

УДК 681.3.015

Н. Р. Кондратенко, к. т. н., доц.;

О. В. Чеборака, асп.

## ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ УЗАГАЛЬНЮВАЛЬНОЇ ІНТЕРВАЛЬНОЇ ТИПУ-2 НЕЧІТКОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ЧАСОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

*Досліджено можливості узагальнювальної інтервальної типу-2 нечіткої моделі (УІТ2НМ) для прогнозування часових послідовностей, яка складається з множини різновходових інтервальних типу-2 нечітких логічних систем (ІТ2НЛС). Досліджено ІТ2НЛС, яка є частковою моделлю УІТ2НМ, що дає можливість будувати адекватні ІТ2НЛС. Це, в свою чергу, дозволяє будувати адекватну УІТ2НМ, яка дає на виході вужчий інтервальный прогноз, ніж ІТ2НЛС.*

### Вступ

Головним елементом управління є процес вироблення та прийняття рішень. Цей процес включає визначення достатньої та необхідної множини альтернатив рішень, оцінювання та вибір єдиного, оптимального рішення. Допомогти знайти найбільш оптимальне рішення дозволяє прогнозування. Однак прогнозування є однією з найскладніших задач інтелектуального аналізу даних. На його складність впливають якість та кількість вихідних даних (рівень і види шуму, присутність нечітких та/або інтервальних значень, наявність пропусків в даних), зміни середовища, в якому протікає процес, що моделюється. Традиційні моделі дають на виході зазвичай точковий прогноз. Однак невизначеності, які містить процес, не дозволяють отримати достатньо точний точковий прогноз. Тому виникає потреба розробляти моделі, які дають на виході інтервальный прогноз, в межах якого може знаходитись реальне значення. Сучасні підходи до інтервального прогнозування пов'язують з визначенням довірчого інтервалу [1, 2], використанням нечіткого методу групового врахування аргументів [3, 4] та нечітких логічних систем типу-2 [5]. Найефективнішим інструментом обробки різних невизначеностей є нечіткі множини типу-2. Але основним стримуючим фактором побудови систем з використанням нечітких множин типу-2 є те, що їх побудова потребує значних обчислювальних затрат. Компромісом між здатністю ефективно обробляти невизначеності та обчислювальними затратами на побудову моделі є використання інтервальних нечітких множин типу-2, на основі яких будуються ІТ2НЛС [5, 6] та УІТ2НМ для прогнозування часових послідовностей [7—9].

### Постановка задачі

Вихідною інформацією при побудові моделі прогнозування часових послідовностей є зашумлена послідовність даних  $x(t) = s(t) + n(t)$ , де  $s(t)$ ,  $t = \overline{1, N}$  – часова послідовність і  $n(t)$  – помилки вимірювання (шум). Задача прогнозування часової послідовності полягає у визначенні майбутнього значення  $s(t+l)$  на основі вікна  $p$  попередніх значень послідовності  $x(t)$ ,  $t = \overline{1, N}$ ; де  $l$  – крок прогнозування.

УІТ2НМ для прогнозування часових послідовностей складається з множини часткових різновходових моделей, кожна з яких являє собою ІТ2НЛС. Використання УІТ2НМ дозволяє отримати вужчий інтервальный прогноз на практиці порівняно з ІТ2НЛС [7].

Поставимо задачу дослідити можливості УІТ2НМ для прогнозування часових послідовностей, що дозволяє зменшити ширину інтервального прогнозу.

### Методика дослідження

Оскільки УІТ2НМ будується на основі множини ІТ2НЛС, то спочатку дослідимо архітектуру ІТ2НЛС і способи побудови даних систем з метою знаходження адекватних ІТ2НЛС, що дозво-

литель побудувати в свою чергу адекватну УІТ2НМ, яка даватиме на виході вузкий інтервальний прогноз, ніж ІТ2НЛС.

Кожна ІТ2НЛС, яка є частковою моделлю УІТ2НМ, містить нечітку базу знань (набір правил ЯКЩО-ТО), блок приведення до нечіткості, механізм нечіткого логічного виведення та вихідний процесор, що включає блок пониження типу. Структуру ІТ2НЛС зображено на рис. 1.

