

УДК 681.3:621.375

О. Д. Азаров, д. т. н., проф.;
О. В. Кадук, асп.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВІДМОВ ЦАП, ЩО САМОКАЛІБРУЄТЬСЯ, ІЗ ВАГОВОЮ НАДЛИШКОВІСТЮ

Розглянуто первинні та вторинні похибки елементів цифроаналогових і аналого-цифрових перетворювачів, їх вплив на характеристику перетворення. Наведено структурні схеми перетворювачів форми інформації на основі систем числення із ваговою надлишковістю. Отримано аналітичні рівняння відмовостійкості при поступових відмовах. Доведено, що використання процедури самокалібрування дає можливість суттєво зменшити похибки характеристики перетворення.

Вступ

Незважаючи на значний прогрес у мікромінітюаризації багаторозрядних АЦП і ЦАП, пов'язаний насамперед з підвищенням ступеня інтеграції, проблема підвищення точності і відмовостійкості їх електронних компонентів залишається актуальною. Особливо це стосується аналогових, аналого-цифрових елементів і пристроїв, зокрема, таких як підсилювачі постійного струму, багаторозрядні АЦП і ЦАП та ін. Для них ця проблема проявляється у тому, що, по-перше, треба забезпечити первинну точність задання параметрів елементів, тобто гарантувати відповідний рівень інструментальних похибок на етапі виготовлення. По-друге, треба забезпечити стабільність цих параметрів під час експлуатації за умови змінення температури, тиску, впливу вологи, радіації, а також старіння. Відхилення цих параметрів від номінальних значень призведе до поступових відмов (метрологічних відмов) [1, 2, 3], що є домінуючими для вказаних елементів і пристроїв. Останнє має наслідком збільшення похибок перетворення і неможливість нормальної експлуатації пристроїв. Проблемами підвищення відмовостійкості АЦП і ЦАП свого часу займалися науковці Радянського Союзу, Росії, України, США [1, 4—7] та ін.

Актуальність

Підвищення точності і відмовостійкості перетворювачів форми інформації здійснюють кількома шляхами. По-перше, це технологічні прийоми та введення структурної надлишковості, що широко використовуються провідними західними фірмами, такими як Analog Devices, Intersil, Vugt-Grown та ін. Їх суть проявляється в тому, що в багаторозрядному ЦАП старша група розрядів реалізується як комбінація з декількох розрядів шляхом паралельного вмикання декількох джерел опорних струмів, напруг. При цьому похибки перетворення зменшуються за рахунок їх осереднення на кожному розряді. По-друге, це структурно-алгоритмічні методи, в основі яких лежить застосування різноманітних коригувань і калібрувань [4—8]. Калібрування — це різновид коригування, коли застосовується окрема процедура визначення відхилення ваг розрядів з перериванням процесу основного перетворення. В подальшому результати калібрування багаторазово використовуються під час перетворення. По-третє, це використання вагової надлишковості для побудови АЦП і ЦАП. При цьому вона може використовуватися з одного боку для підвищення швидкодії АЦП порозрядного врівноваження, а з іншого — для коригування похибок елементів АЦП і ЦАП, що виникають внаслідок недосконалості виготовлення аналогових вузлів, та інструментальних похибок ЦАП і АЦП під час функціонування, коли змінюються умови навколишнього середовища і впливає старіння. Проте комплексний аналіз такого підходу щодо підвищення відмовостійкості для вказаного класу приладів як у теоретичному, так і практичному планах здійснено недостатньо. Зокрема, відсутні узагальнені математичні моделі відмов ЦАП

із ваговою надлишковістю, що самокалібруються. Розв'язання цієї актуальної задачі дозволить оцінити як відмовостійкість окремих елементів, так і всього ЦАП. Тому тема статті, що присвячена вирішенню цього питання, є актуальною.

Метою статті є побудова й аналіз математичної моделі відмов ЦАП, що самокалібрується, із ваговою надлишковістю з подальшим використанням вказаної моделі для підвищення відмовостійкості пристроїв під час змінення умов навколишнього середовища і в результаті старіння.

