УДК 519.85

А. І. Косолап, к. ф.-м. н., доц.;
Д. Г. Кушнаренко

ОПТИМІЗАЦІЯ ПОЧАТКУ ВИКОНАННЯ ПРОЕКТІВ ПРИ ОБМЕЖЕНИХ РЕСУРСАХ

Розглянуто складну динамічну задачу виконання множини комерційних проектів з обмеженими ресурсами. Ця задача перетворюється в багатоекстремальну, для якої пропонуються ефективні алгоритми. Розроблено програмне забезпечення для розв'язання поставленої задачі.

Постановка проблеми та огляд літератури

Сьогодні в світі вже склалися стійкі традиції використання систем керування проектами в багатьох сферах життя. А разом зі збільшенням кількості користувачів систем проектного менеджменту відбувається розширення методів та прийомів їх використання.

Еволюція теорії керування проектами показана на рис. 1.

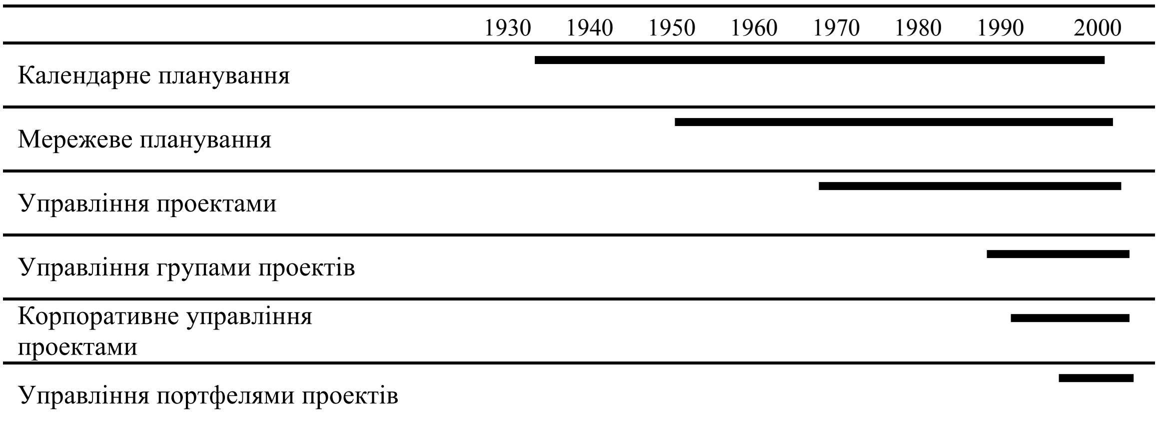

Рис. 1. Еволюція теорії керування проектами

Відомий закон Лермана стверджує: «Будь-яку технічну проблему можливо вирішити, маючи для цього достатньо часу та грошей», а наслідок Лермана додає: «Вам ніколи не вистачатиме або часу, або грошей».

Головним обов'язком керівника проекту є забезпечення своєчасного виконання робіт в межах виділених коштів, у відповідності до технічного завдання. Саме ці три складові: час, бюджет та якість робіт знаходяться під постійним наглядом керівника проекту. Саме для того, щоб керівник міг подолати сформульовану у наслідку Лермана проблему була розроблена методика керування діяльністю на основі проекту.

Розглянемо загальні задачі в області керування портфелем проектів (КПП) [1]:

— Визначення ефективності проектів (структури портфелю проектів: визначення типів та характеристик проектів, які повинні бути залучені до портфелю для досягнення мети організації). Для цього необхідно визначити систему критеріїв оцінки та сформулювати функцію цілей організації в просторі заданих критеріїв. Важливо отримати максимально узгоджену з думками всіх експертів цільову функцію.

— Формування портфелю проектів (вибір проектів, які будуть залучені до портфелю). Це є однією з найважливіших задач. До портфелю повинні потрапити лише ті проекти, які приносять найбільшу користь, задовольняють ресурсним обмеженням та відповідають стратегічним цілям організації. При цьому важливо відбирати проекти не за одним критерієм, а за достатньо великим набором параметрів (наприклад, фінансова ефективність, соціальна значимість та ін.).

