

УДК 681.5.015+62-83:629.433

О. Б. Мокін, к. т. н., доц.

## ОПТИМІЗАЦІЯ РУХУ ПОРОЖНЬОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ НА СПУСКАХ І ПІДЙОМАХ

*Побудовано математичні моделі оптимального руху порожнього електричного транспортного засобу на підйомах і спусках за критерієм мінімуму витрат електроенергії в умовах дотримання графіку руху.*

### Постановка задачі і вихідні передумови.

В роботі [1] для розв'язання задачі оптимізації руху електричного транспортного засобу колією, прокладеною на місцевості зі складним рельєфом, запропоновано здійснити декомпозицію цієї задачі на підзадачі оптимізації руху цього електричного транспортного засобу на окремих відрізках колії, рух на яких здійснюється за одних і тих же умов, тобто: на відрізках горизонтального прямолінійного руху, на відрізках руху на спусках і підйомах та на відрізках руху на закругленнях колії. Отримані рішення в процесі розв'язання підзадач оптимізації пропонується поєднати між собою граничними умовами.

Виходячи із математичних моделей, запропонованих в роботах [2, 3], в роботі [4] отримані математичні моделі руху, оптимального за критерієм мінімуму витрат електроенергії, незавантаженого електричного транспортного засобу по горизонтальному прямолінійному відрізку колії у вигляді моделі відносного струму якоря електродвигунів тягового електропривода електровоза

$$i = \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left( \frac{f_1 + 2f_2v}{e^{(\tau+C_1)(f_1+2f_2v)} - C_0} \right)} \quad (1)$$

та моделі відносної лінійної швидкості руху транспортного засобу

$$v(\tau) = \sum_{k=0}^n g_k L_k(\tau), \quad (2)$$

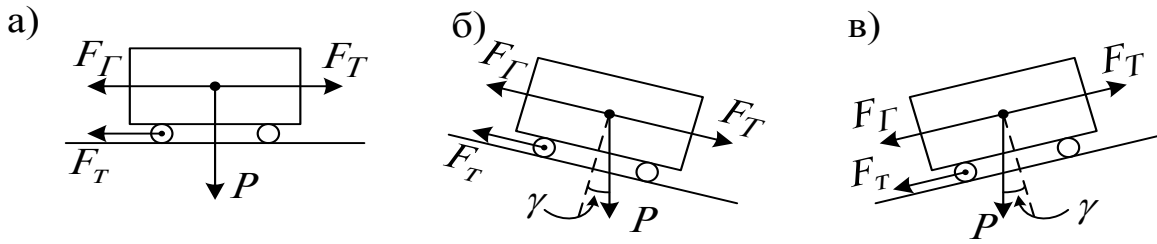
методика визначення коефіцієнтів  $g_k$  та поліномів Лагерра  $L_k(\tau)$  в яких наведена в роботі [4], а вирази переходу від відносних одиниць до іменованих — в роботі [5].

В цій роботі буде показано, яких змін набуде математична модель (1) в разі оптимізації руху незавантаженого електричного транспортного засобу на спуску та підйомі, тобто на відрізках колії відповідно  $AC$  і  $DM$  в позначеннях рис. 1 роботи [1]. Зауважимо, що структура математичної моделі (2) для лінійної швидкості незавантаженого електричного транспортного засобу і для цього випадку руху не зміниться, тож на визначенні її параметрів зупиняться у цій статті не будемо.

### Розв'язання задачі

Спочатку розглянемо спуск незавантаженого електричного транспортного засобу по відрізку  $AC$ .

Для зручності відтворимо на рисунку цієї статті рис. 3 роботи [3].



Сили, що діють на вагон під час руху:  
 а — по горизонтальній площині; б — на спуск; в — на підйом

З рисунку випливає, що за наявності в складі електричного транспортного засобу електровоза та  $(n - 1)$  вагонів гальмівна сила  $F_T$  усього транспортного засобу (якщо не враховувати опір повітряних мас, який залежить від лінійної швидкості  $V$ ) після того, як останній його вагон піде на спуск, складатиме

$$F_T = k \left( \sum_{i=1}^n P_i \right) \cos \gamma - \left( \sum_{i=1}^n P_i \right) \sin \gamma, \tag{3}$$

де  $P_i$  — вага  $i$ -го вагона;  $\gamma$  — кут нахилу площини спуску до горизонтальної площини, який дорівнює куту між силою ваги та перпендикуляром до площини спуску, а  $k$  — коефіцієнт тертя кочення сталюого колеса по сталій рейці.

