

# ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

УДК 004.732.65.011.56

С. А. Нестеренко, д-р техн. наук, проф.;

О. А. Усова, асп.

## ОПТИМІЗАЦІЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ПОТОКІВ І ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ МАРШРУТІВ В КОРПОРАТИВНИХ МЕРЕЖАХ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ

*Запропоновано модель оптимального розподілу інформаційних потоків в корпоративних мережах передачі даних, яка дозволяє мінімізувати час затримки повідомлень, що передаються. Запропоновано алгоритм визначення оптимального маршруту інформаційних потоків для ведення бізнес-процесів в корпоративних структурах.*

### Вступ

Аналіз тенденцій розвитку ринку корпоративних комунікацій показує, що сьогодні компанії щораз більше прагнуть до інтеграції бізнес-процесів. Швидкі темпи зростання обсягів обміну інформацією вимагають розробки нових методів, алгоритмів і засобів для ефективнішого розподілу даних, що передаються, з урахуванням обмежень на пропускну здатність каналів зв'язку і вибору алгоритмів і протоколів маршрутизації [1].

Необхідність і доцільність такої еволюції обумовлені прагненням компанії мінімізувати витрати на надання телекомунікаційних послуг за рахунок реструктуризації трафіку і балансування завантаження каналів зв'язку [3].

Саме тому розробка ефективних методів розподілу інформаційних потоків в магістральних корпоративних системах в рамках оптимальних інформаційних технологій і є актуальною.

### Постановка задачі

Розглянемо модель трансляції інформаційних потоків в мережі передачі даних (МПД). Нехай мережа складається з  $N$  вузлів комутації і  $M$  ліній зв'язку. Побудуємо модель оптимального розподілу інформаційних потоків в МПД так, щоб забезпечити мінімальний час затримки  $T$  повідомлень в процесі передавання. Припускаємо, що:

- 1) всі лінії зв'язку абсолютно надійні;
- 2) всі лінії зв'язку завадостійкі;
- 3) вузли комутації мають нескінченну пам'ять;
- 4) час обробки у вузлах комутації відсутній;
- 5) довжини всіх повідомлень незалежні і розподілені за показовим законом з середнім значенням  $1/\mu$  [байт];
- 6) трафік, що надходить у мережу, складається з повідомлень, що мають однаковий пріоритет, і утворює пуасонівський потік з середнім значенням  $\gamma_{ij}$  [повідомлень/сек] для повідомлень, що виникають у вузлі  $i$  та призначені вузлу  $j$ .

$$\text{Позначимо: } \gamma = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \text{ — повний зовнішній трафік;} \quad (1)$$

- 7) кожна лінія зв'язку між вузлами  $k$  та  $l$  складається з єдиного дуплексного каналу зв'язку з пропускнуною здатністю  $d_{kl}$  [байт/сек]; якщо лінія зв'язку між вузлами  $k$  та  $l$  відсутня, то  $d_{kl} = 0$ .

Позначимо через  $x_{kl}^{(i,j)}$  – частку потоку  $\gamma_{ij}$ , що проходить по лінії  $(k,l)$ :

$$0 \leq x_{kl}^{(i,j)} \leq 1. \quad (2)$$

Тоді

$$\lambda_{kl} = \gamma \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \cdot x_{kl}^{(i,j)}, \quad (3)$$

де  $\lambda_{kl}$  — величина потоку в лінії  $(k,l)$  [повідомлень/сек], зумовлена потоком  $\gamma_{ij}$

Для змінних  $x_{kl}^{(i,j)}$  повинна виконуватись умова збереження потоку в мережі, яка записується таким чином:

$$\sum_{i=1}^N x_{kl}^{(i,j)} - \sum_{j=1}^N x_{kl}^{(i,j)} = \begin{cases} -1, & l = i; \\ 0, & l \neq i, j; \\ 1, & l = j. \end{cases} \quad (4)$$

Визначимо через  $Z_{ij}$  — середній час, що витрачається на передачу повідомлення, яке виникло у вузлі  $i$  та призначається вузлу  $j$  (міжкінцева затримка повідомлення). Важливою характеристикою якості функціонування мережі передачі даних є середня затримка повідомлення в мережі —  $T$ , яка визначається як зважена сума міжкінцевих затримок  $Z_{ij}$  [2]

$$T = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \cdot Z_{ij}. \quad (5)$$

Останню формулу можна перетворити до простішого вигляду, використовуючи формули (1), (3):

$$T = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_{kl} \cdot t_{kl}, \quad (6)$$

де  $t_{kl}$  — середній час перебування повідомлень в лінії  $(k,l)$ .

