УДК 681.31

О. Н. Романюк, к. т. н., доц.;
Ю. Л. Ляшенко, студ.

КВАДРАТИЧНА АПРОКСИМАЦІЯ BRDF

Запропоновано нову модель дистрибутивної функції відбивальної здатності поверхні, у якій використовується поліном другого степеня. Розроблено блок для апаратної реалізації дистрибутивної функції відбивальної здатності поверхні у графічних контролерах.

Вступ

Основна задача комп'ютерної графіки полягає у перетворенні геометричних моделей у наочні візуальні форми, що реалістично відтворюють будову, конструктивні особливості і орієнтацію об'єктів, розташованих у просторі. Для відтворення тривимірних об'єктів використовують різні моделі освітлення та методи зафарбовування, які відтворюють реальні фізичні процеси, що мають місце при освітленні об'єктів. Для розрахунку дзеркальної складової широко використовують моделі освітлення Фонга і Бліна [1], згідно з якими інтенсивність дзеркальної складової кольору встановлюють пропорційно до функції $\cos^n\gamma$. У моделі Фонга $\cos\gamma = 2\left(\vec{L}\cdot\vec{V}\right)\left(\vec{N}\cdot\vec{V}\right) - \vec{V}\cdot\vec{L}$, а у моделі Бліна – $\cos\gamma = \vec{N}\left(\vec{L}+\vec{V}\right)/\left|\vec{L}+\vec{V}\right|$, де $\vec{N}$ — вектор нормалі до поверхні, $\vec{L}$— вектор нормалі джерела світла, $\vec{V}$ — вектор нормалі спостерігача, n — коефіцієнт спекулярності поверхні.

Функцію $\cos^n\gamma$ називають BRDF (Bidirectional Reflectance Distribution Function). Оскільки n змінюється від 0 до 1000, то обчислення BRDF є достатньо трудомістким, що передбачає пошук нових підходів до її реалізації.

Аналіз існуючих підходів

К. Шлік [2] запропонував апроксимувати функцію $\cos^n\gamma$, яку використовують для розрахунку інтенсивності дзеркальної складової кольору в моделі освітлення Бліна, функцією $\cos\gamma/\left(n - n\cos\gamma + \cos\gamma\right)$. Аналіз показав, що такий підхід забезпечує задовільну якість відображення тільки для епіцентру відблиску. За цією областю спостерігається суттєве розходження з результатами, отриманими згідно з моделлю освітлення Бліна. Наявність «довгих» операцій ускладнює апаратну реалізацію методу.

У методі [3], який запропонував Р. Ліон, функцію $\cos^n\gamma$ розкладають у ряд Тейлора і замість кута γ між відбитим напрямком світла та спостерігачем використовують довжину хорди між зазначеними векторами

$$\gamma = \left|\vec{D}\right| = \left|\vec{N} - \vec{H}\right|.$$

Вираз $1/\sqrt{\vec{N}\cdot\vec{N}}$, який використовується для нормалізації вектора нормалі $\vec{N}$, також розкладають у ряд Тейлора. При цьому обмежуються першими трьома членами. Це дозволяє виключити з обчислювального процесу операцію ділення та розрахунку квадратного кореня. Заміна кута на довжину хорди мало позначається на точності розрахунків тільки для невеликих значень кутів, а використання обмеженої кількості членів ряду Тейлора не дозволяє з достатньою точністю виконати нормалізацію векторів нормалей та апроксимувати функцію $\cos^n\gamma$.

Достатньо високу точність апроксимації досягнуто за рахунок апроксимації функції $\cos^n\gamma$ функцією $\cos^k\left(\sqrt{n/k}\cdot\gamma\right)$ [4], де $k = 2, 4, 8, \ldots$ і вибирається залежно від діапазону n. На жаль, для такого підходу необхідно визначити кут γ, що передбачає використання трудомісткої функції arccos.

