УДК 62.50:658

П. В. Северілов,
К. І. Гула, студ.

МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ У ВЕРТИКАЛЬНО ІНТЕГРОВАНІЙ СИСТЕМІ

Запропоновано та обгрунтовано концепції структури моделей вертикально інтегрованих систем. Поставлено і вирішено задачу оптимального розподілу ресурсу між елементами вертикально інтегрованої системи. Розроблено функціональну схему елемента системи.

Постановка проблеми

Одною із необхідних умов ефективного розвитку виробництва є інтеграція окремих технологічних ланок сучасних технічних систем. Причини: суттєві коливання і невизначеності потреб у виробах в часі і просторі; швидка зміна моделей виробів і технологій виробництва; жорстка глобалізована конкуренція, що ускладнює: роботу виробничих і логістичних систем, довгострокове планування та вимагає розробки методів якісного прогнозування і вибору ефективних управлінь. Ці причини обумовлюють параметричну і структурну динамічність виробничих систем. Сучасні виробничі системи, що утворюються на місті старих є розподіленими параметрично і структурно динамічними. **Центральна проблема** розробки моделей сучасних виробничих систем — створення методів нечутливих до «реалій» — суттєвих нестаціонарностей, нелінійностей, невизначеностей характеристик — функцій виробництва, розвитку, попиту, освоєння. Математичні пакети, не «прискорюють обчислення», а змінюють парадигму моделювання — концепцію моделі і технологію її розробки.

Постановка задачі

Задача оптимізації розподілу ресурсів між елементами вертикально інтегрованої системи — задача нелінійного програмування, звичайно цілочислова. На рис. 1 подано схему оптимального агрегування вертикально інтегрованої системи.

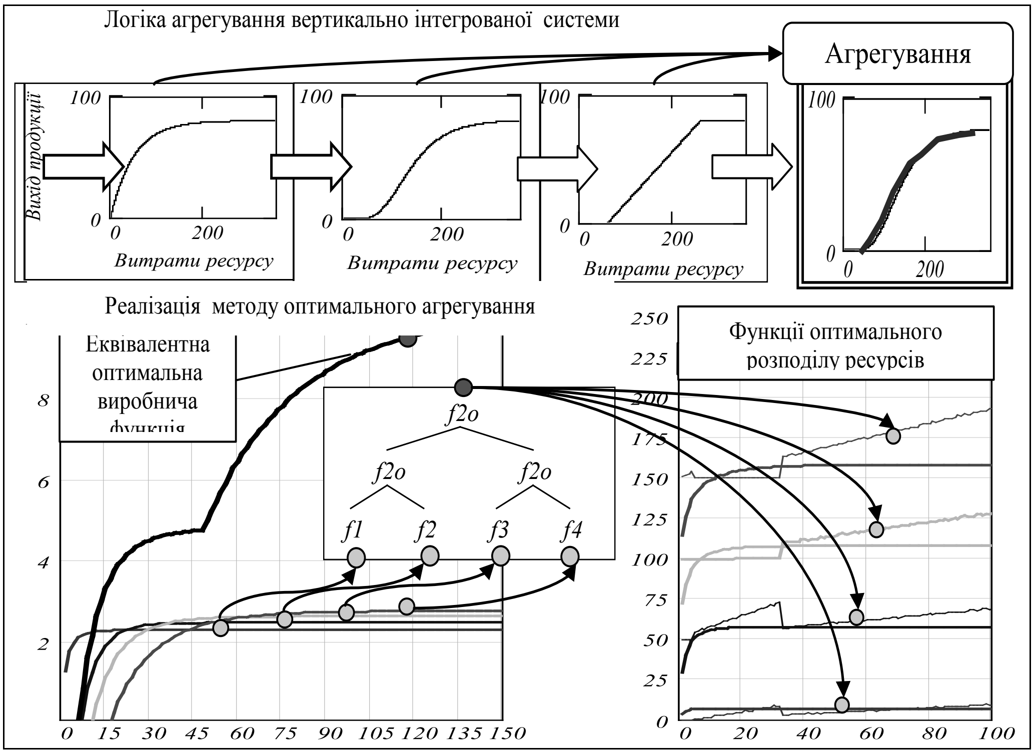

Рис. 1. Схема заміни вертикально інтегрованої системи еквівалентним оптимальним елементом