Для отримання аналітичного виду величини середньої затримки повідомлення  $T$  можна скористатися формулою (1), або піти іншим шляхом.

Середній час перебування повідомлень в лінії  $(k,l)$ , що складається з часу передачі повідомлення —  $\frac{1}{\mu d_{kl}}$  і часу очікування в черзі визначається з формули

$$t = \frac{1}{\mu d_{kl}} + W_{kl}, \quad (7)$$

де  $W_{kl} = \frac{1}{\mu d_{kl}} \cdot \frac{\lambda_{kl}}{\mu d_{kl} - \lambda_{kl}}$  або  $t_{kl} = \frac{1}{\mu d_{kl} - \lambda_{kl}}$ . (8)

Позначимо:  $f_{kl} = \lambda_{kl}/\mu$  — величина потоку в лінії  $(k,l)$ , виражена в байтах/сек. Тоді

$$t_{kl} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{d_{kl} - f_{kl}}. \quad (9)$$

Підставляючи  $t_{kl}$  у (6), отримуємо вираз для середньої затримки повідомлень по мережі:

$$T = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{f_{kl}}{d_{kl} - f_{kl}}. \quad (10)$$

Зроблені припущення і позначення дозволяють сформулювати задачу пошуку таких значень змінних  $x_{kl}^{(i,j)}$ , які забезпечать оптимальне (найменше) значення величини  $T$ .

Нехай, нам відомі такі дані по мережі:

- 1) топологічна структура МПД;
- 3) пропускна здатність ліній зв'язку  $\|d_{kl}\|$ ;

2) матриця вхідних потоків  $\|\gamma_{ij}\|$ ; 4) середня довжина повідомлення —  $1/\mu$ .

Тоді, ми можемо знайти змінні  $x_{kl}^{(i,j)}$  і, відповідно, потоки в лініях зв'язку  $f_{kl}$  такі, що

$$T = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{f_{kl}}{d_{kl} - f_{kl}} \rightarrow \min, \quad (11)$$

якщо виконуються обмеження

$$f_{kl} = \frac{1}{\mu} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \gamma_{ij} \cdot x_{kl}^{(i,j)}, \quad k, l = 1, 2, \dots, N; \quad (12)$$

$$f_{kl} < d_{kl}; \quad k, l = 1, 2, \dots, N; \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^N x_{kl}^{(i,j)} - \sum_{k=1}^N x_{kl}^{(i,j)} = \begin{cases} -1, & l = i; \\ 0, & l \neq i, j; \\ 1, & l = j. \end{cases} \quad (14)$$

$$0 \leq x_{kl}^{(i,j)} \leq 1; \quad i, j, k, l = 1, 2, \dots, N. \quad (15)$$

Ця задача називається задачею вибору оптимальних потоків і визначення оптимальних маршрутів в мережі передачі даних по критерію середньої затримки [3].

Обмеження (15) припускає, що для передачі повідомлень з вузла  $i$  у вузол  $j$  може бути використано більше за один маршрут, тобто завдання (11)—(15) описує *альтернативну* процедуру вибору маршрутів.

Якщо умову (15) замінити на умову

$$x_{kl}^{(i,j)} \in \{0, 1\}; \quad i, j, k, l = 1, 2, \dots, N, \quad (15a)$$

то задача (11)—(14) спільно з умовою (15a) визначатиме *фіксовану* маршрутизацію.

І, нарешті, для опису даного завдання для випадку  $K$ -шляхової маршрутизації використовуватимемо такі додаткові обмеження.

Введемо змінну:

$$v_{kl}^{(i,j)} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \sum_{k=1}^N x_{kl}^{(i,j)} > 0; \\ 0, & \text{якщо } \sum_{k=1}^N x_{kl}^{(i,j)} = 0. \end{cases} \quad j, k, l = 1, 2, \dots, N. \quad (16)$$

Іншими словами, змінна  $v_{kl}^{(j)} = 1$ , якщо лінія зв'язку  $(k, l)$  використовується для передачі потоку у вузол-адресат  $j$  хоч би від одного вузла-джерела, і дорівнює 0 в іншому випадку.

Тоді обмеження на число вихідних ліній ( $K$ ), що використовуються для передачі даних з кожного вузла  $k$  вузлу-адресату  $j$  можна записати в такому вигляді:

$$\sum_{k=1}^N v_{kl}^{(i,j)} \leq K; \quad k, j = 1, 2, \dots, N. \quad (17)$$

Таким чином, завдання (11)—(17) описує  $K$ -шляхову маршрутизацію. Відмітимо, що якщо покласти величину  $K$  рівною 1, то обмеження (16) і (17) перетворяться на обмеження (15a), тобто, ми знову отримаємо постановку задачі для *фіксованої* маршрутизації, що абсолютно природно.

