

УДК 338.5

**Н. Б. Андрейшина;**

**В. В. Гоцуленко**, к. т. н.;

**А. І. Косолап**, к. ф.-м. н., доц.

## ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ ВИБОРОМ ОПТИМАЛЬНОЇ РІВНОВАЖНОЇ ЦІНИ

*Розглядаючи вибіркочну криву попиту та пропозицію як функцію ціни та тенденції її зміни, отримано диференціальне рівняння для оптимальної рівноважної ціни.*

### Вступ

У математичній економіці для опису різних відносин у сфері товарного обміну розроблені певні функціональні конструкції [1]. Так, наприклад, відомо [3], що попит визначається на ринку потребами в товарах, а пропозиція — продуктами, які є на ринку або можуть бути туди доставлені.

Одним з економічних законів товарного виробництва є закон попиту і пропозиції, який полягає в їх єдності і об'єктивному прагненні до відповідності. Визначення кількісного трактування попиту і пропозиції є необхідною умовою їх дослідження. Під попитом на певний товар розумітимемо залежність платоспроможної потреби покупців, які мають доступ до певного ринку, від ціни на цей товар і тенденції зміни ціни в часі. Під пропозицією розумітимемо залежність кількості товарів, яку постачальник готовий поставити для продажу, від встановленої продажної ціни і тенденції зміни ціни в часі.

Ціна товару є одним з найважливіших чинників, як для попиту, так і для пропозиції, і одночасно загальним для них чинником. Разом з ціною, на попит явно впливають субститути, а на пропозицію — рівень розвитку технології в даній галузі [3].

Співвідношення попиту і пропозиції на ринку постійно змінюється. Є причини, які знижують попит і ціну на товари. Інтенсивне споживання деяких товарів, купівельна спроможність населення впливають на ціну товару. Так, наприклад, збільшення числа безробітних приводить до зменшення купівельної спроможності населення, а, отже — до зниження деяких цін.

До причин, які збільшують споживання товарів і одночасно обумовлюють зниження цін, слід віднести: збільшення обсягів виробництва, безкоштовне надання матеріальних благ за рахунок суспільних фондів споживання, поліпшення якості товарів, без збільшення витрат тощо.

### Постановка задачі

Відповідно до теорії попиту і пропозиції, реальна цінність товару дорівнює фактичній ціні, яка встановлюється на ринку відповідно до попиту і пропозиції товару. Будемо розглядати монополістичний ринок. На конкретному прикладі опишемо метод, за допомогою якого можна побудувати функцію попиту в залежності від ціни та провести її аналіз. Побудуємо математичну модель, в якій попит буде розглядатися як функція залежна від ціни, а пропозиція — як функція залежна від ціни та тенденції її формування.

### Побудова вибіркової функції попиту

Функція попиту часто зустрічається в економічних підручниках, але при цьому зазвичай не описується, як вона отримана. Тим часом оцінити її за емпіричними даними не так вже важко [4—5]. Часто очікуваний попит з'ясовується за допомогою такого простого прийому — опитування потенційних споживачів: «Яку максимальну ціну Ви заплатили б за такий-то товар?»

Нехай для визначеності мова йде про конкретний навчальний посібник. В одному з експериментів вибірка складалася з 20 опитаних. Опитуванні назвали такі максимально допустимі для них ціни у гривнях:

40, 25, 30, 50, 35, 20, 50, 32, 15, 40, 20, 40, 45, 30, 50, 25, 35, 20, 35, 40.

Насамперед названі величини треба упорядкувати за зростанням. Результати показані в таблиці 1. У першому стовпці — номери різних числових значень (за зростанням), названих споживачами. У другому стовпці — самі значення ціни, названі ними. У третьому стовпці вказано, скільки разів назване те, або інше значення.