Постановка задач

1. Отримати аналітичні рівняння, що пов'язують значення похибок перетворення та ймовірність появи поступових відмов з урахуванням первинних інструментальних похибок елементів і їх змінення у часі.
2. Оцінити математичне сподівання похибки перетворення, що викликана поступовими відмовами елементів до і після виконання процедури самокалібрування.

Розв'язання задач

Під впливом різних чинників навколишнього середовища і в процесі старіння параметри перетворювачів інформації змінюються. Тому доцільно здійснювати підтримання метрологічних характеристик шляхом коригування характеристики перетворення. Автори пропонують цю процедуру здійснювати шляхом калібрування ваг розрядів в так званому ЦАП, що самокалібрується. Структурну схему ЦАП із ваговою надлишковістю, що самокалібрується, представлено на рис. 1. Тут α -ЦАП — цифроаналоговий перетворювач, побудований на основі систем числення із ваговою надлишковістю; СП — схема порівняння аналогових сигналів; РПН — реєстр послідовного наближення; ГКС — генератор калібрувального сигналу, що задає значення калібрувального сигналу шляхом порозрядного наближення до ваги розряду ЦАП, що калібрується; БК — блок керування, що здійснює управління роботою схеми; U_i — сигнал компаратора; $A_{КАЛ}$ — калібрувальний сигнал. ГКС реалізується на реєстрі послідовного наближення і неточному ЦАП із ваговою надлишковістю, що дозволяє виконати врівноваження із точністю до молодшого кванта.

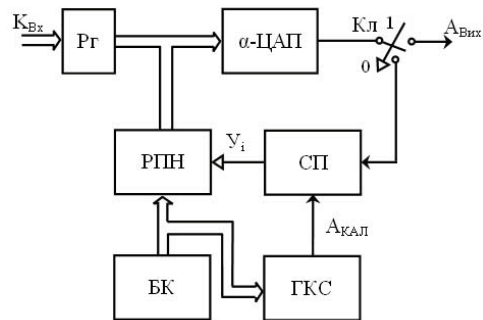


Рис. 1. Структурна схема багаторозрядного ЦАП із ваговою надлишковістю, що самокалібрується

У цьому випадку надлишковий α -ЦАП може бути побудований на неточних елементах, тобто на таких, первинні похибки яких перевищують, а іноді значно перевищують (на один-два порядки) підсумкові похибки перетворення. Розрядна сітка такого α -ЦАП, наведена на рис. 2, умовно розбивається на групу «неточних» старших розрядів і «точних» молодших. При цьому всі ваги розрядів мають однаковий технологічний допуск δQ , причому досить значний — 1...10%, що значно спрощує технологію виготовлення аналогових вузлів і, зокрема, дозволяє відмовитися від лазерного припасування ваг розрядів ЦАП. Це забезпечує цілісність структури матеріалів елементів, їх стабільність і зменшення вартості. Для двійкових АЦП існують і інші моделі розподілу похибок розрядної сітки, наприклад, старші — «точні», за умови що їх абсолютні відхилення не перевищують половини молодшого значимого кванта, і молодші, відповідно, умовно «неточні», коли їх абсолютна похибка також не перевищує половини молодшого значимого кванта, але відносна похибка більша ніж для старших розрядів. Проте це ускладнює технологію припасування ваг розрядів.

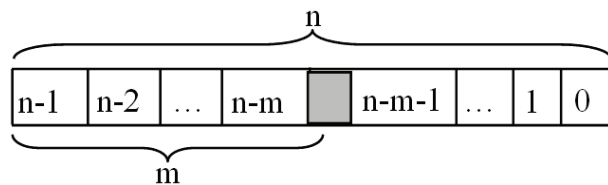


Рис. 2. Модель розрядної сітки α -ЦАП у режимі самокалібрування

Точними вважаються молодші розряди, абсолютне відхилення яких менше половини молодшого кванта:

$$\Delta Q_{i \max} \leq 0,5 Q_0,$$

де Q_0 — вага молодшого розряду; $\Delta Q_{i \max}$ — максимальне значення абсолютної похибки i -го розряду, що залежить від технологічного допуску δQ на відхилення від ідеального значення ваги i -го розряду $Q_{i \text{ ід}}$:

$$\Delta Q_{i \max} = \delta Q \cdot Q_{i \text{ ід}}.$$

За таких умов відхилення $\Delta Q_{i \max}$ старших розрядів із номерами $i \geq (n - m)$ можуть бути значними і принаймні більшими за половину молодшого кванта, а відхилення $\Delta Q_{i \max}$ розрядів із номерами $i < (n - m)$ будуть меншими половини молодшого кванта:

$$\begin{cases} \Delta Q_{i \max} > 0,5 Q_{1 \text{ ід}}, \text{ якщо } i \geq n - m; \\ \Delta Q_{i \max} < 0,5 Q_{1 \text{ ід}}, \text{ якщо } i < n - m. \end{cases}$$

Слід відзначити, що відхилення кожного «неточного» i -го розряду $\Delta Q_{i \max}$ буде складатися з виробничого допуску $\Delta Q'_i$ і експлуатаційного допуску $\Delta Q''_i$ [3].

$$\Delta Q_{i \max} = \Delta Q'_i + \Delta Q''_i.$$

Виробничий допуск — це припустимі відхилення параметрів вузлів та елементів, тобто так звані первинні похибки виготовлення. Вони є усталеними і не змінюються. Коригування цих похибок здійснюється кожного разу перед експлуатацією після вмикання пристрою. Експлуатаційний допуск — це можливі вторинні похибки, що з'являються в процесі експлуатації під впливом різних чинників і через старіння. Вторинні похибки змінюються під час експлуатації пристрою. Ці типи похибок можуть бути на одному рівні, але, як правило, для ЦАП, що самокалібруються, вторинні похибки менші первинних, тобто $\Delta Q''_i \leq \Delta Q'_i$.

У загальному випадку відмови елементів ЦАП можуть призводити або до виходу з ладу схеми перетворювача в цілому — це катастрофічні відмови, або до появи похибок у процесі кодування — поступові відмови [5]. Привалюючими в аналого-цифрових пристроях (АЦП і ЦАП) є саме поступові відмови, оскільки саме вони проявляються в процесі експлуатації. Щодо катастрофічних відмов, то вони виявляються під час виготовлення.

Основним показником надійності при катастрофічних відмовах є ймовірність безвідмовної роботи на заданому інтервалі часу, що визначається як

$$P(t) = e^{-\left(\sum_{i=1}^m \lambda_i\right)t},$$

де λ_i — середня інтенсивність відмов i -го розряду; m — загальна кількість неточних розрядів.

Цей показник враховує загальну кількість елементів схеми перетворювача й інтенсивність їх відмов та не враховує при цьому вплив на точність кодування поступових відмов розрядів ЦАП, що б дало можливість говорити про відмовостійкість ПФІ. Це пояснюється тим, що порівняно з «чисто» цифровими пристроями, мікросхеми яких містять $10^6 \dots 10^7$ активних елементів, АЦП і ЦАП містять значно меншу кількість елементів $10^2 \dots 10^4$. Тому ймовірність появи катастрофічної відмови в цифрових пристроях буде багато більша ніж в ПФІ. В останніх привалюючими є поступові відмови, які з'являються в процесі експлуатації. Крім того, після процесу виготовлення АЦП і ЦАП, в яких виявлено катастрофічну відмову, відразу відбраковуються.

Показники відмовостійкості при поступових відмовах не стандартизовані [3]. Основним показником відмовостійкості є $P_{\Pi}(t)$ — ймовірність безвідмовної роботи по поступових відмовах. Це ймовірність того, що за час t основна похибка перетворювача не вийде за межі половини молодшого кванта, а похибка окремого розряду — за межі встановленого допуску $\Delta Q''_i$ [3]. Таким чином, відмовою в цьому випадку вважається вихід похибки за задані межі. При цьому припускається, що катастрофічні відмови відсутні і похибки ваг розрядів задовольняють нормальний закон із

