

УДК 681.5.015+62-83:629.433

Б. І. Мокін, д. т. н., проф.;

О. Б. Мокін, к. т. н., доц.

ДО ПИТАННЯ ВИЗНАЧЕННЯ СИЛ В ЗАДАЧІ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ЕЛЕКТРОПОТЯГА НА ЗАКРУГЛЕННЯХ КОЛІЇ В УМОВАХ ОБМЕЖЕННЯ НА ЛІНІЙНУ ШВИДКІСТЬ

В доповнення до попередніх робіт авторів у цьому напрямку досліджень, за побажаннями науковців в галузі механіки деталізовано формули визначення доцентрових сил та критичних значень лінійної швидкості в математичних моделях багатомасових розподілених динамічних систем класу електропотягів з урахуванням коріолісового прискорення в явному вигляді.

Постановка задачі і вихідні передумови

В роботах [1, 2] авторами розроблені математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем класу електропотягів, які описують їх рух у просторі і часі, а в роботі [3] розроблена модель обмежень на лінійну швидкість вагона електропотяга під час його руху по закругленню колії.

При побудові цих моделей в формулах (40), (42), (43), (44) роботи [2], якими визначається доцентрова сила $F_{Дl}(x, y)$, обумовлена доцентровим прискоренням $\bar{\omega}_l$ кожного l -го вагона, сила тертя $F_{mДl}(x, y)$, обумовлена доцентровою силою, та її проекції на осі x , y , використано повну лінійну швидкість v_l в точці з координатами (x, y) .

Під час обговорення отриманих результатів на науково-технічній конференції частина науковців не зрозуміла, чи враховують ці формули складову, обумовлену коріолісовим прискоренням, і, після пояснень, висловила побажання, щоб автори привели ці формули до більш звичного для механіків вигляду, в якому коріолісова складова проглядається явно, що ми і робимо у даній статті. А оскільки в нашій роботі [3] в формулах (4), (6) та (7) має місце аналогічна ситуація, то ми вирішили у цій статті і ці формули навести у звичному для механіків вигляді.

Побудова деталізованих моделей для розрахунку доцентрових сил і критичних значень лінійної швидкості

В інтерпретації роботи [4] повну швидкість v_l вагона l на закругленні з радіусом R при малих кутах повороту можна записати так:

$$v_l = v_{ltg} + \omega_l R, \quad (1)$$

де v_{ltg} — тангенціальна складова швидкості, яка є дотичною до кривої закруглення в точці з координатами (x, y) , в якій знаходиться в даний момент часу центр маси вагона l , а ω_l — кутова швидкість обертання цього центра маси навколо центра закруглення.

Підставляючи значення v_l із (1) в формулу (40) роботи [2], отримаємо:

$$F_{Дl}(x, y) = m_l \frac{v_l^2}{R} = \frac{m_l}{R} (v_{ltg} + \omega_l R)^2 \quad (2)$$

або

$$F_{Дl}(x, y) = \frac{m_l}{R} (v_{ltg})^2 + 2m_l v_{ltg} \omega_l + m_l (\omega_l)^2 R. \quad (3)$$

У правій частині формули (3) середній член і є тією складовою сили, яка обумовлена коріолісовим прискоренням, і яка змушує центр маси вагона рухатись по закругленню.

Ми не будемо виписувати у цій статті аналогів формул (41)—(44) роботи [2], якими задається сила тертя бокових стінок колеса вагона і рейки колії $F_{m_{Д-1}}$ та її проєкцій на осі x та y , оскільки зрозуміло, що в них потрібно лише підставити значення $F_{Д1}$ із правої частини виразу (3) замість його значення у формі середнього члена виразу (2).

Для того, щоб у явному вигляді врахувати складову сили, яка визначається коріолісовим прискоренням, в результатах роботи [3], підставимо в позначеннях цієї роботи у її рівняння (6) праву частину виразу (3) цієї статті, врахувавши при цьому те, що замість радіуса закруглення R необхідно підставляти більш загальне його значення $R + \Delta_i$, де Δ_i — зміщення центра маси завантаженого вагона від його геометричного центра у порожньому стані. В результаті цієї підстановки отримаємо:

$$P^{(i)} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) + F_{зчА}^{(i-1)} \frac{l}{2} + F_{зчА}^{(i+1)} \frac{l}{2} = \left(\frac{m_i}{R + \Delta_i} \left(v_{кр}^{(i)} \right)^2 + 2m_i v_{кр}^{(i)} \omega_i + m_i (\omega_i)^2 (R + \Delta_i) \right) h_{цв}. \quad (4)$$

Вираз (4) — це квадратне алгебраїчне рівняння відносно $v_{кр}^i$, яке є нагляднішим у вигляді

$$\left(v_{кр}^{(i)} \right)^2 + 2(R + \Delta_i) \omega_i v_{кр}^{(i)} + (\omega_i)^2 (R + \Delta_i)^2 - \frac{R + \Delta_i}{m_i h_{цв}} \left(P^{(i)} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) + F_{зчА}^{(i-1)} \frac{l}{2} + F_{зчА}^{(i+1)} \frac{l}{2} \right) = 0. \quad (5)$$

Додатний корінь цього рівняння має вигляд

$$v_{кр}^{(i)} = -(R + \Delta_i) \omega_i + \sqrt{\frac{R + \Delta_i}{m_i h_{цв}} \left(P^{(i)} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) + F_{зчА}^{(i-1)} \frac{l}{2} + F_{зчА}^{(i+1)} \frac{l}{2} \right)} \quad (6)$$

Легко бачити, що вираз (6) відрізняється від виразу (7) роботи [3] лише членом $-(R + \Delta_i) \omega_i$, який можна було одразу ж додати, виходячи з формули (1) цієї статті і позначень роботи [3]. Цілком очевидно, що це вказує на достовірність отриманого результату.

Висновки

Підтверджено, що результати, отримані в роботах [1—3], є достовірними, з використанням у явному вигляді складових, обумовлених коріолісовим прискоренням. Побудовані математичні моделі розрахунку доцентрової сили, яка діє на колесо вагона на закругленні колії, та критичного значення лінійної швидкості вагона, перевищення якого призведе до його перевертання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Борис Іванович. Математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем для задач оптимізації (частина 1) / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2008. — № 6. — С. 55—58.
2. Мокін Борис Іванович. Математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем для задач оптимізації (частина 2) / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2009. — № 1. — С. 28—33.
3. Мокін Борис Іванович. Модель обмеження на лінійну швидкість вагона електропотяга під час його руху по закругленню колії / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2009. — № 3. — С. 27—29.
4. Фейнман Ричард. Фейнмановские лекции по физике / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Эндс. — Т. 1—2. — М.: «Мир», 1976. — 439 с.

Рекомендована кафедрою електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті

Надійшла до редакції 02.11.09
Рекомендована до друку 24.12.09

Мокін Борис Іванович — професор, **Мокін Олександр Борисович** — доцент.

Кафедра електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті, Вінницький національний технічний університет