Якщо ж опір повітряних мас, залежний від лінійної швидкості електричного транспортного засобу, в гальмівній силі враховувати, то, як показано в роботі [3], з'являться складові, пропорційні лінійній швидкості та її квадрату, тобто загальніша модель гальмівної сили матиме вигляд

$$F_T = k \left( \sum_{i=1}^n P_i \right) \cos \gamma - \left( \sum_{i=1}^n P_i \right) \sin \gamma + k^* \left( \sum_{i=1}^n S_{Bi} \right) V + k^{**} S_{Л1} V^2, \tag{4}$$

де  $S_{Bi}$  — площа бічної поверхні  $i$ -го вагона;  $S_{Л1}$  — площа лобової поверхні електровоза;  $k^*$ ,  $k^{**}$  — розмірні коефіцієнти пропорційності відповідно між силою та добутком площі на швидкість і добутком площі на квадрат швидкості.

З урахуванням виразу (4) та результатів, отриманих у роботах [3, 5], математичну модель динаміки руху електричного транспортного засобу на спуску можна записати у вигляді:

$$\left( \sum_{i=1}^n m_i \right) \frac{dV}{dt} = F_{T1} - k \left( \sum_{i=1}^n P_i \right) \cos \gamma + \left( \sum_{i=1}^n P_i \right) \sin \gamma - k^* \left( \sum_{i=1}^n S_{Bi} \right) V - k^{**} S_{Л1} V^2 \tag{5}$$

або (у відносних одиницях) —

$$\frac{dv}{d\tau} = i\varphi(i) - (f_0 \cos \gamma - f_{00} \sin \gamma) - f_1 v - f_2 v^2, \tag{6}$$

де

$$f_{00} = \frac{\left( \sum_{i=1}^n P_i \right)}{F_T^H}, \tag{7}$$

а усі інші коефіцієнти і змінні мають той самий зміст, що і відповідні коефіцієнти та змінні, наведені в роботі [5].

Порівнюючи рівняння (6) цієї статті з рівнянням (2) роботи [5], бачимо, що вони відрізняються лише тим, що у правій частині рівняння (6) стоїть член  $(f_0 \cos \gamma - f_{00} \sin \gamma)$  замість  $f_0$ , а структура обох рівнянь є однаковою. А це означає, що і структури моделей оптимального струму та оптимальної швидкості теж будуть однаковими, але коефіцієнти  $C_0$ ,  $C_1$  моделі оптимального струму

залежатимуть не лише від коефіцієнта  $f_0$ , але і від коефіцієнта  $f_{00}$  та кута  $\gamma$  і знака між складовими з  $f_0$  та  $f_{00}$ , оскільки вони визначатимуться не з системи рівнянь (34), (35) роботи [5], а з аналогічної, але трансформованої системи рівнянь:

$$\begin{aligned}
 & a_2 \left( \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left( \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau+C_1) \left( f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0} \right)} \right)^3 - \\
 & - b_2 \left( \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left( \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau+C_1) \left( f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0} \right)} \right)^2 + \\
 & + (f_0 \cos \gamma - f_{00} \sin \gamma) + f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) + f_2 \left( \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)^2 + v'_N = 0;
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 & a_2 \left( \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left( \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau+C_1) \left( f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0} \right)} \right)^3 - \\
 & - b_2 \left( \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left( \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau+C_1) \left( f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0} \right)} \right)^2 + \\
 & + (f_0 \cos \gamma - f_{00} \sin \gamma) + f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) + f_2 \left( \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)^2 + v'_B = 0.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Тож для визначення оптимального струму тягового електропривода під час руху незавантаженого електричного транспортного засобу на спуску з заданою лінійною швидкістю, яка є функцією граничних умов, необхідно знайдені із системи рівнянь (8), (9) значення коефіцієнтів

$$C_0 = C_0(f_{00}, \gamma, -); \quad C_1 = C_1(f_{00}, \gamma, -) \tag{10}$$

підставити у вираз (1).