середньоквадратичним відхиленням $\sigma'(\Delta Q_i)$ [3]. Разом із тим, $P_{\Pi}(t)$ з часом зменшується в результаті старіння і впливу чинників навколишнього середовища на параметри елементів, що веде до зміни характеристик розподілу: математичного сподівання $M(\Delta Q_i)$ і середньоквадратичного відхилення $\sigma(\Delta Q_i)$. Зміна ваги i -го розряду із врахуванням зміни температури і старіння підлягає такому закону [9, 10]

$$Q_i \approx Q_{i0} [1 + \mu_{Q_i} (T - T_0)] [1 + \nu_{Q_i} t],$$

де $\mu_{Q_i} = \frac{Q_{i1} - Q_{i0}}{Q_{i0} (T_{Q_{i1}} - T_{Q_{i0}})}$ — температурний коефіцієнт; $\nu_{Q_i} = \frac{Q_{it_1} - Q_{it_0}}{Q_{it_0} (t_1 - t_0)}$ — коефіцієнт часової нестабільності.

При цьому густина розподілу $p(\Delta Q_i)$ залишається нормальною, а зміни представляються лінійною функцією часу [3]:

$$M[\Delta Q_i(t)] = At;$$

$$\sigma[\Delta Q_i(t)] = \sigma_1(\Delta Q_i) + Bt.$$

Враховуючи первинні похибки $\Delta Q'_i$, ймовірність $P_{\Pi}(t)$ дорівнює відношенню кількості розрядів Q_i групи ЦАП N_0 , похибка яких менша $\pm \Delta Q'_i$ на момент часу t_i , до загальної кількості перетворювачів N і визначається як

$$P(-\Delta Q'_i < \Delta Q_i < +\Delta Q'_i) = 2\Phi'(\Delta Q'_i / \sigma'(\Delta Q_i)),$$

де $\Phi'(\Delta Q'_i / \sigma'(\Delta Q_i))$ — нормована функція Лапласа, $P'(-\Delta Q'_i < \Delta Q < +\Delta Q'_i)$ — заштрихована площа на рис. 3.

Кількість придатних точних N_0 групи ЦАП

$$N_0 = N \cdot 2\Phi(\Delta Q'_i / \sigma'(\Delta Q_i)).$$

Густина розподілу похибки з урахуванням змінення в часі

$$p(\Delta Q_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\sigma'(\Delta Q_i) + Bt)} e^{-\frac{(\Delta Q_i - At)^2}{2[\sigma'(\Delta Q_i) + Bt]^2}},$$

де $p(\Delta Q_i)$ — рівняння поверхні, перетин якої площиною, що перпендикулярна до осі часу, утворює нормальну криву розподілу.

Ймовірність $P_{\Pi}(t)$ для вторинних похибок $\Delta Q''_i$

$$P(-\Delta Q''_i < \Delta Q_i < +\Delta Q''_i) = \Phi\left[\frac{\Delta Q''_i - At}{\sigma'(\Delta Q_i) + Bt}\right] - \Phi\left[\frac{-\Delta Q''_i - At}{\sigma'(\Delta Q_i) + Bt}\right].$$

Кількість точних розрядів на момент часу t_i

$$N_{t_i} = N P(-\Delta Q''_i < \Delta Q_i < +\Delta Q''_i).$$

Ймовірність безвідмовної роботи при поступових відмовах у момент часу t_i для розряду Q_i ЦАП буде мати вигляд:

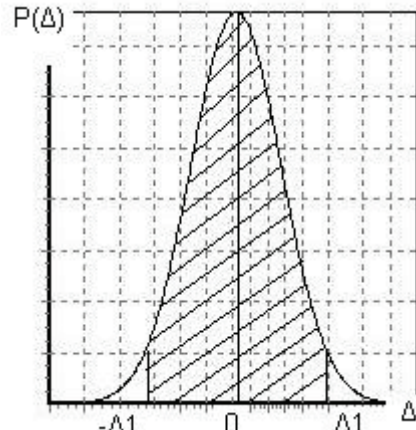


Рис. 3. Нормальний закон розподілу первинних похибок

$$P_{II}(t) = \frac{N_t}{N_0} = \frac{\Phi \left[\frac{\Delta Q_i'' - At}{\sigma'(\Delta Q_i) + Bt} \right] - \Phi \left[\frac{-\Delta Q_i'' - At}{\sigma'(\Delta Q_i) + Bt} \right]}{2\Phi \left[\frac{\Delta Q_i'}{\sigma(\Delta Q_i')} \right]}$$