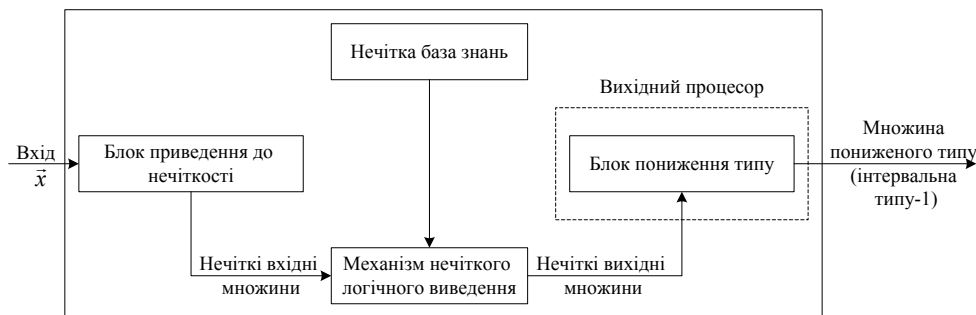


Рис. 1. Інтервальна нечітка логічна система типу-2

З рис. 1 видно, що виходом ІТ2НЛС є інтервальна множина типу-1 (часто називають інтервальною множиною). Традиційна нечітка логічна система типу-2 містить також блок приведення до чіткості, що входить до вихідного процесора. Даний блок дозволяє отримати на виході системи окрім нечіткої множини типу-1 (інтервальної множини для ІТ2НЛС) ще й чітке значення. Відсутність цього блоку в ІТ2НЛС пояснюється тим, що при побудові як даної системи, так і усієї узагальнювальної моделі, використовуються критерії, направлені на мінімізацію ширини інтервального прогнозу, а не на мінімізацію похибки точкового прогнозу.

Існує декілька методів формування баз правил нечітких логічних систем (НЛС) з навчальних даних [5]. Розглянемо основні два:

1. Дані визначають центри нечітких множин, що з'являються в антецедентах та консеквентах правил.

Інші параметри нечітких множин задаються розробником НЛС. Число нечітких множин кожного антецедента та консеквента (нечітких термів кожної вхідної та вихідної змінної) за цим способом формування баз правил дорівнюватиме числу правил, яке в свою чергу дорівнюватиме числу навчальних векторів даних. Основний недолік даного підходу полягає в тому, що сформована база правил з малої чи середньої за розміром навчальної вибірки може бути надлишковою, а при великій – ще й громіздкою. Для усунення даного недоліку потрібно зменшити надлишковість бази правил.

2. Попередньо визначаються нечіткі множини антецедентів та консеквентів і потім пов'язуються дані з цими нечіткими множинами (метод Вонга-Менделя).

Розробник нечіткої логічної системи сам визначає число нечітких множин кожного антецедента та консеквента, а також задає значення усіх їхніх параметрів. Даний підхід дозволяє отримати базу знань з числом правил меншим або рівним числу навчальних векторів даних. Недоліком даного підходу порівняно з попереднім є те, що розробник спочатку не знає оптимального числа нечітких множин кожного антецедента та консеквента. Для його знаходження потрібно дослідити залежність якості прийняття рішень НЛС від числа нечітких множин антецедентів та консеквентів. Також необхідно зменшити надлишковість бази правил, сформованої даним методом, якому теж присутній недолік першого підходу.

Ми обираємо перший підхід для формування баз правил НЛС з навчальних даних, оскільки він не потребує додаткового дослідження для знаходження оптимального числа нечітких множин антецедентів та консеквентів.

Нечітка база знань ІТ2НЛС містить  $M$  правил такої форми:

$$R^i: \text{ЯКЩО } x_1 = \tilde{F}_1^i \text{ I } \dots \text{ I } x_p = \tilde{F}_p^i, \text{ ТО } y = \tilde{G}^i, \quad i = \overline{1, M}, \quad (1)$$

де  $\tilde{F}_1^i, \dots, \tilde{F}_p^i, \tilde{G}^i$  — інтервальні нечіткі множини типу-2.