Таблиця 1

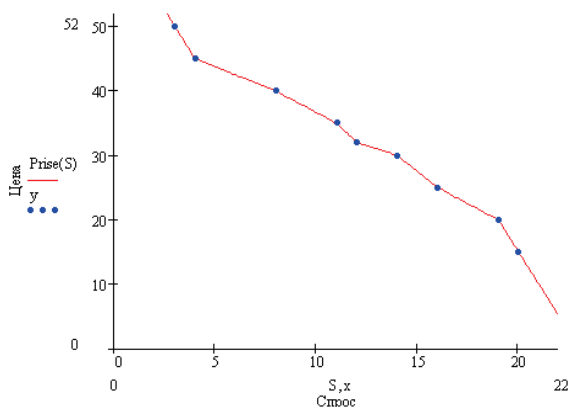
Емпірична оцінка функції попиту і її використання

№ п/п ( $i$ )	Ціна $p_i$	$N_i$	Попит $D(p_i)$	Прибуток $(p-10)D(p)$	Прибуток $(p-15)D(p)$	Прибуток $(p-25)D(p)$
1	15	1	20	100	0	-
2	20	3	19	190	95	-
3	25	2	16	240	160	0
4	30	2	14	280	210	70
5	32	1	12	264	204	84
6	35	3	11	275	220	110
7	40	4	8	240	200	120
8	45	1	4	140	120	80
9	50	3	3	120	105	75

Таким чином, 20 споживачів назвали 9 конкретних значень ціни (максимально допустимих, або прийнятних для них), кожне зі значень, як видно з третього стовпця, названо від 1 до 4 раз. Тепер легко побудувати вибіркову функцію попиту залежно від ціни. Вона буде подана в четвертому стовпці, який заповнимо знизу до верху. Якщо ми пропонуватимемо товар за ціною понад 50 грн., то його не купить ніхто з опитаних. При ціні 50 грн. з'являються 3 покупці. Записуємо 3 в четвертий стовпець в дев'ятий рядок. Якщо ціну знизити до 45, тоді товар куплять четверо — той єдиний, для кого максимально можлива ціна — 45, і ті троє, хто був згоден на велику ціну — 50 грн. Таким чином, заповнюємо стовпець 4, діючи за правилом: значення в клітці четвертого стовпця дорівнює сумі значень клітки третього стовпця, що знаходиться зліва, і нижній клітці четвертого стовпця. Наприклад, за 30 грн. куплять товар 14 чоловік, а за 20 грн. — 19.

Залежність попиту від ціни — це залежність четвертого стовпця від другого. Табл. 1 дає нам дев'ять точок такої залежності. Залежність можна подати на рисунку, в координатах «попит — ціна». Якщо абсциса — це попит, а ордината — ціна, то дев'ять точок на кривій попиту, переписані в порядку зростання абсциси, мають вигляд:

(3; 50), (4; 45), (8; 40), (11; 35), (12; 32), (14; 30), (16; 25), (19; 20), (20; 15).



Вибіркова крива попиту

Ці дев'ять точок можна використовувати для побудови кривої попиту, яким-небудь інтерполяційним методом, наприклад, використовуючи формулу Лагранжа або метод найменших квадратів.

Зазначимо також, що на сьогоднішній день існує для цих цілей достатня кількість прикладного математичного програмного забезпечення: MathCad, Maple, MatLab тощо. Крива попиту, як і має бути згідно з підручниками економічної теорії, спадна, маючи напрям від лівого верхнього кута креслення до правого. Проте помітні відхилення від гладкого вигляду функції, зв'язані, зокрема, з природною пристрастю споживачів до круглих чисел.

Дані табл. 1 можуть бути використані для вибору ціни продавцем-монополістом (або що діє на ринку монополістичної конкуренції).

Нехай витрати на виготовлення одиниці товару складають 10 грн (наприклад, оптова ціна книги — 10 грн). За якою ціною її продавати на тому ринку, функцію попиту для якого ми тільки що

знайшли? Для відповіді на це питання обчислимо сумарний прибуток, тобто добуток прибутку на одному екземплярі ( $p - 10$ ) на число проданих (точніше, запитаних) екземплярів  $D(p)$ . Результати наведені в п'ятому стовпці табл. 1. Максимальний прибуток, рівний 280 грн, досягається з ціною 30 грн за екземпляр. При цьому з 20 потенційних покупців за книгу в змозі заплатити 14, тобто 70 %.