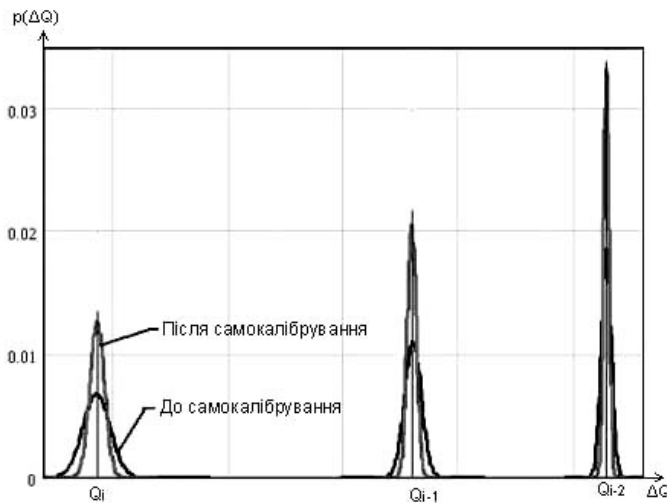


Рис. 4. Зони розподілу відхилень ΔQ_i сусідніх ваг розрядів до і після виконання процедури самокалібрування

Розподіл похибок сусідніх розрядів перетворювача з технологічним допуском на елементи δQ показано на рис. 4.

У [11] показано, що розподіл похибок по діапазону має складний стрибкоподібний характер. Тому для обрання найгіршого варіанта розподілу відхилень використовувалось комп'ютерне моделювання. Була розроблена комп'ютерна програма моделювання роботи надлишкового неточного ЦАП, що дозволяє виконувати повний перебір похибок характеристики перетворення. Дослідження проводились для надлишкового вісімнадцятирозрядного ЦАП з основою системи числення $\alpha = 1,618$ і технологічним допуском на елементи 5%.

Оцінювались похибки характеристики перетворення, зокрема похибка диферен-

ційної δQ_{DL} нелінійності, що визначались як

$$\delta Q_{DL} = \frac{A_{\text{вих } i} - A_{\text{вих } i-1}}{D} \cdot 100\%$$

де

$$Q_i = Q_{i \text{ ід}} \pm \Delta Q_i, \quad D = \alpha^n Q_0$$

Максимальне значення похибки диференціальної нелінійності j -го неточного розряду має значення

$$\delta Q_{DL} = Q_j - \sum_{i=0}^{j-1} a_i \cdot Q_i$$

Враховуючи (3), маємо

$$\delta Q_{DL} = Q_{j \text{ ід}} + \sum_{i=0}^{j-1} a_i \cdot (Q_{i \text{ ід}} + \Delta Q_i) = Q_{j \text{ ід}} - \sum_{i=0}^{j-1} a_i \cdot Q_{i \text{ ід}} + \Delta Q_j - \sum_{i=0}^{j-1} a_i \cdot \Delta Q_i$$

Для систем числення із ваговою надлишковістю характерним є співвідношення $Q_i = Q_{i-1} + Q_{i-2}$. Дослідження показали, що $Q_{j \text{ ід}} - \sum_{i=0}^{j-1} a_i \cdot Q_{i \text{ ід}} \rightarrow 0$, тому

$$\delta Q_{DL} = \Delta Q_j - \sum_{i=0}^{j-1} a_i \cdot \Delta Q_i$$

Зменшення похибок лінійності здійснюється шляхом калібрування характеристики перетворення. У праці [12] описано різні стратегії самокалібрування. Калібрування первинних похибок виконується відразу після початку роботи ЦАП. Щодо вторинних похибок, то їх калібрування проводиться періодично під час роботи ЦАП. Періодичність виконання процедури самокалібрування залежить від умов експлуатації.