Ефективні обчислювальні методи нелінійного програмування не працюють у випадку негладких і невипуклих функцій обмежень. Метод оптимального агрегування [4, 7]) дозволяє замінити систему **паралельно** працюючих виробничих елементів одним еквівалентним оптимальним елементом. База методу — пошук екстремуму «**не інтелектуальним**» методом прямого перебору, заміна багатовимірної задачі оптимізації послідовністю одновимірних (принцип оптимальності Р. Беллмана [2]). В цілому метод майже нечутливий до розмірності задачі і виду функцій. Одною із необхідних умов ефективного інноваційного розвитку виробництва є динамічна інтеграція окремих технологічних ланок сучасних виробничих систем. Причини цього:

— суттєві коливання і невизначеності потреб у виробах в часі і просторі, що ускладнює роботу як виробничих, так і логістичних систем;

— швидка зміна моделей виробів і технологій виробництва, що ускладнює стратегічне планування;

— жорстка глобалізована конкуренція, що вимагає якісного прогнозування і вибору ефективних управлінь, а саме жорсткого контролю витрат.

Ці причини обумовлюють не тільки параметричну, але й структурну динамічність виробничих систем. Сучасні виробничі системи, що замінюють виробничі системи індустріальної епохи є розподіленими. Типовий стан сучасної виробничої системи — одночасне повне припинення, згортання технічно і технологічно застарілих виробництв і введення нових, високотехнологічних, екологічних, ресурсоефективних. Вертикальна інтеграція в залежності від зовнішніх і внутрішніх чинників може як підвищувати ефективність бізнесу, так і погіршувати — до банкрутства усіх елементів вертикальної структури. Тому оцінки ефективності такої системи повинні обов’язково ураховувати усі можливі ризики і загрози.

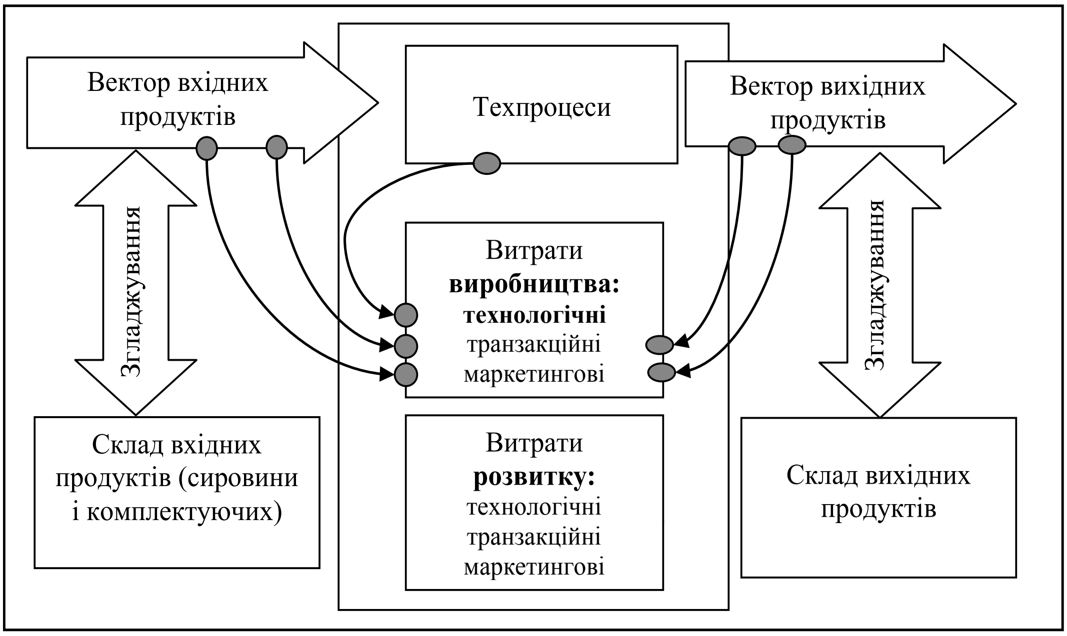

Рис. 2. Схема елемента вертикально інтегрованої системи

Схема на рис. 2 дозволяє побачити ключові характеристики елемента :

— моделі залежності транзакційних витрат від ступеня інтеграції;

— моделі залежності маркетингових витрат від ступеня інтеграції і масштабу інтегрованої системи;

— моделі витрат на створення запасів ресурсів і створення запасів готової продукції.