Мета статті – розробка нової моделі BRDF, у якій використовується поліном другого степеня, що суттєво спростить трудомісткість обчислення функції як на програмному, так і апаратному рівнях.

Розробка нової моделі BRDF

При апроксимації BRDF найбільш жорсткі вимоги до точності висуваються при відображенні епіцентру відблиску [2]. Для периферійних областей, які характеризуються затуханням інтенсивності світла до мінімального значення, необхідно забезпечити монотонність зміни інтенсивності кольору, яка виключає появу артефактів. При цьому, вимог до точності визначення інтенсивності кольору, як правило, не висувають.

Пропонується апроксимувати BRDF квадратичною функцією відносно $\cos x$, тобто

$$\cos^n x = a\cos^2 x + b\cos x + c. \tag{1}$$

У формулі (1) невідомими є три коефіцієнти, що передбачає необхідність розв'язання системи трьох рівнянь. Для знаходження невідомих коефіцієнтів *a*, *b*, *c* скористаємося точками, значення BRDF в яких можна легко визначити.

При $x = 0$ $\cos^n x = 1$, тому можна записати, що

$$a + b + c = 1. \tag{2}$$

Якщо $\cos x = 0$, то $\cos^n x$ також дорівнюватиме 0, звідси

$$a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 0. \tag{3}$$

Враховуючи формули (2) і (3) можна визначити, що

$$c = 0, \text{ а } b = 1 - a. \tag{4}$$

Для визначення коефіцієнта *a* прирівняємо значення квадратичної функції (1) та BRDF у точці перегину останньої. Продиференціювавши двічі $\cos^n x$ по *x* та прирівнявши отриману другу похідну до 0, отримаємо, що абсциса точки перегину дорівнює

$$\gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{n-1}}\right).$$

Враховуючи вирази (1) та (4), можна записати, що

$$a\cos^2\gamma + (1-a)\cos\gamma = \cos^n\gamma. \tag{5}$$

Введемо такі позначення: $t = \cos x$, $t^n = \cos^n x$, з урахуванням яких формулу (5) запишемо у вигляді

$$at^2 + (1-a)t = t^n.$$

З останнього рівняння знаходимо, що

$$a = \frac{t^{n-1} - 1}{t - 1}. \tag{6}$$

Загальна формула для знаходження коефіцієнта *a* буде такою:

$$a = \frac{\cos^{n-1}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{n-1}}\right)\right) - 1}{\cos\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{n-1}}\right)\right) - 1}. \tag{7}$$

Таким чином, для заданого коефіцієнта спекулярності n можна визначити невідомі *a*, *b*, *c* квадратичної функції, використовуючи формули (7) та (4).

Обчислення коефіцієнта *a* згідно з формулою (7) є трудомісткою процедурою. Оскільки кожному значенню n відповідає одне значення *a*, то доцільно попередньо обчислити відповідні значень *a* для $n \in [1; 1000]$ та зберігати їх у таблиці, що значно прискорить процес обчислення BRDF.