Це правило представляє відношення типу-2 між вхідним простором  $X_1, \dots, X_p$  і вихідним простором  $Y$  ІТ2НЛС.

Приведення до нечіткості вхідних значень ІТ2НЛС здійснюється за допомогою інтервальних функцій належності типу-2:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \int_{u \in J_x} f_x(u)/u = \int_{u \in J_x} 1/u, J_x \subseteq [0,1], \tag{2}$$

де  $J_x$  – первинна належність  $x$  інтервальній нечіткій множині типу-2  $\tilde{A}$ , яка є областю визначення вторинної функції належності;  $f_x(u)$  – вторинна степінь, яка є амплітудою вторинної функції належності; оскільки вторинними функціями належності інтервальної нечіткої множини типу-2 є інтервальні множини, то  $f_x(u) = 1, \forall u \in J_x \subseteq [0,1]$ .

Поширеними формами функцій належності є трикутна, гаусова та дзвоноподібна. Перевагами гаусової та дзвоноподібної функцій належності є їх гладкість, лаконічний запис та ненульове значення у будь-якій точці. Однак лише гаусова функція належності має перевагу, яка зумовлена тим, що гаусовий (або нормальний) розподіл є найбільш поширеним у природі. Переваги гаусової форми функцій належності роблять її найбільш поширеною при розробці НЛС. Тому ми також обираємо гаусову форму функцій належності для побудови ІТ2НЛС.

Існує два основні способи задання первинних функцій належності інтервальних нечітких множин типу-2:

- з невизначеним центром та сталим відхиленням.
- зі сталим центром та невизначеним відхиленням.

Гаусова первинна функція належності з невизначеним центром  $m \in [m_l, m_r]$  та сталим відхиленням  $\sigma$  визначається з формули

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - [m_l, m_r]}{\sigma} \right)^2}. \tag{3}$$

Гаусова первинна функція належності зі сталим центром  $m$  та невизначеним відхиленням  $\sigma = [\sigma_l, \sigma_u]$  задається так:

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - m}{[\sigma_l, \sigma_u]} \right)^2}. \tag{4}$$

Графіки обох гаусових первинних функцій належності показано на рис. 2.

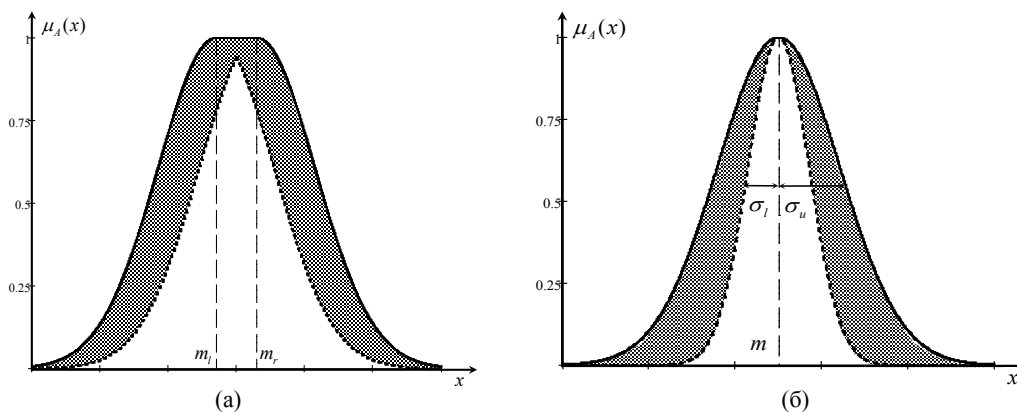


Рис. 2. Графіки гаусових первинних функцій належності з невизначеним центром і сталим відхиленням (а) та зі сталим центром і невизначеним відхиленням (б)

Вибір конкретної первинної функції належності обумовлений характером невизначеності вхідних даних. Тому лише розробник ІТ2НЛС за допомогою експерта виходячи зі специфіки конкретної часової послідовності може обрати тип гаусових первинних функцій належності для побудови адекватної ІТ2НЛС.