Припускаємо, що ступінь інтеграції не впливає на технології виробництва.

Відомі методи зведення різних класів запізнювань в технічних системах — інерційних, часових, випадкових і детермінованих в еквівалентне. Однак, питання мінімізації еквівалентного запізнення за рахунок певних витрат ресурсів не розглядались. Фактично маємо **нову задачу розробки методів заміни послідовно поєднаних виробничих елементів еквівалентним елементом з відповідними функціями виробництва і запізнення** — залежностями темпу виробництва і запізнення від ресурсів введених в систему.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

В доступних джерелах, в тому числі і в Інтернеті, не знайдено прямих аналогів з робочими моделями. В рамках невеликої статті розглядаємо джерела, що безпосередньо використані для отримання результатів [1—4]. Невирішені частини проблеми. Існує проблема розробки ефективних методів оптимізації стратегій розвитку для вертикально інтегрованих систем високої розмірності. На рис. 1 подано схему системи з послідовно працюючими елементами. Для більшості практичних задач можна сформувати глобальний критерій ефективності як мультиплікативну згортку локальних критеріїв ефективності. Потрібно знайти розподіл ресурсу між елементами системи, що дає екстремум глобального критерію.

Застосування методу оптимального агрегування для оптимізації системи з послідовно працюючими елементами

Розглянемо спочатку методику застосування методу оптимального агрегування для задачі з паралельно працюючими елементами [1]. Згідно принципу оптимальності, що виконується для даної задачі, скільки б ресурсу не виділялося в розвиток виробництва — цей ресурс повинен розподілятись оптимально. Розширюємо задачу — шукаємо не точкове розв'язання, а вектор-функцію оптимального розподілу ресурсу відповідну оптимальну узагальнену виробничу функцію системи. На рис. 1 подано схему, що відображує суть методу оптимального агрегування: ми замінюємо ланцюг елементів вертикально інтегрованої системи еквівалентним і оптимальним по відображенню «вхід — вихід» елементом.

Для виробничої системи з послідовно поєднаних елементів глобальний критерій системи з чисто логічних міркувань повинен бути мультиплікативною формою від локальних критеріїв елементів (якщо один з елементів вертикально інтегрованої системи непрацездатний, то всі наступні елементи не зможуть функціонувати). Модифікуємо цей метод для випадку мультиплікативного глобального критерію:

— задаємо моделі виробничих функцій елементів — локальні критерії та параметри цих моделей;

— записуємо еквівалентну адитивну модель задачі оптимізації — беремо логарифм від критерію;

— визначаємо для еквівалентної адитивної задачі оптимальну виробничу функцію та вектор-функцію оптимального розподілу ресурсу;

— обчислюємо отримані результати для мультиплікативної задачі.

Формування моделі вертикально інтегрованої виробничої системи

Реалізуємо цю послідовність кроків в середовищі математичного пакету. Робимо документ для базової задачі — агрегування системи з трьох елементів. Вводимо параметри математичних моделей виробничих функцій елементів. Записуємо для порівняння поряд адитивний і мультиплікативний критерії ефекту розподіленої системи

$$Is = \sum_{i=1}^{N} f\left(x_i, A_i, w_i, s_i\right);\ \mathrm{Im} = \prod_{i=1}^{N} f\left(x_i, A_i, w_i, s_i\right).$$

Використаємо символьний процесор для отримання потрібного нам виразу — логарифм від «добутку»

$$\ln\left(\prod_{i=1}^{N1} f\left(x_i, A_i, w_i, s_i\right)\right) exspand, f \rightarrow \sum_{i=1}^{N1} \ln\left(f\left(x_i, A_i, w_i, s_i\right)\right). \tag{1}$$

Введемо позначення:

$$F4l\left(x, Av, wv, sv\right) := \ln\left(F4l\left(x, Av, wv, sv\right)\right) \tag{2}$$

і запишемо вираз для критерію еквівалентної задачі

$$Jml\left(R, \alpha\right) = \sum_{i=1}^{N} F4l\left(R \cdot \alpha_1, A_1, w_i, s_i\right). \tag{3}$$

Сформулюємо оптимізаційну задачу: для кожного заданого R — обмеження по ресурсу для системи, знайти такий розподіл цього ресурсу: $(\alpha1, \alpha2, \alpha3), \alpha1 + \alpha2 + \alpha3 = 1$, що максимізує значення критерію (3).