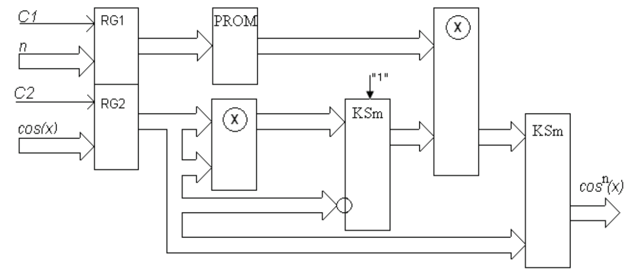

Рис. 1. Структура блока обчислення BRDF

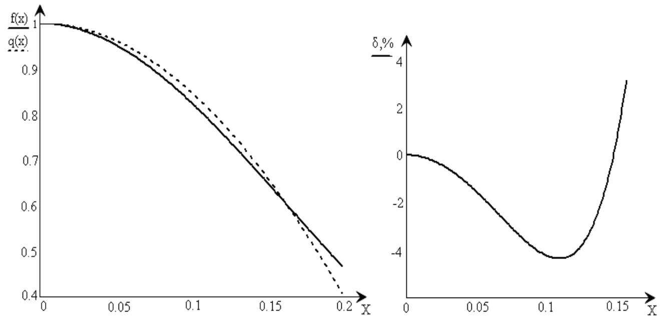

Рис. 2: а — квадратична апроксимація BRDF;
б — відносна похибка апроксимації

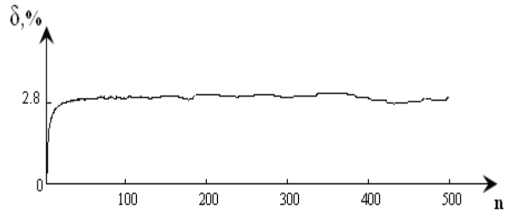

Рис. 3. Максимальна відносна похибка для $n \in [1;512]$

На рис. 1 показано структуру блока визначення дистрибутивної функції відбивальної здатності поверхні, яка включає два регістри, два блоки множення, блок постійної пам'яті і два комбінаційні суматори. В регістри RG1 і RG2 заносяться відповідно коефіцієнт спекулярності поверхні і $\cos\gamma = 2\left(\vec{L}\cdot\vec{V}\right)\left(\vec{N}\cdot\vec{V}\right) - \vec{V}\cdot\vec{L}$ (для моделі Фонга) або $\cos\gamma = \vec{N}\left(\vec{L}+\vec{V}\right)/\left|\vec{L}+\vec{V}\right|$ (для моделі Бліна). У блоці постійної пам'яті PROM зберігаються значення коефіцієнтів a для всіх коефіцієнтів спекулярності. Значення операнда, який зберігається в RG2, підноситься до квадрату. Від нього віднімається операнд, який зберігається в регістрі RG2. Таким чином формується операнд $\cos^2(\gamma) - \cos(\gamma)$. На виході другого блока множення формується значення $a\left(\cos^2(\gamma) - \cos(\gamma)\right)$ до якого додається $\cos(\gamma)$. У результаті цих перетворень на виході блока формується $a\cos^2\gamma + (1-a)\cos\gamma = \cos^n\gamma$.

На рис. 2а зображено функції $f(x) = \cos^n x$; $q(x) = a\cos^2 x + b\cos x + c$, та графік відносної похибки δ апроксимації (рис. 2б).

Запропонований метод дозволяє достатньо точно (з відносною похибкою не більше 4 %) апроксимувати не лише епіцентр відблиску, а також його частину, що має ординати не менші 0,56. На рис. 3 зображено графік максимальної відносної похибки апроксимації BRDF вище рівня 0,56.

Висновки

Запропоновано нову модель дистрибутивної двопроменевої функції відбивальної здатності поверхні, яка порівняно з моделями Фонга та Бліна має значно менший степінь, що дозволяє стверджувати про суттєве підвищення продуктивності зафарбовування. Нова модель має просту апаратну реалізацію, що дає можливість застосування її в сучасних графічних контролерах.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Херн Д., Павлин Бейкер М. Компьютерная графика и стандарт OpenGL. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. — 1168 с.
2. Chrictophe Schlick A Fast Alternative to Phong's Specular Model // Graphics Gems IV. Academic Press. — 1994. — P. 404—409.
3. Lyon R. F. Phong Shading Reformulation for Hardware Renderer Simplification // Apple Technical Report — 1993. — № 43.
4. Романюк О. Н, Чорний А. В. Новий підхід до визначення спекулярної складової кольору // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. — 2004. — С. 85—92.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом XIII Міжнародної конференції з автоматичного управління (Автоматика-2006, 25—28.09.2006 р.)

Надійшла до редакції 23.11.06
Рекомендована до друку 12.12.06

Романюк Олександр Никифорович — доцент кафедри програмного забезпечення, ***Ляшенко Юрій Леонідович*** — студент Інституту інформаційних технологій.