Якщо ж питомі витрати виробництва, що припадають на одну книгу (або оптова ціна), підвищуються до 15 грн, то дані стовпця 6 табл. 1 показують, що максимальний прибуток, рівний 220 грн (він, зрозуміло, менше, ніж у попередньому випадку), досягається з вищою ціною — 35 грн. Ця ціна доступна 11 потенційним покупцям, тобто 55 % від всіх можливих покупців. При подальшому підвищенні витрат, наприклад, до 25 грн, як випливає з даних стовпця 7 табл. 1, максимальний прибуток, рівний 120 грн, досягається при ціні 40 грн за одиницю товару, що доступно 8 особам, тобто 40 % покупців. Зазначимо, що з підвищенням оптової ціни на 10 грн вигідно збільшити роздрібну лише на 5 грн, оскільки різкіше підвищення привело б до такого скорочення попиту, яке перекирило б ефект від підвищення питомого прибутку (тобто прибутку, що доводиться на одну продану книгу).

Викликає інтерес аналіз оптимального обсягу випуску з різними значеннями питомих витрат (табл. 2).

Таблиця 2

Прибуток з різними значеннями витрат

№ п/п ( $i$ )	Ціна $p_i$	Попит $D(p_i)$	Прибуток $(p-5)D(p)$	Прибуток $(p-20)D(p)$	Прибуток $(p-30)D(p)$	Прибуток $(p-35)D(p)$	Прибуток $(p-40)D(p)$
1	15	20	200	—	—	—	—
2	20	19	285	0	—	—	—
3	25	16	320	80	—	—	—
4	30	14	350 *	140	0	—	—
5	32	12	324	144	24	—	—
6	35	11	330	165 *	55	0	—
7	40	8	280	160	80 *	40	0
8	45	4	160	100	60	40	20
9	50	3	135	90	60	45 *	30 *

У табл. 2 зірочками вказані максимальні значення прибутку при тому або іншому значенні витрат, не включеному в табл. 1. Для легкості огляду результати про оптимальні обсяги випуску і відповідні ціни з табл. 1 і 2 наведені в табл. 3.

Таблиця 3

Залежність оптимального випуску і ціни від витрат

Витрати	5	10	15	20	25	30	35	40
Оптимальний випуск	14	14	11	11	8	8	3	3
Ціна	30	30	35	35	40	40	50	50

Як видно з табл. 3, зі зростанням витрат оптимальний випуск падає, а ціна зростає. При цьому зміна витрат на 5 одиниць може підвищувати, а може не підвищувати ціну. У цьому виявляється мікроструктура функції попиту — невелике підвищення ціни може привести до того, що значні групи покупців відмовляться від покупок, і прибуток впаде.

Цей ефект нагадує відоме в економічній теорії розділення податкового тягаря між виробником і споживачем. Неправильно говорити, що виробник перекидає витрати або, конкретно, податки, на споживача, підвищуючи ціну на їх величину, оскільки при цьому скорочується попит (і випуск), а тому і прибуток виробника.

Подальше зрозуміло — якщо оптова ціна підвищуватиметься, то і роздрібна ціна, що дає максимальний прибуток, також підвищуватиметься, і щораз менша частка покупців зможе придбати товар. Крайня точка — оптова ціна, яка дорівнює 45 грн. Тоді тільки троє (15 %) куплять товар за 50 грн, а прибуток продавця складе тільки 15 грн. Видно, що підвищення витрат виробництва приводить до орієнтації виробника на найбагатші верстви населення, але і підвищення цін (до оптимального для монополіста-виробника рівня) не приводить до підвищення прибутку, навпаки — він знижується, і при цьому більшість потенційних споживачів не в змозі купити товар.

Зазначимо, що ринкові структури не в змозі забезпечити всіх охочих — це просто не вигідно. Так, з 20 опитаних лише 14, тобто 70 %, можуть розраховувати на покупку, навіть при мінімальних витратах і цінах. Якщо суспільство бажає чим-небудь забезпечити всіх громадян, то воно повинно роздавати це благо безкоштовно, як це робиться, наприклад, з підручниками в школах.

### Визначення оптимальної рівноважної ціни

Як випливає з результатів попереднього розділу, попит  $D$  є спадною функцією ціни, тобто  $D = F(p)$ . Враховуючи залежність попиту та пропозиції від цін та їх динаміки на ринку природно припускати наявність функціонального зв'язку між пропозицією  $S$  і парою  $p, q$ , де  $q = \frac{dp}{dt}$  [1, 2].