Модуль оптимального агрегування двох елементів

Модифікуємо одну з версій [6,7] оператора оптимального агрегування. Для контролю виводимо (це обов'язковий елемент технології розробки робочих математичних моделей) цільову функцію і параметричний графік для точок максимуму при відповідних значеннях обмеження по ресурсу для трьох випадків (рис. 3):

агрегування функцій виробництва (ФВ) першого і другого елементів;

агрегування функцій виробництва (ФВ) першого і третього елементів;

агрегування функцій виробництва (ФВ) третього елемента і агрегованої функції першого і другого елементів.

Оператор оптимального агрегування бере і повертає дискретизовані виробничі функції (функції розвитку, корисності, надійності та ін.). Задаємо кількість точок дискретизації: $Kto := 200$. При відсутності необхідності внесення змін закриваємо зону з програмами агрегування.

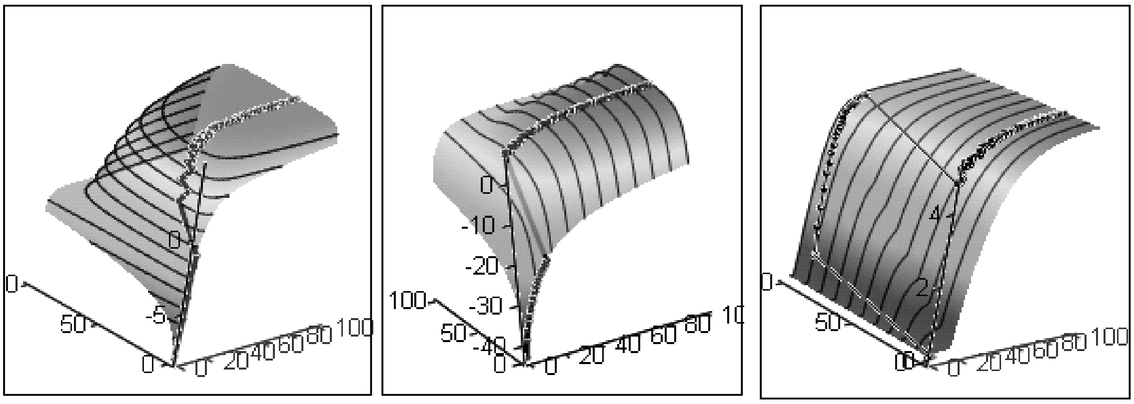

Рис. 3. Оптимальне агрегування розподіленої системи: цільові функції та годографи оптимального розподілу

Приклад отримання оптимальної виробничої функції системи

Дискретизуємо узагальнені виробничі функції елементів. Задаємо: діапазон зміни обмеження по ресурсу $Rma := 150$; кількість точок обчислення ФР $Kto := 100$. Задаємо крок квантування ресурсу $dx := Rma \div Kto$; ранжовану змінну $n := 1..Kto$; формальну функцію оптимального розподілу ресурсу в одноелементній системі $r0_n := 1$ (весь ресурс єдиному елементу).

Обчислюємо, згідно (1)—(3) оптимальну виробничу функцію системи та вектор-функцію оптимального розподілу ресурсу. На рис. 3 подано результати оптимізації системи. Результати оптимізації відповідають логіці: при малих обсягах ресурсів, основна частина ресурсів виділяється «слабким ланкам» — елементам з малою ефективністю, при збільшенні обсягу ресурсів, вони виділяються продуктивним елементам. Менш продуктивні елементи досягають стану насичення (згідно заданим виробничим функціям) і тому їм виділяється менша частка ресурсів.

Для вертикально інтегрованих систем більш природною є спряжена оптимізаційна задача. Запишемо постановку задачі для пари спряжених задач.

Пряма задача: знайти розподіл ресурсу $(x_1, x_2, ..x_i.., x_N)$, що максимізує критерій

$$F(x) = \prod_{i=1}^{N} fi(x_i, Vp_i)$$

при обмеженні $G(x) = \sum_{i=1}^{N} x_i - Rogr = 0$.

