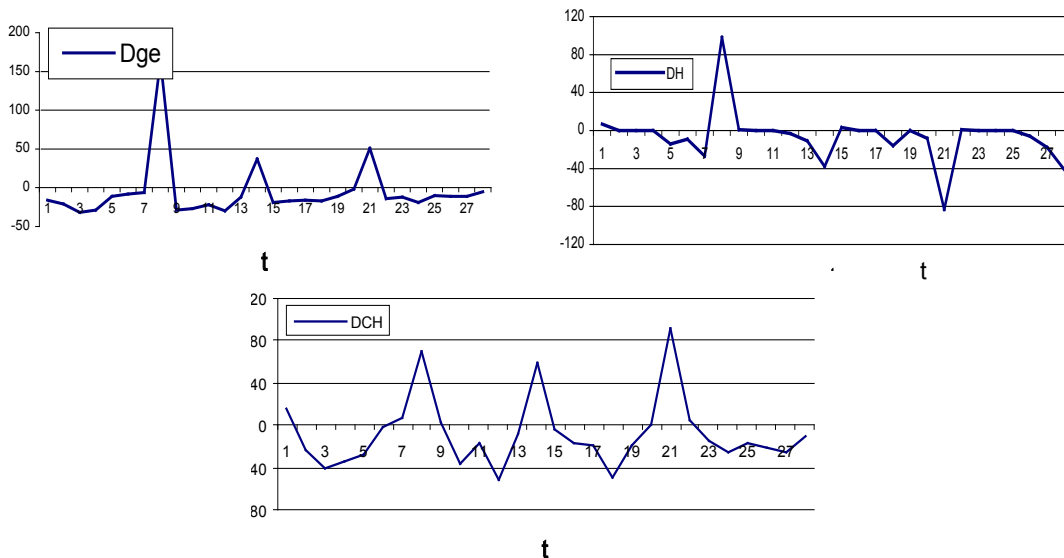


Рис. 2. Стационарність перших різниць рядів $X_1 - X_3$

Для перевірки коінтегрованості рядів $X_1 - X_3$ проведено тест Йохансена [9], в відповідності з яким спочатку в векторну авторегресійну модель розмірності p включають всі можливі параметри

$$x_t = \pi_0 + \sum_{j=1}^p A_j x_{t-j} + \Psi D_t + \varepsilon_t, \quad t = 1 \dots T. \tag{4}$$

В выражении (4) анализируемый вектор $x_t = (X_{1,t}, \dots, X_{n,t})'$, вектор констант $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_n)'$, вектор ошибок оценивания (остатков) $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1,t}, \dots, \varepsilon_{n,t})'$ имеют размерность $(n \times 1)$, n — число исследуемых параметров, $A_j = (\alpha_{ik}(j))$; $i, k = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, p$. В данном примере векторная авторегрессионная модель имеет порядок 2.

Модель (4) эквивалентна модели исправления ошибки

$$\Delta x_t = \pi_0 + \pi x_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \pi_j \Delta x_{t-j} + \Psi \cdot D_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \tag{5}$$

построение которой связано с выдвинутой гипотезой об общей тенденции изменения параметров, или некоторой общей траектории, от которой параметры могут отклоняться, но к которой возвращаются при нормальном режиме функционирования объекта.

Второй этап состоит в оценивании коэффициентов модели и определении коинтеграции r (ранг матрицы $\pi = I - A_1 - A_2 - \dots - A_p = \alpha \beta^T$). Если существует ровно r линейно независимых коинтегрирующих векторов, то ранг коинтеграции равен r и определяют матрицу β , составленную из таких векторов. Если исследуют n переменных, то $r \leq n - 1$. Набор коинтегрирующих векторов не является однозначным, рассматривается коинтеграционное пространство.

Используя тестовую статистику максимального собственного числа, определен ранг коинтеграции равным 1 ($r = 1$) каждой пары параметров (табл. 1).

Таблица 1

Определение ранга коинтеграции

| Гипотеза | ge и Н | | | ge и СН | | |
|----------|-------------------|---------------------|----------------------------|-------------------|---------------------|----------------------------|
| | Собственные числа | $LR^{\lambda-\max}$ | $LR^{\lambda-\max}$ (90 %) | Собственные числа | $LR^{\lambda-\max}$ | $LR^{\lambda-\max}$ (90 %) |
| 0 | 0,3309 | 10,85 | 7,37 | 0,2375 | 7,39 | 7,37 |
| 1 | 0,0569 | 1,58 | 2,98 | 0,0158 | 0,43 | 2,98 |

Матрицы α , β и π для каждой пары параметров представлены в табл. 3. Каждая строка матрицы β содержит элементы одного из возможных линейно независимых коинтегрирующих векторов, элементы матрицы α интерпретируют как скорость приведения процесса к равновесию. Первая из строк матрицы β содержит коэффициенты линейной комбинации рядов, ближайшей к стационарной. Вторая строка соответствует линейной комбинации, занимающей в этом отношении второе место, и т. д.