### Аналіз рішення

Формальним результатом рішення задачі вибору оптимальних потоків в мережі є множина змінних  $x_{kl}^{(i,j)}$ ;  $i, j, k, l = 1, 2, \dots, N$ . [4]. Знаючи ці змінні, легко визначити величини потоків в лініях зв'язку  $f_{kl}$ , множину оптимальних маршрутів для всіх пар вузлів «джерело—адресат» і частки від вхідних потоків  $\gamma_{ij}$ , які потрібно передавати по оптимальних маршрутах. Самі змінні  $x_{kl}^{(i,j)}$  практичного змісту не мають, і багато існуючих алгоритмів розв'язання задачі вибору оп-

тимальних потоків, як правило, визначають лише потоки в лініях зв'язку  $f_{kl}$ . Знаючи значення  $f_{kl}$ , за формулою (10) можна визначити значення мінімальної затримки  $T$ . Проте, інколи необхідно знати, які саме маршрути приводять до оптимального розподілу потоків.

Більш строго ставиться така задача: для кожної пари вузлів «джерело»—«адресат ( $j$ )» необхідно визначити множину оптимальних маршрутів  $\Pi_{ij} = \{\pi_{ij}^{(r)}\}$ ,  $r = 1, 2, R_{ij}$  ( $R_{ij}$  — кількість оптимальних маршрутів з вузла  $i$  у вузол  $j$ ) і частки потоків  $\alpha_{ij}^{(r)}$  від вхідного потоку  $\gamma_{ij}$ , відповідно до яких використовуються маршрути  $\pi_{ij}^{(r)} \left( \sum_{k=1}^N \alpha_{ij}^{(r)} = 1 \right)$ . Очевидно, що для фіксованої маршрутизації  $R_{ij} = 1$  та  $\alpha_{ij}^{(1)} = 1$ , тобто визначається єдиний оптимальний маршрут. Задача вибору оптимальних маршрутів відноситься до класу задач з опуклою цільовою функцією і опуклою множиною обмежень. Отже, існує єдиний локальний мінімум цієї задачі, що є глобальним мінімумом [5].

### Алгоритм розв'язання поставленої задачі

Пропонується алгоритм визначення оптимального маршруту інформаційних потоків для ведення бізнес-процесів в корпорації.

*Крок 1.* Визначити «ваги» ліній зв'язку  $\omega_{kl}$ , ініціалізувати потоки в лініях зв'язку  $f_{kl}$ ,

$$\begin{aligned} k, l = 1, 2, \dots, N : d_{kl} > 0; \\ k, l = 1, 2, \dots, N : d_{kl} = 0; \end{aligned} \quad f_{kl} := 0; \quad k, l = 1, 2, \dots, N.$$

*Крок 2.* Використовуючи «ваги» ліній зв'язку, визначити найкоротші шляхи  $\pi_{ij}$  між усіма парами вузлів «джерело—адресат». Для знаходження найкоротших шляхів в даному випадку можна використати алгоритм Флойда [2].

*Крок 3.* Розподілити потоки по найкоротших шляхах

$$\forall_{i,j} = 1, 2, \dots, N : \forall (k, l) \in \pi_{ij} : f_{kl} := f_{kl} + \frac{\gamma_{ij}}{\mu}.$$

*Крок 4.* Обчислити:  $T_{\text{old}} = \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{f_{kl}}{d_{kl} - f_{kl}}$ .

*Крок 5.* Присвоїти:  $\gamma^{(1)} := \gamma$ .

*Крок 6.* Присвоїти:  $\gamma^{(2)} := \min \left\{ \gamma, \frac{\gamma^{(1)}}{\rho_{\max}} \right\}$ , де  $\rho_{\max} = \max \left\{ \frac{f_{kl}}{d_{kl}} \right\}; \forall (k, l) : d_{kl} > 0$ .

*Крок 7.* Перерахувати потоки в лініях зв'язку:  $f_{kl} := f_{kl} \frac{\gamma^{(2)}}{\gamma^{(1)}}; k, l = 1, 2, \dots, N$ .

*Крок 8.* Визначити «ваги» ліній зв'язку та ініціалізувати потоки по найкоротших шляхах  $\omega_{kl}$ :

$$\omega_{kl} := \begin{cases} \left[ \frac{\partial T}{\partial f_{kl}} \right] = \frac{d_{kl}}{(d_{kl} - f_{kl})^2}; & f_{kl} = 0 = \frac{1}{d_{kl}}; & k, l = 1, 2, \dots, N : d_{kl} > 0 \text{ та } f_{kl} < d_{kl}; \\ & \infty; & k, l = 1, 2, \dots, N : d_{kl} = 0 \text{ або } f_{kl} \geq d_{kl}; \\ & \omega_{kl} := 0; & k, l = 1, 2, \dots, N. \end{cases}$$

*Крок 9.* Використовуючи «ваги» ліній зв'язку, визначити найкоротші шляхи  $\pi_{ij}$  між всіма парами вузлів «джерело—адресат».