Спряжена задача: знайти розподіл ресурсу $(x_1, x_2, ..x_i.., x_N)$, що мінімізує критерій

ISSN 1997-9266. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2008. № 6

$$G(x) = \sum_{i=1}^{N} x_i$$

при обмеженні $F(x) = \prod_{i=1}^{N} fi(x_i, Vp_i) - Xtreb = 0$.

Інтерпретація спряженої задачі — мінімізація сумарних витрат на заданий випуск продукції вертикально інтегрованою системою. На рис. 4 подано результати оптимального агрегування вертикально інтегрованої системи.

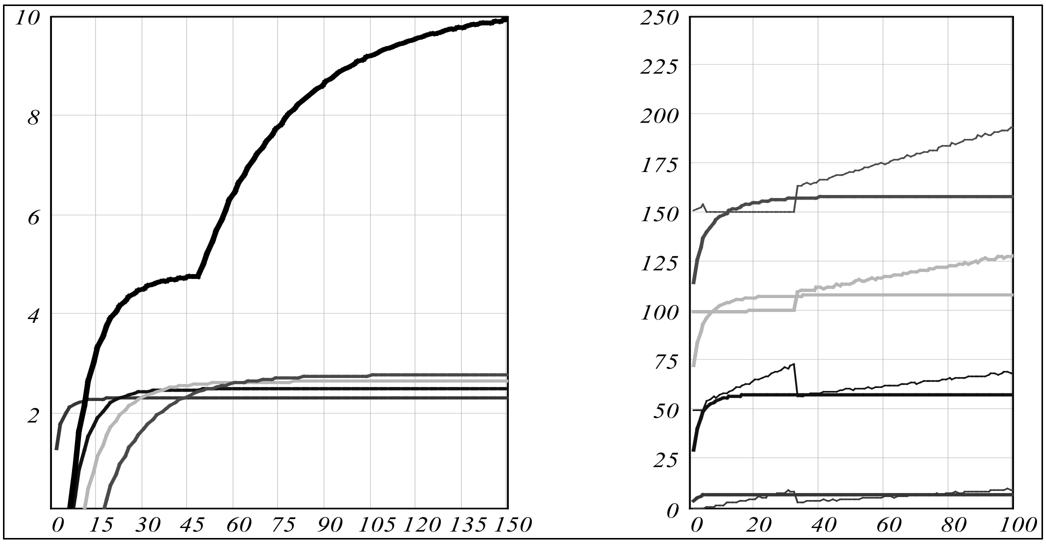

Рис. 4. Оптимальне агрегування розподіленої системи з послідовним поєднанням елементів

Задача оптимального розвитку вертикально інтегрованої системи

Задача оптимального розподілу ресурсів — перший крок до розробки ефективного методу розв'язання задачі розвитку. За термінологією Беллмана перша задача — однокрокова, а друга задача — багатокрокова. По своїй методології застосований для розв'язання однокрокової задачі метод оптимального агрегування вже є переходом від задач нелінійного програмування до задач варіаційних. Отримане розв'язання є для однокрокової задачі здається «надлишковим» — замість точкового рішення — оптимальна виробнича функція системи. Наявність такої функції дозволяє розділити задачу оптимізації розвитку в послідовність задачі оптимізації розподілу ресурсу «в часі» — між накопиченням і розвитком виробничої системи в цілому; і «в просторі» — розподіл ресурсів розвитку між елементами системи. Обґрунтування такої декомпозиції — виконання принципу оптимальності: незалежно від обсягу ресурсів виділених в розвиток, їх розподіл повинен бути оптимальним — давати максимум критерію (3).