— Планування процесу реалізації портфелю проектів. Плануючи просування реалізації проектів, необхідно також враховувати специфіку портфелю, яка полягає в тому, що проекти не пов'язані технологічно. Це спрощує процес планування, адже можна підібрати оптимальні варіанти портфелів за рентабельністю, власним та позиковим коштам, що залучаються під час реалізації портфелю, податковим витратам, тривалості портфелю в цілому та іншим параметрам.

— Розподіл ресурсів між проектами портфелю. Ця задача є дуже важливою та актуальною. Практично завжди організація, що прагне реалізувати деякий портфель проектів, має обмежені ресурси (людські, грошові, матеріальні, енергетичні), тому дуже важливо ефективно розподілити наявні ресурси між процесами (роботами) різних проектів.

— Оперативне керування портфелем проектів. Основною метою керування портфелем (проектами) є їх своєчасне завершення в рамках бюджету з належною якістю. Цього можна досягти лише за умови здійснення постійного моніторингу та прогнозування параметрів проекту протягом часу його реалізації та прийнятті на базі цих прогнозів обґрунтованих керівницьких рішень — оперативного керування. Під час оперативного керування портфелем необхідно постійно порівнювати планові та прогнозовані показники портфелю, отримані з урахуванням його фактичного виконання та скоректовані з урахуванням динаміки змін того чи іншого параметра.

За останні тридцять років, упродовж яких використовується технологія керування проектами, був розроблений цілий набір методів та інструментів для допомоги керівникам проектів у вирішенні цих проблем.

Визначимо такі параметри класифікації моделей керування портфелем проектів:

1. Залежність проектів. Можливі значення параметра: незалежні проекти (для яких відсутні будь-які технологічні обмеження на послідовність їх виконання та моменти початку, окрім ресурсних обмежень) та залежні проекти (для яких можливо побудувати графік, що відображає допустиму послідовність реалізації проектів).

2. Фіксованість портфелю. Можливі значення параметра: портфель фіксований і співпадає з множиною $\boldsymbol{N}$, або портфель — множина $\boldsymbol{Q} \subseteq \boldsymbol{N}$, яку необхідно визначити.

3. Задача, яку треба розв'язати. Можливі значення параметра: розв'язання задачі розподілу ресурсів або визначення моментів часу початку реалізації проектів.

Значення перших двох параметрів взаємовиключні, а третій параметр може набувати не двох значень, а чотирьох. Отже, отримуємо тринадцять варіантів оптимізаційних задач. Всі вони перелічені в таблиці, знаком «+» помічені параметри, які необхідно визначити. В таблиці перелічені задачі, які утворюються при всіх можливих комбінаціях значень параметрів.

Класифікація задач формування портфелю проектів

№	Проекти	Портфель	Розподіл ресурсів	Визначення часу	Тип задачі
1	незалежні	формування	+	+	
2	незалежні	формування	+	–	
3	незалежні	формування	–	+	
4	незалежні	формування	–	–	«Задача про рюкзак»
5	залежні	формування	+	+	
6	залежні	формування	+	–	
7	залежні	формування	–	+	
8	залежні	фіксований	+	+	
9	залежні	фіксований	+	–	«Задача розподілення ресурсів на мережах»
10	залежні	фіксований	–	+	«Задача КПСУ»
11	незалежні	фіксований	+	+	
12	незалежні	фіксований	+	–	
13	незалежні	фіксований	–	+	«Задача визначення моментів початку операцій»

Задача визначення моментів початку операцій полягає у визначенні послідовності виконання проектів (а саме моментів початку виконання) фіксованої кількості незалежних проектів (задача № 13 в таб.). Найдетальніше досліджені дві задачі — задача мінімізації втраченої вигоди та задача самофінансування.

Задача мінімізації втраченої вигоди. Задані директивні строки виконання кожного проекту, відомі також втрати (втрачена вигода) від затримки виконання проекту від його директивного строку. Необхідно знайти послідовність виконання проектів, що задовольняє ресурсним обмеженням та мінімізує втрачену вигоду. Ефективні алгоритми існують лише для окремих випадків цієї задачі [2].

Задача самофінансування полягає у визначенні моментів початку реалізації проектів з метою мінімізації залучених коштів за умови, що прибуток, отриманий від вже виконаних проектів може використовуватися під час реалізації нових. Для цієї задачі також не існує загальних ефективних алгоритмів за винятком деяких окремих випадків [3].