Таблица 2

Результаты вычисления матриц α и β и π для каждой пары параметров

| | | | | | | | | | |
|---------|-------------------------------------|--------------|--|----------|----------------|--|---------------|--------------|--|
| ge и Н | β (транспонированная) ge Н | 0,032 -0,023 | | α | -15,247 -6,154 | | π ge Н | -0,481 0,332 | |
| | | -0,001 0,003 | | | 5,579 -6,271 | | | 0,183 -0,149 | |
| | | | | | | | | | |
| ge и СН | β (транспонированная) ge Н | -0,021 0,029 | | α | -6,001 4,443 | | π ge Н | 0,056 -0,101 | |
| | | -0,016 0,016 | | | -12,944 2,333 | | | 0,235 -0,333 | |
| | | | | | | | | | |

Т. к. ранг коинтеграции каждой пары параметров равен 1 ($r = 1$), то в качестве оценки коинтегрирующего вектора выбирают вектор с элементами первой строки. Путём деления всех элементов строки на первый элемент получают коинтегрирующие векторы (табл. 3).

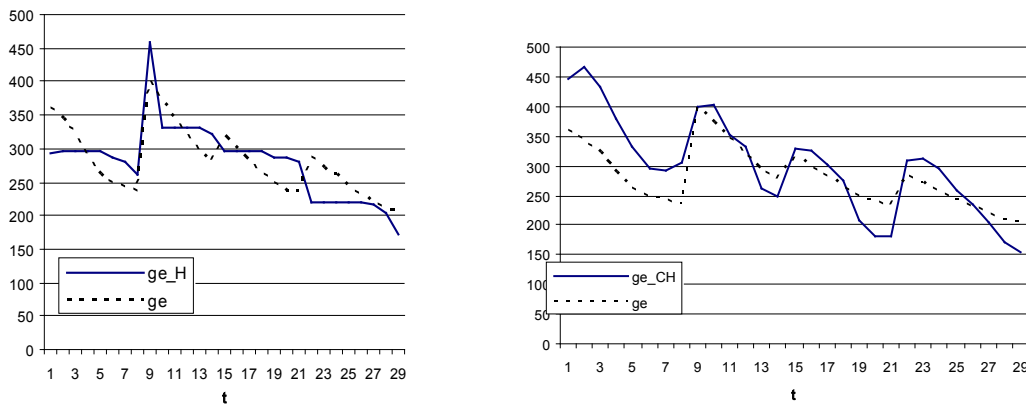
Таблица 3

Нормализованные коинтегрирующие векторы

| ge i | H 2 | CH 3 |
|--------------|----------------|----------------|
| (1,000 Q1,i) | (1,000 -0,724) | (1,000 -1,364) |

Таким образом, выявлены причинно-следственные зависимости между рассматриваемыми параметрами ge и H , ge и CH , что подтверждается физическими законами функционирования исследуемого карбюраторного двигателя внутреннего сгорания. Это означает, что для исправных двигателей существует стационарная линейная комбинация параметров ge и H , ge и CH рис. 3. Направление причинно-следственных зависимостей, т. е. деление параметров на независимые (причины) и зависимые (следствия) определено с использованием методики Грэнжера [10].

Для исправных двигателей параметры находятся в динамическом взаимодействии, как следст-

Рис. 3. Коинтеграция между рассматриваемыми параметрами ge и H , ge и CH

вие нарушение этого взаимодействия позволит выявить отклонение режима функционирования двигателя от номинального.

Эмпирические модели количественных отношений между параметрами представляют основу для решения задач оценивания состояния сложных объектов по выделенным параметрам в реальном режиме времени с использованием известных алгоритмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кашьяп Р. Л. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным / Р. Л. Кашьяп, А. Р. Рао. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983. — 384 с.
2. Alwan L. C., Roberts H. V. Time Series Modeling for Statistical Process Control // Journal of Business and Economics Statistics. — 1988. Vol. 6. — N 1. — P. 87—95.
3. Радченко С. Г. Устойчивые методы оценивания статистических моделей. — К.: ПП «Санспарель», 2005. — 504 с.
3. Первухина Е. Л. Выбор информативных параметров сложных технических объектов как средство обеспечения их качества // Вестник СевГУ «Механика, энергетика, экология»: Сб. научн. тр. — Севастополь. — 1997. — Вып. 6. — С. 46—49.
4. Harvey A. C. Forecasting, structural time series models and Kalman filter / Cambridge University Press. Cambridge, New York, Port Chester, Melbourne, Sidney, 1996. — 554 p.
5. Box G. E. Time Series Analysis, Forecasting and Control. — New Jersey: Prentice Hall, 1994. — 598 p.
6. Hamilton J. D. Time Series Analysis. — Princeton: Princeton University Press, 1994. — 799 p.
7. Doan T. A. RATS Software Package, User's Manual, Version 6.0. — Illinois: ESTIMA, 2005. — 364 p.
8. Hansen H. CATS in RATS: Cointegration Analysis of Time Series, Handbook for the software package CATS. — Illinois: ESTIMA, 1995. — 155 p.
9. Johansen S. Likelihood-based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models. — Oxford: Oxford University Press, 1995. — 267 p.
10. Granger C. W. J. Co-integration, Error-correction, and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data. — Oxford: Oxford University Press, 1993. — 329 p.

Первухина Елена Львовна — профессор, **Голикова Виктория Викторовна** — аспирант.

Кафедра технической механики и машиноведения, Севастопольский Национальный технический университет