

УДК 621.372.061

В. А. Гикавий, к. т. н., доц.

ВІДНОВЛЕННЯ ЗАШУМЛЕНОГО СИГНАЛУ З ВИКОРИСТАННЯМ ВЕЙВЛЕТІВ

Запропоновано комбіноване використання ітераційної процедури відновлення сигналу з втраченими відліками з очисткою його від шуму на кожній ітерації, застосовуючи швидке вейвлет-перетворення для малої довжини послідовності, кількості втрачених відліків до 30 % та співвідношенні сигнал/шум 10...20.

Результати спектральних оцінок сигналу за спотвореними часовими послідовностями можуть значно відрізнятися від їх дійсних значень. Дані спотворюються внаслідок втрати деяких відліків сигналу в каналі передачі або внаслідок низького співвідношення сигнал-шум.

Актуальність питання полягає в адекватному відновленні сигналів, спотворених через втрату відліків сигналу, тобто його поточних значень у часі [1—3].

Метою роботи є підвищення ефективності відновлення спотворених сигналів в присутності шумів.

Припустимо, що існує обмежений за частотною смугою дискретизований сигнал \mathbf{X} з N відліками $X(n)$, $0 \leq n \leq N-1$, тобто спектральні складові сигналу відсутні на частотах, більших за деяку частоту ω_0 . За можливості втрати деяких відліків замість відліку сигналу $X(n)$ утворюється відлік $X_1(n) = X(n)D(n)$: $D(n) = 1$, якщо відлік результуючого сигналу відповідає дійсному значенню сигналу $X(n)$, $D(n) = 0$, якщо відлік втрачено. Спотворений сигнал \mathbf{X}_1 має спектр $\mathbf{Y}_1 = F^+\{\mathbf{X}_1\}$, з якого можна отримати спектр \mathbf{Z}_1 шляхом обмеження його в смузі $\omega < \omega_0$, тобто $\mathbf{Z}_1 = H\{\mathbf{Y}_1\}$, де $F^+\{..\}$, $H\{..\}$ — оператори прямого перетворення Фур'є і частотного обмеження.

Зворотне перетворення Фур'є дає можливість за спектром \mathbf{Z}_1 отримати сигнал $\mathbf{S}_1 = F\{\mathbf{Z}_1\}$. Нові значення вхідної послідовності $X_2(n)$ отримаємо зі співвідношення

$$X_2(n) = [1 - D(n)] F^- \left\{ H \left\{ F^+ \{X_1\} \right\} \right\} (n) + X_1(n).$$

Після цього повторюється новий аналогічний цикл перетворень. Таким чином має місце ітераційна процедура

$$X_{k+1}(n) = [1 - D(n)] F^- \left\{ H \left\{ F^+ \{X_k\} \right\} \right\} (n) + X_k(n). \quad (1)$$

де k — номер ітерації; n — номер відліку.

Для забезпечення збіжності ітераційної процедури сигнал, що відновлюється, в часовій області повинен задовольняти умову невід'ємності, а в частотній області його спектр повинен бути обмеженим за частотою до найвищої гармоніки спектру оригінального сигналу [2].

Вказаний алгоритм є достатньо ефективним за відсутності шумів [4].

Якщо ж сигнал зашумлений, то класичний ітераційний алгоритм сприймає шумову складову як частину самого сигналу і збільшує її амплітуду. Відомим методом отримання рішення, сталого до впливу шумів, є тихоновський алгоритм регуляризації, практична суть якої полягає в екстраполяції спектра за межі смуги пропускання на основі згладженого рішення [5]. Недоліком алгоритму можна вважати обчислювальні надмірні витрати.

Тому бажані простіші методи зменшення впливу шумів в ітераційних алгоритмах відновлення.

Основною задачею статті є дослідження ефективності використання вейвлетів для шумозаглушення в ітераційних процедурах відновлення сигналів.

Відомо використання вейвлетів для обробки сигналів [6].

Під вейвлетом розуміють неперіодичну і несиметричну хвилю, яка має середнє нульове значення на обмеженому часовому інтервалі. В одночасно синусоїда, наприклад, не є обмеженою в часі.