Зазначимо, що на сьогодні не існує загальних постановок, а також методів для задач № 1—3 та № 5—7. Задачі № 11—12 є окремими випадками задач № 8—9 відповідно. Задача № 8 для відомих залежностей між ресурсами та тривалості операцій зводиться до задачі № 9.

Постановка задачі та алгоритм її розв'язання

Однією з найскладніших задач управління проектами є визначення моментів часу впровадження n проектів, які максимізують сумарний прибуток від їх реалізації до фіксованого моменту часу T. Кожен проект характеризується трьома параметрами (a_i, τ_i, b_i), де a_i — витрати в одиницю часу на реалізацію i-го проекту, τ_i — час реалізації i-го проекту і b_i — прибуток у одиницю часу від реалізованого i-го проекту. Припускається, що час реалізації проекту не зупиняється і для реалізації усіх проектів є початковий капітал K, достатній для реалізації, як мінімум, одного проекту. Інші проекти реалізуються, використовуючи прибутки від уже реалізованих проектів. Нехай x_i — час початку реалізації i-го проекту. Тоді розглянута задача зводиться до пошуку

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{n} b_i x_i \mid K+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left[(a_i+b_i)\left|t-x_i-\tau_i\right|-a_i\left|t-x_i\right|+b_i\left(t-x_i-\tau_i\right)-a_i\tau_i\right]\geq 0,\ x\geq 0, \forall t\right\} \qquad (1)$$

$\left(\max\sum b_i\left(T-x^i-\tau_i\right)\right.$ рівносильне $\left.\min\sum b_i x_i\right)$. Функції в обмеженнях можна представити графічно (рис. 2).

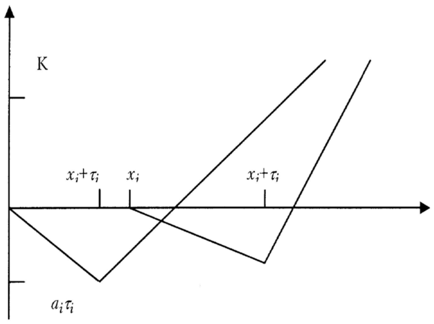

Рис. 2. Функції прибутків

Розглянута задача містить континуум обмежень та є багатоекстремальною. Точний її розв'язок – це складна проблема, тому у роботі пропонується новий метод квадратичної релаксації для її розв'язання. Суть методу у заміні модулів квадратами, враховуючи те, що точки мінімуму функцій $\sum\left|p_i x+q_i\right|$ і $\sum\left(p_i x+q_i\right)^2$ відрізняються незначно. Заміна модулів квадратами у задачі (1) дозволяє визначити точку глобального мінімуму по t функції, що визначає обмеження задачі

$$t_1=\sum_{i=1}^{n}\left[b_i x_i+\left(a_i+b_i\right)\tau_i-b_i/2\right]\Big/\sum_{i=1}^{n} b_i .$$

Це дозволяє перетворити задачу (1) у задачу, що містить тільки одне обмеження

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{n} b_i x_i \mid K+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left[(a_i+b_i)\left|t_1-x_i-\tau_i\right|-a_i\left|t_1-x_i\right|+b_i\left(t_1-x_i-\tau_i\right)-a_i\tau_i\right]\geq 0, x\geq 0\right\} \qquad (2)$$

Після підстановки значення t_1 у (2) її обмеження набудуть вигляду

$$\begin{aligned}&\left(\sum_{i=1}^{n}\left[b_i x_i+\left(a_i+b_i\right)\tau_i-b_i/2\right]\right)^2 \Big/ \sum_{i=1}^{n} b_i-\sum_{i=1}^{n} b_i x_i^2-\sum_{i=1}^{n}\left(a_i+b_i\right)\left(2x_i\tau_i+\tau_i^2\right)+\\&+\sum_{i=1}^{n}\left[b_i\left(x_i+\tau_i\right)+a_i\tau_i\right]\leq 2K.\end{aligned} \qquad (3)$$

Задача (2) також багатоекстремальна, але її точка глобального мінімуму знаходиться на одній з осей координат. Допустимою областю задачі (2) буде перетин додатного ортанту із зовнішністю еліпсоїда, що визначається обмеженням (3).