Тоді, щоб попит співпадав з пропозицією, і тим самим були реалізовані оптимальні умови функціонування ринку, ціна на товар не може бути довільною. Для визначення ціни як функції часу отримуємо диференціальне рівняння

$$D(p) = S\left(p, \frac{dp}{dt}\right), \quad (1)$$

Задавши початкову умову, отримаємо єдиний розв'язок диференціального рівняння (1), розгляд якого як функції ціни, є необхідна і достатня умова для збігу попиту і пропозиції.

Проте на практиці попит і пропозиція задаються дискретними значеннями, причому, в деяких випадках, під цими економічними категоріями розуміються різні математичні об'єкти.

Нехай пропозиція задана як деякий масив:

$$S = (s_1, s_2, \dots, s_n), \quad (2)$$

де  $S_i$  значення пропозиції в заданому проміжку часу.

Як апроксимуючий вираз розглянемо лінійну форму:

$$S = ap + bq + c, \quad (3)$$

де  $a, b, c$  — числові коефіцієнти.

Для знаходження коефіцієнтів скористаємося методом найменших квадратів:

$$\sum_{i=1}^n (ap_i + bq_i + c - s_i)^2 \rightarrow \min, \quad (4)$$

де,  $q_i = \frac{p_i - p_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}$  зміна ціни в  $i$ -й період часу;

$p_i$  — ціна товару в  $i$ -й період часу.

Ґрунтуючись на (1), отримуємо рівність:

$$F(p) = ap + bq + c, \quad (5)$$

звідки вважаючи,

$$f(p) = \frac{1}{b} F(p); \quad \chi = -\frac{a}{b}; \quad \rho = -\frac{c}{b} \quad (6)$$

і враховуючи, що  $q = \frac{dp}{dt}$ , остаточно отримуємо основне диференціальне рівняння для оптимальної рівноважної ціни:

$$\frac{dp}{dt} = f(p) + \chi p + \rho. \quad (7)$$

Вибираючи початкове значення ціни, отримуємо значення рівноважної ціни, як розв'язок рівняння (3) і вже як наслідок — рівність попиту і пропозиції в кожний момент часу.

## Висновки

У роботі, виходячи з представлення попиту як вибіркової функції ціни, і пропозиції як лінійної форми функції ціни і тенденції її формування, отримано диференціальне рівняння формування оптимальної рівноважної ціни необхідної і достатньої для збігу попиту і пропозиції.

Аналіз балансових співвідношень сходить до феноменологічної теорії динамічних процесів, яка, як відомо, дає лише якісний опис. Проте лаконічність і прозорість отримання основного динамічного рівняння дозволяє об'єктивно оцінити можливості застосування моделі, що вивчається, і дає пріоритет даному підходу.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Амелькин В. В. Диференціальні рівняння в додатках / В. В. Амелькин. — М. : Наука, 1987.
2. Про один клас економічних систем, що володіють граничним циклом // Розвиток економіки в трансформаційний період : зб. наук. пр. / наук ред. Н. Б. Андрейшина, В. В. Гоцуленко. — Дніпропетровськ : Навч. кн., 2005.
3. Іохин В. Я. Економічна теорія, введення в ринок і мікроекономічний аналіз / В. Я. Іохин. — М: Инфра, 1997.
4. Орлів. А. И. Економетрика / А. И. Орлів. — М. : «Экзамен», 2002.
5. Сендідж Ч. Реклама: теорія і практика / Сендідж Ч., Фрайбургер В., Ротцолл К. ; пер. з англ. V — М. : Прогрес, 1989.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління

Надійшла до редакції 21.10.08  
Рекомендована до друку 20.11.08

*Андрейшина Наталія Борисівна* — викладач, *Гоцуленко Володимир Володимирович* — доцент.

Кафедра економічної кібернетики, ОКВНЗ «Інститут підприємництва «Стратегія», м. Жовті Води;

*Косолап Анатолій Іванович* — доцент кафедри комп'ютерних технологій.

Дніпропетровський національний університет, м. Дніпропетровськ