

# СТРАТЕГІЯ, ЗМІСТ ТА НОВІ ТЕХНОЛОГІЇ ПІДГОТОВКИ СПЕЦІАЛІСТІВ З ВИЩОЮ ТЕХНІЧНОЮ ОСВІТОЮ

УДК 519.711

Б. І. Мокін, д. т. н., проф., акад. НАПНУ;

А. В. Писклярова, к. т. н.;

Ю. В. Мокіна, к. е. н.

## МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ЗАСВОЄННЯ СТУДЕНТОМ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ НА ФАЗОВІЙ ПЛОЩИНІ

*Запропоновано математичні моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині, фазовими координатами якої є відносна кількість знань, отримуваних студентом від викладача під час аудиторних занять, та відносна кількість знань, яку він отримує в результаті самостійної роботи.*

*Моделі враховують як ефект нарощення в часі відносної кількості знань у студента з дисципліни, так і ефект їх забування, а також синергетичний ефект, що виникає під час занять студента з викладачем та під час його самостійної роботи.*

### Постановка задачі та вихідні передумови

Нехай  $X$  — це та кількість знань, яку може мати студент, засвоївши протягом визначеного терміну часу  $T$  усі розділи програми певної навчальної дисципліни. Нехай  $X_1$  — це така кількість знань з цієї навчальної дисципліни, яку студент отримує від викладача під час аудиторних занять, а  $X_2$  — це та кількість знань з цієї дисципліни, яку студент засвоює, самостійно вивчаючи певні розділи програми. Тоді змінні  $x_1, x_2$ , якщо їх визначити як

$$x_1 = \frac{X_1}{X}; \quad x_2 = \frac{X_2}{X}, \quad (1)$$

будуть відображати вищезгадані кількості знань з дисципліни у відносних одиницях.

Очевидно, що для такого визначення для змінних  $x_1, x_2$  будуть справедливими нерівності:

$$x_1 \leq 1; \quad (2)$$

$$x_2 \leq 1; \quad (3)$$

$$x_1 + x_2 \leq 1. \quad (4)$$

В якості ще однієї характеристики змінних  $x_1, x_2$  зазначимо, що їх значення залежать від часу  $t$ , який змінюється в межах від 0 до  $T$ , і що  $x_1$  має тенденцію до збільшення під час аудиторних занять студента з викладачем і тенденцію до зменшення внаслідок забування в усі інші відрізки часу, а  $x_2$  має тенденцію до збільшення під час самостійної роботи студента над розділами навчальної дисципліни і тенденцію до зменшення внаслідок забування в усі інші відрізки часу.

Цілком очевидно, що увесь відрізок часу  $T$  вивчення студентом навчальної дисципліни можна подати у вигляді скінченної суми напівінтервалів часу трьох типів  $[t^{(i)})$ ,  $[t_1^{(j)})$ ,  $[t_2^{(k)})$ , де

$[t_1^{(j)})$  — напівінтервал з номером  $j$ , протягом якого студент вивчає навчальну дисципліну з викладачем в аудиторії;  $[t_2^{(k)})$  — напівінтервал з номером  $k$ , протягом якого студент вивчає цю ж навчальну дисципліну сам, користуючись навчальними посібниками чи Інтернетом;  $[t^{(i)})$  — напівінтервал з номером  $i$ , протягом якого студент цю навчальну дисципліну не вивчає. Очевидно, що

$$\sum_i [t^{(i)}) + \sum_j [t_1^{(j)}) + \sum_k [t_2^{(k)}) = T. \quad (5)$$

Наділивши змінні  $x_1, x_2$  вищевказаними властивостями, ми можемо вибрати їх в якості фазових координат процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни і побудувати математичні моделі цього процесу на фазовій площині, що і буде здійснено нижче.

### Побудова математичних моделей

Оскільки ми вирішили будувати математичні моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині  $(x_1, x_2)$ , то це означає, що нам потрібно синтезувати системи двох взаємопов'язаних диференціальних рівнянь першого порядку відносно змінних  $x_1, x_2$ , які описують поведінку цих змінних для кожного із введених вище напівінтервалів часу  $[t^{(i)}), [t_1^{(j)}), [t_2^{(k)}).$

Почнемо синтез математичних моделей з напівінтервалу  $[t^{(i)}),$  протягом якого студент цю навчальну дисципліну не вивчає.

Очевидно, що на цьому напівінтервалі відбуватиметься лише процес забування студентом знань, набутих раніше як під час занять з викладачем в аудиторії, так і під час самостійної роботи. Логічно припустити, що швидкість забування знань з навчальної дисципліни у цьому випадку як отриманих студентом в аудиторії від викладача, так і набутих самостійно поза аудиторією, яка характеризується похідною, як і швидкість будь-якого іншого процесу розпаду, буде пропорційною наявній кількості знань по кожній із складових, зменшуючись на величину, зумовлену синергетичним впливом однієї складової на іншу. Висловлена сентенція у математичному варіанті матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -(\alpha_{11} - \alpha_{12}x_2)x_1; \\ \frac{dx_2}{dt} &= -(\alpha_{22} - \alpha_{21}x_1)x_2 \end{aligned} \quad (6)$$

або

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1; \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2, \end{aligned} \quad (7)$$

де  $\alpha_{11}, \alpha_{22}$  — коефіцієнти, які характеризують ступінь забування знань студентом, набутих, відповідно, в аудиторії від викладача та самостійно поза аудиторією, з часом, а  $\alpha_{12}, \alpha_{21}$  — коефіцієнти, які характеризують ступінь синергетичного впливу одного виду знань на інший.