Вейвлет-аналіз використовує не частотно-часову, а часо-масштабну площину. Його перевагою є можливість виконання локального аналізу сигналу і виявлення таких властивостей даних, які інші методи аналізу гублять. Крім того, при цьому можна очищувати дані від шуму без їхнього спотворення.

Як фур'є-аналіз розкладає сигнал на гармоніки різної частоти, так і вейвлет-аналіз розкладає сигнал по зсунутих і масштабованих версіях материнського вейвлета. Зсув вейвлета по вісі часу на k означає її затримку на k .

Вейвлет-аналіз базується на швидкому вейвлет-перетворенні (FWT), яке можна визначити як розкладання сигналу s по базису масштабованих, зсунутих в часі версій вейвлета ψ :

$$C(a, t) = \int_R s(u) \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \right) \psi \left(\frac{t-u}{a} \right) du, \quad (2)$$

де $C(a, t)$ — коефіцієнти FWT.

Якщо ψ дорівнює 0 за межами інтервалу $[-m, m]$, коефіцієнт $C(a, t)$ буде залежати від значень сигналу s в сегменті шириною $2am$ в інтервалі $[t - am; t + am]$.

Масштабування вейвлета означає його розтягування або стиснення в часі з масштабом a . Менший масштабний коефіцієнт означає стисліший вейвлет. Відмітимо, що більші значення коефіцієнтів відповідають розтягнутішим вейвлетам.

Сума добутків відповідних коефіцієнтів на масштабовані, зсунуті в часі версії функції вейвлета ψ , дає оригінальний сигнал.

Вейвлет-аналіз полягає в декомпозиції сигналу в ієрархічний ряд апроксимацій і деталей декількох рівнів.

На кожному рівні j будемо j -й рівень апроксимації, A_j і тоншу структуру сигналу, названу j -м рівнем деталей, D_j . Наприклад, для декомпозиції по 4 рівнях сигналу S поняття «апроксимація» і «деталі» віддзеркалюють той факт, що A_1 є апроксимацією, яка відповідає низькочастотній складовій сигналу, тоді як деталі D_1 відповідають його уточненню в області високих частот.

Апроксимація A_2 є сумою апроксимації A_4 і проміжних деталей D_4, D_3 :

$$A_2 = A_3 + D_3 = A_4 + D_4 + D_3.$$

Взагалі

$$S = A_1 + D_1 = A_2 + D_2 + D_1 = A_3 + D_3 + D_2 + D_1. \quad (3)$$

Масштабний параметр a відповідає рівню j як $a = 2^j$. Якщо визначити роздільність як $1/a$, то вона буде зростати, коли масштаб збільшується.

Очистка від шуму базується на жорсткій пороговій класифікації коефіцієнтів FWT, яка полягає у прирівнянні до 0 елементів, абсолютні значення яких менші, ніж поріг [7]. Нехай T означає поріг. Жорстка порогова класифікація означає, що величина дорівнює x коли $|x| > T$, і 0 коли $|x| \leq T$.

Фіксований поріг є мінімальною оцінкою, для якої реалізується мінімум середньоквадратичної помилки відтворення сигналу з використанням отриманого вектора коефіцієнтів FWT. Для вектора довжиною $n \leq 32$ поріг $T = 0$; в інших випадках [8]:

$$T = 0,3936 + 0,1829 \lg(n) / \lg(2). \quad (4)$$

Після обрання порогу кожен рівень обробляється відповідно до нього, тобто здійснюється вплив на структуру коефіцієнтів FWT.

Процедура відновлення втрачених відліків з одночасним видаленням шуму складається з етапів:

1. Обирається вейвлет і ітерація сигналу (1) розкладається по декількох рівнях з використанням FWT.

2. На кожному рівні проводиться порогова класифікація коефіцієнтів деталей.

3. Відновлюється ітерація сигналу за старими коефіцієнтами апроксимацій і модифікованим коефіцієнтами деталей всіх рівнів:

$$X_{k+1}(n) = FWT^- \left\{ DEN \left\{ FWT^+ \left\{ [1 - D(n)] F^- \left\{ H \left\{ F^+ \{ X_k \} \right\} \right\} \right\} \right\} (n) + X_k(n), \quad (5)$$

де $\text{FWT}^+ \{..\}$; $\text{FWT}^- \{..\}$; $\text{DEN} \{..\}$ — оператори прямого і зворотного швидкого вейвлет-перетворення та очистки ітерації від шуму.