Результатом операцій над входами та антецедентами ІТ2НЛС є множина активізації, яка є інтервальною множиною типу-1

$$F^i = [f^i, \bar{f}^i] = \left[ \prod_{k=1}^p \underline{\mu}_{\tilde{F}_k^i}(x_k), \prod_{k=1}^p \bar{\mu}_{\tilde{F}_k^i}(x_k) \right], \quad i = \overline{1, M}, \quad (5)$$

де  $\underline{\mu}_{\tilde{F}_k^i}(x_k)$  і  $\bar{\mu}_{\tilde{F}_k^i}(x_k)$  – нижня і верхня степені належності інтервальної функції належності типу-2  $\mu_{\tilde{F}_k^i}(x_k)$ ,  $k = \overline{1, p}$ .

Активізована вихідна множина консеквента правила  $R^i$  обчислюється з формули

$$\mu_{\tilde{B}^i}(y) = \int_{b^i} 1/b^i, b^i \in [f^i \cdot \underline{\mu}_{\tilde{G}^i}(y), \bar{f}^i \cdot \bar{\mu}_{\tilde{G}^i}(y)], \quad (6)$$

де  $\underline{\mu}_{\tilde{G}^i}(y)$  і  $\bar{\mu}_{\tilde{G}^i}(y)$  – нижня і верхня степені належності інтервальної функції належності типу-2  $\mu_{\tilde{G}^i}(y)$ .

Для пониження типу вихідної інтервальної нечіткої множини типу-2 до типу-1 ми використовуємо метод центра множин [5]

$$Y_{\cos}(\bar{x}) = [y_l, y_r] = \frac{\int_{y^1 \in [y_l^1, y_r^1]} \dots \int_{y^M \in [y_l^M, y_r^M]} f^1 \in [f^1, \bar{f}^1] \dots \int_{f^M \in [f^M, \bar{f}^M]} 1}{\sum_{i=1}^M f^i y^i} \cdot \sum_{i=1}^M f^i, \quad (7)$$

де  $Y_{\cos}(\bar{x})$  — інтервальна множина, що визначається двома крайніми точками  $y_l$  і  $y_r$ ;  $[y_l^i, y_r^i]$  — центроїд інтервальної множини типу-2 консеквента  $\tilde{G}^i$ , який обчислюється з формули

$$C_{\tilde{G}^i} = \frac{\int_{\theta_1 \in J_{y_1}} \dots \int_{\theta_N \in J_{y_N}} 1}{\sum_{i=1}^N \theta_i} = [y_l^i, y_r^i]. \quad (8)$$

Для обчислення крайніх точок  $y_l$  і  $y_r$  ми використовуємо алгоритм Карніка-Менделя [5].

Для навчання ІТ2НЛС ми запропонували процедуру, характерною особливістю якої є подвійне використання генетичного алгоритму для налаштування параметрів системи [6]. Суть даної процедури навчання полягає в наступному: спочатку будується НЛС типу-1, зменшується надлишковість бази правил побудованої системи і здійснюється її навчання за допомогою генетичного алгоритму, далі функції належності типу-1 перетворюються в інтервальні функції належності типу-2 і розтягуються, поки не врахують невизначеності експериментальних даних, після чого здійснюється подальше навчання уже отриманої ІТ2НЛС за допомогою генетичного алгоритму.

Тепер дослідимо УІТ2НМ для прогнозування часових послідовностей. УІТ2НМ складається з множини  $v$  часткових різновходових моделей та блоку агрегації  $\cap/U$ , який виконує обчислення результуючого інтервального прогнозу [7]. Кожна часткова модель являє собою ІТ2НЛС з числом входів  $p = \overline{p_1, p_v}$ . Структуру УІТ2НМ зображено на рис. 3.