Пропонується такий алгоритм розв'язку задачі (1). Розв'язується задача (2), розв'язок якої визначає, який проект буде виконуватися останнім. Виключаємо цей проект та розв'язуємо задачу (2) для проектів, що залишились і т. д. Таким чином, послідовний розв'язок задач (2) визначає порядок реалізації проектів. Потім, за відомим порядком, час реалізації проектів визначаємо за допомогою максимального використання наявних ресурсів.

Розглянемо точний підхід до розв'язання задачі (1). Враховуючи, що точки локальних мінімумів функцій обмежень задачі (1) відомі, вона перетворюється у еквівалентну задачу з n неопуклими обмеженнями

 ISSN 1997-9266. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2009. № 3

$$\min\left\{\begin{array}{l}\sum_{i=1}^{n} b_i x_i \mid 2K + \sum_{i=1}^{n}\left[\left(a_i + b_i\right) \mid x_j + \tau_j - x_i - \tau_i \mid - a_i \mid x_j + \tau_j - x_i \mid + \right. \\ \left. \quad + b_i\left(x_j + \tau_j - x_i - \tau_i\right) - a_i\tau_i\right] \geq 0, \quad j = 1,\ldots,n, \quad x \geq 0.\end{array}\right\} \tag{4}$$

Віднімемо та додамо до кожного обмеження задачі (4) функцію

$$d = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\left(a_i + b_i\right) \mid x_j + \tau_j - x_i - \tau_i \mid . \tag{5}$$

Отримає задачу

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{n} b_i x_i \mid \sum_{i=1}^{n}\left[a_i \mid x_j + \tau_j - x_i \mid - b_i\left(x_j + \tau_j - x_i - \tau_i\right) + a_i\tau_i - d_i\right] \leq d + 2K, \quad j = 1,\ldots,n, \quad x \geq 0\right\}, \tag{6}$$

де $d_i = \sum_{j \neq i}^{n}\sum_{k=1}^{n}\left(a_i + b_i\right) \mid x_j + \tau_j - x_k - \tau_k \mid .$

Таким чином, отримана досить відома задача (5)-(6) з опуклими обмеженнями та одним опуклим обмеженням рівністю. Для її розв'язання може бути використаний алгоритм зсуву додатного ортанту, запропонований в роботі [4]. Очевидно, що потрібно знайти максимальне значення параметра d, для якого розв'язок опуклої задачі (6) буде задовольняти умову (5). Якщо розв'язок задачі (6) не задовольняє умову (5), то частина допустимої множини відсікається. Ця частина визначається гіперплощиною, яка проходить через точки перетину осей координат з границею багатогранника (5). Потім координатні площині зсуваються до дотику з межею обмежень задачі (6) з додатковим лінійним обмеженням. При фіксованому значенню параметра d даний процес розв'язання задачі (5), (6) закінчується, коли розв'язок опуклої задачі (6) задовольняє умову (5).

Висновки

Розроблене програмне забезпечення, яке реалізує запропоновані алгоритми розв'язку задачі (1) та проведені числові експерименти, які підтверджують ефективність методу квадратичної релаксації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Матвеев А. А. Модели и методы управления портфелями проектов / А. А. Матвеев, Д. А. Новиков, А. В. Цветков. — М. : ПМСОФТ, 2005. — 206 с.

2. Задачи распределения ресурсов в управлении проектами / [П. С. Баркалов, И. В. Буркова, А. В. Глаголев, В. Н. Колпачев] — М. : ИПУ РАН, 2002. — 65 с.

3. Бурков В. Н. Как управлять проектами : научно-практ. изд. / В. Н. Бурков, Д. А. Новиков — М. : СИНТЕГ–ГЕО, 1997. — 188 с.

4. Косолап А. И. Выпуклый анализ и многоэкстремальные задачи : моногр. / А. И. Косолап. — Днепропетровск : Изд-во ДНУ, 2007. — 280 с.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління

Надійшла до редакції 21.10.08
Рекомендована до друку 20.11.08

Косолап Анатолій Іванович — доцент, ***Кушнаренко Дар'я Геннадіївна*** — студентка.

Кафедра комп'ютерних технологій, Дніпропетровський національний університет