Ітераційна процедура відновлення була перевірена з використанням тестового сигналу.

Тестовий сигнал є суперпозицією чотирьох гармонічних складових з нормованими частотами 0,15625; 0,1875; 0,3125; 0,46875 та білого шуму. Співвідношення сигнал/шум дорівнює 20. Кількість відліків послідовності складає 64. Для виконання умови невід'ємності сигналу до нього додається постійна складова, така, щоб всі відліки сигналу мали додатні значення.

Послідовність дискретних значень сигналу проріджувалася за законом випадкових чисел. Очистку від шуму виконано на основі 4-рівневого вейвлет-аналізу з використанням вейвлета Коїфмана $\text{coif3}(t)$ [6], який показано на рис. 1.

Алгоритм було випробувано за кількості втрачених відліків від загального числа 10, 20, 30 %. Результат відновлення сигналу за 20 % втрачених відліків показано на рис. 2, де незафарбованими колами позначені відліки оригінального сигналу, а зафарбованими — відновленого. Кількість ітерацій складає 60.

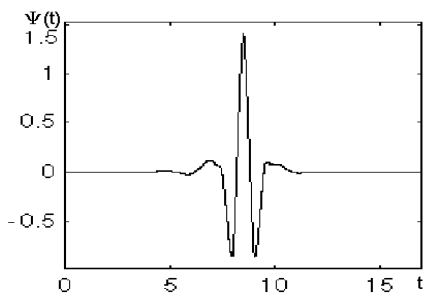


Рис. 1. Вейвлет Коїфмана 3-го порядку

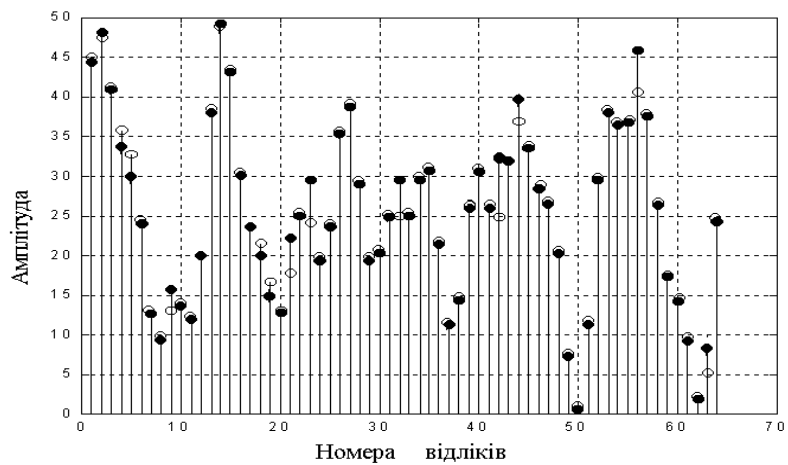


Рис. 2. Порівняння відновленого сигналу (зафарбовані кола) з еталонним (незафарбовані кола)

Мірою точності відновлення можна вважати середньоквадратичне відхилення між векторами оригінального і відновленого сигналів:

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [X(n) - X_k(n)]^2. \quad (6)$$

Графік залежності величини ε від кількості ітерацій показано на рис. 3.

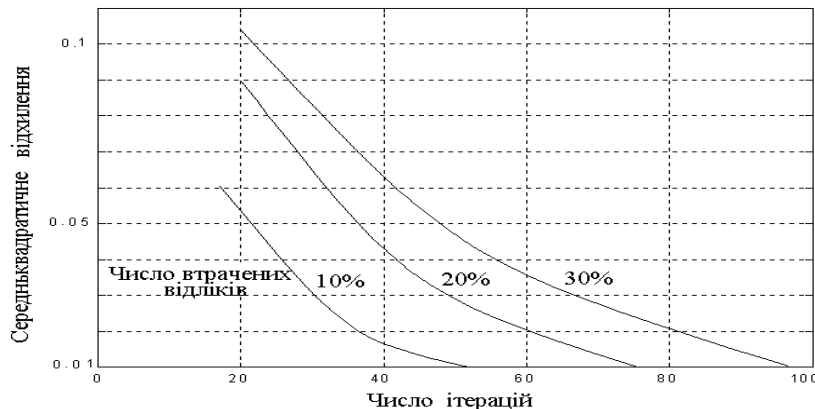


Рис. 3. Залежність середньоквадратичного відхилення між оригінальним і відновленим сигналами від кількості ітерацій

Модифікованим коваріаційним методом було зроблено спектральну оцінку тестового сигналу без шуму, з якою порівнювалися спектральні оцінки відновлених зашумлених сигнальних послідовностей. На рис. 4 показана спектральна оцінка відновленої послідовності з 20 % втрачених відліків за кількості ітерацій 60.