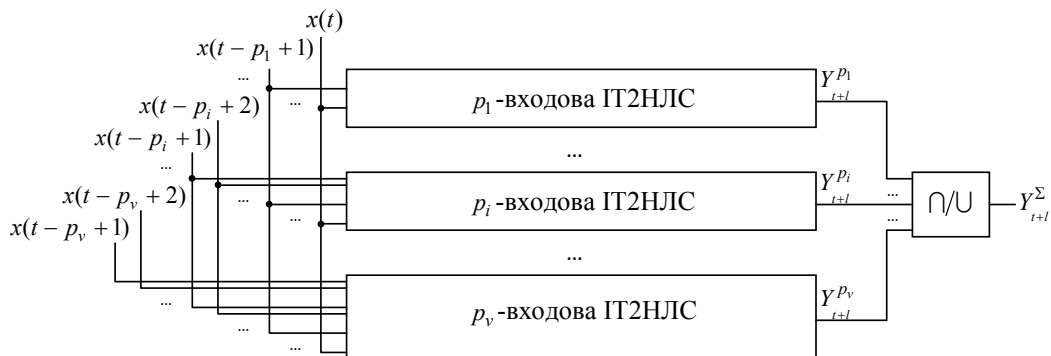


Рис. 3. Узагальнювальна інтервальна типу-2 нечітка модель для прогнозування часових послідовностей

Обчислення результатного інтервального прогнозу  $Y^\Sigma = [y_l^\Sigma, y_r^\Sigma]$  здійснює блок агрегації  $\cap/\cup$  УІТ2НМ за формулою

$$Y^\Sigma = \begin{cases} \bigcap_{i=1}^v Y^{p_i}, \bigcup_{i=1}^v Y^{p_i} \neq \emptyset; \\ \bigcup_{i=1}^v Y^{p_i}, \bigcap_{i=1}^v Y^{p_i} = \emptyset, \end{cases} \quad (9)$$

де  $Y^{p_i} = [y_l^{p_i}, y_r^{p_i}]$  — інтервальний прогноз  $p_i$ -вхідової часткової нечіткої моделі;  $v$  — число часткових нечітких моделей, які входять до структури УІТ2НМ.

Включення ІТ2НЛС до структури УІТ2НМ визначається значенням критерію вибору, у якості якого обрано середньоквадратичну ширину інтервального прогнозу на тестовій вибірці

$$RMSW = \frac{1}{\sqrt{N_t}} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_t} (y_r^i - y_l^i)^2}, \quad (10)$$

де  $N_t$  — число тестових наборів даних.

Для знаходження порядку включення ІТ2НЛС до УІТ2НМ проводиться дослідження залежності середньоквадратичної ширини інтервального прогнозу ІТ2НЛС на тестовій вибірці від кількості входів. Включення ІТ2НЛС до структури УІТ2НМ припиняється за однієї або кількох таких умов:

- 1) ширина інтервального прогнозу не зменшується по жодній з точок послідовності;
- 2) зменшення ширини інтервального прогнозу є не суттєвим;
- 3) подальше зменшення ширини інтервального прогнозу не виправдовує затрат обчислювальних ресурсів.

Детальний алгоритм побудови УІТ2НМ для прогнозування часових послідовностей описано в [7].

Приклад обчислення інтервального прогнозу УІТ2НМ показано на рис. 4.