Постановка задачі оптимального розвитку

У виробничій системі виробляються N видів продукції. Темпи випуску продукції дорівнюють $x1(t), x2(t),\ldots, xN(t)$. Задано: рівняння динаміки виробничих потужностей

$$\frac{d}{dt}x(t)_i = fin\left(y(t)_i, i\right), i = 1,\ldots,N, \quad (4)$$

критерій

$$JN = \int_{o}^{T} xs(t) \cdot unak(t)\, dt, \quad (5)$$

де $xs(t) = \sum x(t)_j$ — сумарний темп виробництва; $fin\left(y(t)_i, i\right)$ — функція розвитку i-го виробництва, що характеризує ефективність перетворення ресурсу у виробничі потужності; $unak(t)$ — управління, що визначає частку ресурсів виділену в накопичення, в розвиток йде $urzv(t)$ = (1 — $unak(t)$) частка ресурсу; $y(t)_i$ — осяг ресурсів на розвиток i-го виробництва. Потрібно визначити стратегію розвитку, що максимізує критерій (5). Маємо варіаційну задачу з N+1 змінними (з урахуванням кредитів): $y(t)_i := xs(t)\alpha u_i$ — витрати ресурсу для розвитку; $y(t)_i := xs(t)\alpha u_i$ —

витрати ресурсу для накопичення.

Наближене розв'язання задачі. На підставі чисто логічних міркувань можна сконструювати функцію-індикатор $Hi(x,\alpha)$, яка є оцінкою залежності прирощення критерію $J1$ від поточного управління $\alpha(t)$ та поточного стану $x\ (t)$ виробничих потужностей. Частка ресурсу виділена в накопичення дасть прирощення критерію $S1 = x(t)(1-\alpha)$. Прирощення продукції, що можна отримати до кінця процесу буде $S2 = \Delta x(T-t) = fin(x(t)\alpha(t))(T-t)$.

Це додатковий ресурс, який можна на наступних кроках використати для накопичення і розвитку. Адекватна точності вхідних даних оцінка прирощення критерію буде S2. Тоді маємо

$$H(x,\alpha) = S1 + S2 = x(t)(1-\alpha(t)) + fin(x(t)\alpha(t))(T-t). \qquad (7)$$

Висновки

Розроблено працездатну базову математичну модель вертикально інтегрованої виробничої системи, що дозволяє знаходити прямі оцінки ризиків оптимізованої системи в режимі обчислювальних експериментів. Базова модель може бути легко модифікована для урахування втрат від запізнень та зменшення продуктивності окремих елементів системи.

Розглянуто задачі оптимізації вертикально інтегрованих виробничих систем. Запропоновано базову схему елемента для вертикально інтегрованих систем, що враховує залежності транзакційних витрат від ступеня інтеграції. Розроблені математичні моделі і програми дозволяють створити систему для імітаційного моделювання вертикально інтегрованих систем з універсальних настроюваних модулів. Структурно динамічні і нестійкі системи характерні для вертикально інтегрованих систем різних класів і призначень. Запропоновані моделі можуть бути корисними в аналізі і прогнозуванні таких структур.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Беллман Р. Некоторые вопросы математической теории управления / Р. Беллман, И. Гликсберг, О. Гросс — М.: Издат. иностр. литер., 1962. — С. 233.

2. Мак-Дональд М. Стратегическое планирование маркетинга / М. Мак-Дональд. — Москва-Харьков: изд-во «Питер», 2001. — 267 с. — ISBN 5-314-00074-1.

3. Боровская Т. Н. Детская экономика. Моделирование и оптимизация производственных систем / Т. Н. Боровская, В. А. Северилов, И. С. Колесник // Компьютеры +Программы. — 2002. — № 2. — С. 43— 47.

4. Боровська Т. М. Основи кібернетики та дослідження операцій: [навч. посібник] / Т. М. Боровська, І. С. Колесник, В. А. Северілов. — Вінниця: ВДТУ, 2002. — 242 с.

5. Боровська Т. М. Оптимальна система управління запасами при невизначеності попиту / Т. М. Боровська, П. В. Северілов, А. С. Васюра // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія: — 2006. — № 1(5) — С. 113—118.

6. Боровська Т. М. Моделі для аналізу і оптимізації вертикально інтегрованих систем / Т. М. Боровська, П. В. Северілов // Економічна безпека сучасного підприємства: за матеріалами V Міжнар. наук.-практ. конфер. — Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2008. — С. 104—115.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління

Надійшла до редакції 21.10.08
Рекомендована до друку 20.11.08

Северілов Павло Вікторович — здобувач кафедри комп'ютерних систем управління; ***Гула Константин Ігоревич*** — студент Інституту автоматики, електроніки та комп'ютерних систем управління.

Вінницький національний технічний университет