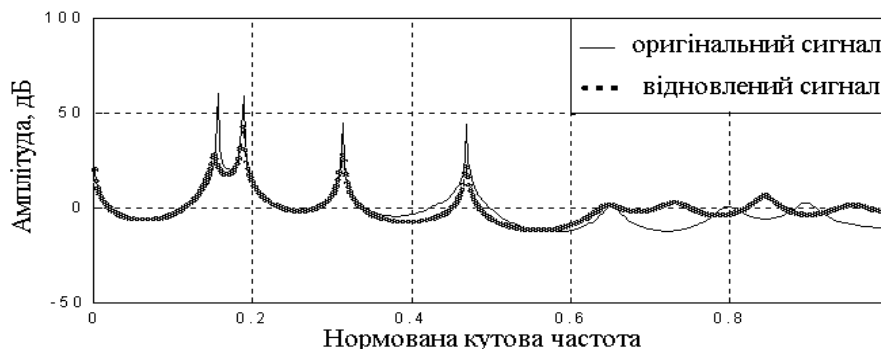


Рис. 4. Спектри оригінального і відновленого сигналів

Використано модель сигналу 19-го порядку. Можна бачити ідентичність основних спектральних піків оригінального і відновленого сигналів.

Висновки

1. Підхід, який полягає в комбінованому використанні ітераційної процедури відновлення сигналу з очисткою сигналу від шумів на кожній ітерації зі застосуванням швидкого вейвлет-перетворення, дає можливість підвищити ефективність відновлення сигнальних послідовностей малої довжини за кількості втрачених відліків до 30 % та співвідношенні сигнал/шум на рівні 10...20.

2. Кількість ітерацій відновлення збільшується майже удвічі зі зростанням кількості втрачених відліків в три рази і зростанні вимог до точності відновлення сигналу в 5 разів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лиепиньш В. Я. Алгоритм оценки дискретного преобразования Фурье неполных данных / В. Я. Лиепиньш // Автоматика и вычислительная техника. — 1996. — № 3. — С. 27—40.
2. Прудиус І. Використання нелінійних обмежень в ітераційних методах відновлення радіолокаційних сигналів / І. Прудиус, Л. Лазько, Т. Голотяк // Вісник ДУ «Львівська політехніка», Радіоелектроніка і телекомунікації. — 2000. — № 387. — С. 36—45.
3. Wirgham D. J. The reconstruction of a band-limited function and its fourier transform from a finite number of samples at arbitrary locations by singula value decomposition / D. J. Wirgham // IEEE Trans. of Signal Processing. — 1992. — V. 40. — № 3. — P. 559—570.
4. Василенко Г. И. Восстановление изображений / Г. И. Василенко, А. М. Тараторин. — М. : Радио и связь, 1986. — 304 с.
5. Тихонов А. Н. Численные методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, А. В. Гончарский, В. В. Степанов, А. Г. Ягола. — М. : Наука, 1990. — 232 с.
6. Rioul O. Wavelets and signal processing / O. Rioul, M. Vetterli // IEEE Signal Processing Magazine. — 1991. — № 10. — P. 14—38.
7. Гикавий В. А. Обробка спектру Вігнера з використанням елементарної хвилі / В. А. Гикавий // Вимірювальна і обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2000. — № 3. — С. 7—10.
8. Donoho D. L. De-noising by soft-thresholding / D. L. Donoho // IEEE Trans. on Inf. Theory. — 1995. — V 41. — № 3. — P. 613—620.

Рекомендована кафедрою телекомунікаційних систем та телебачення

Надійшла до редакції 31.03.10
Рекомендована до друку 18.02.10

Гикавий Віктор Арсенійович — доцент кафедри телекомунікаційних систем та телебачення.

Вінницький національний технічний університет