Слід відзначити, що під час самокалібрування відбувається зменшення як похибок лінійності, так і масштабу. На рис. 4 показані криві розподілу похибок масштабу характеристики перетворення до і після самокалібрування. Розподіл нелінійної складової сусідніх розрядів, що характеризує похибки лінійності, показано на рис. 5. Оцінювання результатів шляхом комп'ютерного моделювання показало, що відбувається зменшення вказаних похибок на кілька порядків залежно від стратегії самокалібрування.

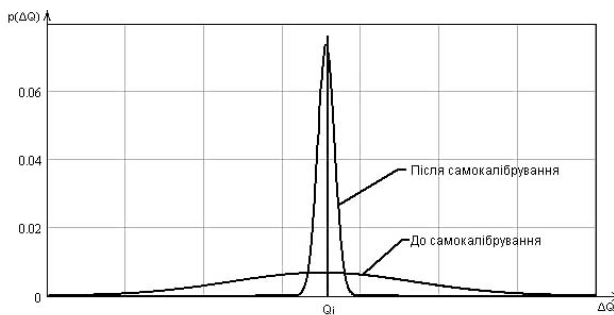


Рис. 5. Розподілу нелінійної складової до і після самокалібрування

Висновки

1. Отримано аналітичні рівняння, що дають можливість пов'язати значення ймовірності появи поступових відмов та первинні інструментальні похибки й їх змінення в часі.
2. Показано, що відношення значень відхилень розрядів до і після самокалібрування для багаторозрядних перетворювачів може складати кілька порядків (2—4 порядки).
3. Доведено, що використання процедури самокалібрування для ЦАП із ваговою надлишковістю дозволяє істотно підвищити відмовостійкість перетворювача до первинних і вторинних похибок елементів, що виникають в процесі старіння і під впливом чинників навколишнього середовища.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Иванов В. Н. Проектирование аналоговых систем на специализированных БИС / В. Н. Иванов, В. В. Иванов. — Ленинград: ЦНИИ «Рубин», 1988. — 141 с.
2. Надійність техніки. Моделі відмов. Основні положення: ДСТУ 3433-96. — К.: Держстандарт України.
3. Орнатский П. П. Теоретические основы информационно-измерительной техники / П. П. Орнатский. — К.: Вища школа. Головное издательство. 1983. — 455 с.
4. Гитис Э. И. Аналого-цифровые преобразователи / Э. И. Гитис, Е. А. Пискулов. — М.: Энергоиздат. 1981. — 360 с.
5. Полупроводниковые кодирующие и декодирующие преобразователи / Под ред. В. Б. Смолова и Е. А. Смирнова. — Л.: Энергия, 1967. — 312 с.
6. Грушвицкий Р. И. Аналого-цифровые периферийные устройства микропроцессорных систем / Р. И. Грушвицкий, А. Х. Мурсаев, В. Б. Смолов. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд., 1989. — 160 с.
7. Phillip E. Allen. CMOS Analog Circuit Design. Second Edition / E. Allen Phillip, R. Holberg Douglas. — New York: Oxford University Press, 2002. — 797 p.
8. Азаров О. Д. Основи теорії аналого-цифрового перетворення на основі надлишкових позиційних систем числення: [монографія]. — Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2004. — 260 с.
9. Alan Hasting. The art of analog layout / Alan Hasting. — New Jersey: Prentice Hall, 2001. — P. 539.
10. Никулин С. М. Надежность элементов радиоэлектронной аппаратуры / С. М. Никулин. — М.: Энергия, 1979. — 80 с.
11. Азаров О. Д. Характеристика перетворення порозрядного АЦП, що самокалібрується, побудованого на неточному ЦАП із ваговою надлишковістю / О. Д. Азаров, О. В. Кадук // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. — 2007. — № 3 (10). — С. 8—18.
12. Азаров О. Д. Стратегії самокалібрування характеристики перетворення АЦП порозрядного кодування із ваговою надлишковістю / О. Д. Азаров, О. В. Кадук // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2008. — № 1 (76). — С. 102—110.

Рекомендована кафедрою обчислювальної техніки

Надійшла до редакції 27.09.08
Рекомендована до друку 20.10.08

Азаров Олексій Дмитрович — завідувач кафедри; **Кадук Олександр Володимирович** — аспірант.

Кафедра обчислювальної техніки, Вінницький національний технічний університет