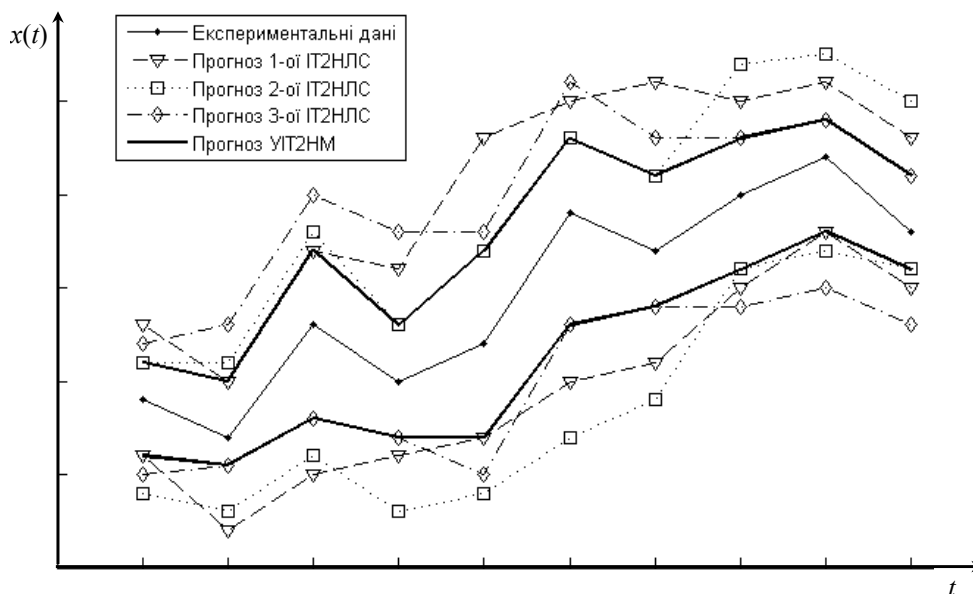


Рис. 4. Приклад обчислення інтервального прогнозу УІТ2НМ

На практиці УІТ2НМ було апробовано при розв’язанні задачі прогнозування площі лазерних плям лазерної траси, яка виникає в таких областях як системи зв’язку, системи навігації, системи спостереження [7]. Побудована УІТ2НМ, що складалася з шести ІТ2НЛС з числом входів  $p = \overline{3,8}$ , дозволила зменшити середню ширину інтервального прогнозу на тестовій вибірці на 14% порівняно з найкращою ІТ2НЛС.

## Висновки

Досліджено можливості УІТ2НМ для прогнозування часових послідовностей, що дозволяє зменшити ширину інтервального прогнозу. Також досліджено ІТ2НЛС, яка є частковою моделлю УІТ2НМ, що дає можливість будувати адекватні ІТ2НЛС. Це в свою чергу дозволяє будувати адекватну УІТ2НМ, яка дає на виході вужчий інтервальный прогноз, ніж ІТ2НЛС. Таким чином, УІТ2НМ можуть широко використовуватись на практиці при розв'язанні прикладних задач прогнозування часових послідовностей.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Єріна А. М. Статистичне моделювання та прогнозування: Навч. посібник / А. М. Єріна — К.: КНЕУ, 2001. — 170 с.
2. Грешилов А. А. Математические методы построения прогнозов / А. А. Грешилов, В. А. Стакун, А. А. Стакун — М.: Радио и связь, 1997. — 112 с.
3. Зайченко Ю. П. Нечіткий метод групового врахування аргументів та його застосування в задачах прогнозування макроекономічних показників / Ю. П. Зайченко, О. Г. Кебкал, В. Ф. Крачковський // Наукові вісті НТУУ КПІ. — 2000. — № 2. — С. 18—26.
4. Зайченко Ю. П. Основи проектування інтелектуальних систем. Навчальний посібник / Ю. П. Зайченко — К.: Видавничий Дім «Слово», 2004. — 352 с.
5. Mendel J. M. Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions / J. M. Mendel — NJ: Prentice Hall, 2001.
6. Кондратенко Н. Р. Нечіткі множини в задачах прогнозування часових послідовностей / Н. Р. Кондратенко, О. В. Чеборака // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2006. — № 6. — С. 52—57.
7. Кондратенко Н. Р. Прогнозування часових послідовностей з використанням різновходових нечітких моделей на основі інтервальних функцій належності / Н. Р. Кондратенко, О. В. Чеборака, С. М. Куземко // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2007. — № 4. — С. 62—68.
8. Кондратенко Н. Р., Чеборака О. В. Узагальнююча інтервальна типу-2 нечітка модель для прогнозування часових послідовностей / Н. Р. Кондратенко, О. В. Чеборака // Системний аналіз та інформаційні технології : матеріали X міжнародної науково-технічної конференції. — К.: НТУУ «КПІ». — 2008. — С. 207.
9. Cheboraka O. V. Time series forecasting based on aggregation of interval type-2 fuzzy logic systems / O. V. Cheboraka // Scientific Information for Society — from Today to the Future: Abstracts of the 21<sup>st</sup> International CODATA Conference. — K: NTUU «KPI». — 2008. — P. 78.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління

Надійшла до редакції 21.10.08  
Рекомендована до друку 20.11.08

**Кондратенко Наталія Романівна** — професор, **Чеборака Олександр Валерійович** — аспірант.

Кафедра обчислювальної техніки, Вінницький національний технічний університет