Тепер розглянемо синтез математичної моделі на напівінтервалі  $[t_1^{(j)}),$  протягом якого студент набуває додаткових знань, спілкуючись в аудиторії з викладачем.

У цьому випадку, який назвемо другим, паралельно з процесом забування знань, набутих на заняттях з викладачем раніше, буде відбуватись процес набуття нових знань від викладача, збільшуючись додатково ще й на величину, зумовлену синергетичним впливом на цю складову попереднього самостійного вивчення студентом окремих розділів цієї навчальної дисципліни.

Що ж стосується знань, набутих студентом самостійно раніше, то процес їх забування на цьому напівінтервалі буде таким же, як і у першому випадку. З використанням поняття швидкості процесу засвоєння знань ця сентенція у математичному варіанті буде описуватись такою системою рівнянь:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1 + \beta_{11}x_1; \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2,\end{aligned}\tag{8}$$

де усі коефіцієнти, окрім  $\beta_{11}$ , мають те ж трактування, що і для системи рівнянь (7), а коефіцієнт  $\beta_{11}$  характеризує ступінь засвоєння студентом нових знань від викладача.

Тепер розглянемо синтез математичної моделі на напівінтервалі  $[t_2^{(k)})$ , протягом якого студент набуває додаткових знань, працюючи самостійно.

У цьому випадку, який назвемо третім, паралельно з процесом забування знань, набутих студентом самостійно раніше, буде відбуватись процес засвоєння нових знань внаслідок самостійної роботи студента на цьому напівінтервалі, збільшуючись додатково ще й на величину, обумовлену синергетичним впливом на цю складову попереднього засвоєння студентом окремих розділів цієї навчальної дисципліни завдяки спілкуванню з викладачем. Що ж стосується знань, набутих студентом в результаті спілкування з викладачем раніше, то процес їх забування на цьому напівінтервалі буде таким же, як і у першому випадку. З використанням поняття швидкості процесу засвоєння знань ця сентенція у математичному варіанті буде описуватись системою рівнянь:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1; \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2 + \beta_{22}x_2,\end{aligned}\tag{9}$$

де усі коефіцієнти, окрім  $\beta_{22}$ , мають те ж трактування, що і для системи рівнянь (7), а коефіцієнт  $\beta_{22}$  характеризує ступінь засвоєння студентом нових знань під час самостійної роботи на цьому напівінтервалі.

Завершимо синтез математичних моделей процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни на фазовій площині у вигляді систем рівнянь (7), (8), (9) чотирма зауваженнями:

1. Оскільки для отримання однозначного розв'язку будь-якої системи диференціальних рівнянь 1-го порядку потрібно задавати початкові умови для фазових координат, то у нашому випадку початковими умовами для системи рівнянь наступного напівінтервалу будуть кінцеві значення фазових координат, розраховані шляхом розв'язання системи диференціальних рівнянь на напівінтервалі, що розглядається.

2. В поняття фазових координат ми вкладали той самий зміст, що й автор роботи [1], а в поняття синергетики той самий зміст, що й автори роботи [2].

3. При синтезі отриманих математичних моделей ми використовували той самий евристичний підхід, що й автори робіт [3, 4].

4. Дослідження процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни за допомогою отриманих математичних моделей на фазовій площині буде здійснено у наступній статті.

### Висновки

1. Розроблено математичні моделі процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни на фазовій площині.

2. Моделі враховують як ефект нарощення в часі відносної кількості знань у студента з дисципліни, так і ефект їх забування, а також синергетичний ефект, що виникає під час занять сту-

дента з викладачем, та під час його самостійної роботи.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. — Москва : Наука, 1965. — 424 с.
2. Курдюмов С. П. Синергетика — теория самоорганизации. Идеи, методы, перспективы / С. П. Курдюмов, Г. Г. Малинецкий. — Москва : Знание, 1983. — 64 с.
3. Самойленко А. М. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи / А. М. Самойленко, С. А. Кривошея, Н. А. Перестюк. — Киев : Вища школа, 1984. — 408 с.
4. Касти Дж. Большие системы. Связность, сложность и катастрофы / Дж. Касти. — Москва : Мир, 1982. — 216 с.

Рекомендована Вченою радою Науково-дослідного інституту проблем моделювання багатозв'язних систем

Надійшла до редакції 1.09.10  
Рекомендована до друку 10.09.10

**Мокін Борис Іванович** — директор Науково-дослідного інституту проблем моделювання багатозв'язних систем;

**Писклярова Анна Валеріївна** — проректор з науково-педагогічної роботи по організації виховного процесу;

**Мокіна Юлія Вікторівна** — доцент кафедри економіки промисловості та організації виробництва.  
Вінницький національний технічний університет