*Крок 10.* Розподілити потоки по найкоротших шляхах:

$$\forall i, j = 1, 2, \dots, N : \quad \forall (k, l) \in \pi_{ij} : \quad \varphi_{kl} := \varphi_{kl} + \gamma_{ij} \frac{\gamma^{(2)}}{\mu\gamma}$$

Крок 11. Знайти величину  $\beta \in [0, 1]$ ,  $[0, 1]$ , що мінімізує функцію

$$T(\beta) = \frac{1}{\gamma^{(2)}} \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\beta \varphi_{kl} + (1-\beta) f_{kl}}{d_{kl} - \beta \varphi_{kl} - (1-\beta) f_{kl}}$$

за умови виконання обмеження (13).

Пошук величини  $\beta$  можна здійснити будь-яким з відомих методів одновимірного пошуку, наприклад, методом Фібоначі. Обмеження (13) легко додати в реалізацію методу одновимірного пошуку: якщо для деякого значення  $\beta : \varphi_{kl} + (1-\beta) f_{kl} \geq d_{kl}$ , то достатньо присвоїти  $T(\beta) = \infty$ .

Крок 12. Виконати відхилення (девіацію) потоку на величину  $\beta$ :

$$f_{kl} = \beta \varphi_{kl} + (1-\beta) f_{kl}; \quad k, l = 1, 2, \dots, N.$$

Крок 13. Обчислити:  $T_{\text{new}} := \frac{1}{\gamma^{(2)}} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{f_{kl}}{d_{kl} - f_{kl}}$ .

Крок 14. Якщо  $|T_{\text{old}} - T_{\text{new}}| \leq \varepsilon$ , то STOP;

якщо  $\gamma^{(2)} < \gamma$ , то допустимих рішень немає;

якщо  $\gamma^{(2)} = \gamma$ , то отримано оптимальне рішення із заданою точністю  $\varepsilon$ .

Інакше:

1) присвоїти:  $T_{\text{old}} := T_{\text{new}}$   $\gamma^{(1)} := \gamma^{(2)}$ ;

2) якщо  $\gamma^{(1)} < \gamma$ , перейти до кроку 6; інакше перейти до кроку 8.

У порівнянні з початковим описом, алгоритм об'єднує в собі кроки побудови початкового допустимого потоку (кроки 1—14) і власне завдання мінімізації середньої затримки (кроки 8—14).

Для визначення множини оптимальних маршрутів  $\Pi_{ij} = \{ \Pi_{ij}^{(r)}, r = 1, 2 \}$ ,  $R_{ij}$  і частки потоків  $\alpha_{ij}^{(r)}$  від вхідного потоку  $\gamma_{ij}$  можна використовувати модифікацію алгоритму, запропоновану в роботі [3].

## Висновки

Таким чином, побудовано модель вибору оптимального маршруту інформаційних потоків для ведення бізнес-процесів в корпоративних структурах і запропоновано алгоритм її реалізації. Теоретична трудомісткість алгоритму визначається кроками 2 і 9, на яких проводиться пошук найкоротших шляхів між усіма парами вузлів.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ландэ Д. В. Основы интеграции информационных потоков / Д. В. Ландэ. — К. : Инжиниринг, 2006. — 240 с.
2. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями ; пер. с англ. / Л. Клейнрок. — М. : Мир, 1979. — 600 с.
3. Кульчин М. Технологии корпоративных сетей / М. Кульчин. — СПб. : Питер, 2000. — 704 с.
4. Усов А. В. Введение в методы оптимизации и теорию технических систем // А. В. Усов, Г. А. Оборский, Ю. А. Морозов, К. А. Дубров. — Одесса : Астропринт. — 2005 г. — 496 с.
5. Олифер В. Г. Компьютерные сети / В. Г. Олифер, Н. А. Олифер. — 3-е изд. — СПб. : Питер. — 2006. — 958 с.

Рекомендована кафедрою проектування комп'ютерних систем управління

Надійшла до редакції 11.01.10  
Рекомендована до друку 12.02.10

**Нестеренко Сергій Анатолійович** — професор, **Усова Ольга Анатоліївна** — аспірантка.  
Кафедра комп'ютерних інтелектуальних систем і мереж, Одеський національний політехнічний університет