Дамо фізичну інтерпретацію отриманого результату. Внаслідок нахилу площини спуску на кут  $\gamma$  сила тертя кочення, яка є пропорційною силі ваги і нормальною до площини кочення, зменшується, і одночасно за рахунок тангенціальної складової сили ваги з'являється додаткова сила тяги. Тож для підтримання заданої лінійної швидкості на спуску необхідно зменшувати силу тяги, створювану тяговим електроприводом електровоза, що досягається заміною коефіцієнтів  $C_0$ ,  $C_1$  в моделі струму (1) їх значеннями з множини (10).

Тепер розглянемо рух незавантаженого електричного транспортного засобу на підйом по відрізьку  $DM$ .

Із рисунку видно, що за наявності в складі електричного транспортного засобу електровоза та  $(n-1)$  вагонів гальмівна сила  $F_\Gamma$  усього транспортного засобу (якщо не враховувати опір повітряних мас, який залежить від лінійної швидкості  $V$ ) після того, як останній його вагон піде на підйом, складатиме

$$F_\Gamma = k \left( \sum_{i=1}^n P_i \right) \cos \gamma + \left( \sum_{i=1}^n P_i \right) \sin \gamma. \tag{11}$$

Тож за аналогією з викладеним вище математичну модель динаміки руху незавантаженого електричного транспортного засобу під час руху на підйом можна записати у вигляді

$$\left(\sum_{i=1}^n m_i\right) \frac{dV}{dt} = F_{T1} - k \left(\sum_{i=1}^n P_i\right) \cos \gamma - \left(\sum_{i=1}^n P_i\right) \sin \gamma - k^* \left(\sum_{i=1}^n S_{Bi}\right) V - k^{**} S_{Л1} V^2, \quad (12)$$

або (у відносних одиницях) —

$$\frac{dv}{d\tau} = i\varphi(i) - (f_0 \cos \gamma + f_{00} \sin \gamma) - f_1 v - f_2 v^2. \quad (13)$$

А це означає, що і модель оптимального струму тягового електропривода під час руху незавантаженого електричного транспортного засобу на підйом буде за структурою такою ж самою, як і під час руху по горизонтальній площині, проте коефіцієнти  $C_0$ ,  $C_1$  моделі оптимального струму, як для спуску, залежатимуть не лише від коефіцієнта  $f_0$ , але і від коефіцієнта  $f_{00}$  та кута  $\gamma$  і знака між складовими з  $f_0$  та  $f_{00}$ , оскільки вони визначатимуться не з системи рівнянь (34), (35) роботи [5], а з аналогічної, але трансформованої системи рівнянь

$$\begin{aligned} & a_2 \left( \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left( \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau+C_1) \left( f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0} \right)} \right)^3 - \\ & - b_2 \left( \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left( \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau+C_1) \left( f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0} \right)} \right)^2 + \\ & + (f_0 \cos \gamma + f_{00} \sin \gamma) + f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) + f_2 \left( \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)^2 + v'_N = 0; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & a_2 \left( \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left( \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau+C_1) \left( f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0} \right)} \right)^3 - \\ & - b_2 \left( \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left( \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau+C_1) \left( f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0} \right)} \right)^2 + \\ & + (f_0 \cos \gamma + f_{00} \sin \gamma) + f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) + f_2 \left( \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)^2 + v'_B = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Тож для визначення оптимального струму тягового електропривода під час руху незавантаженого електричного транспортного засобу на підйом з заданою лінійною швидкістю, яка є функцією граничних умов, необхідно знайдені з системи рівнянь (14), (15) значення коефіцієнтів

$$C_0 = C_0(f_{00}, \gamma, +), \quad C_1 = C_1(f_{00}, \gamma, +) \quad (16)$$

підставити у вираз (1).

Дамо фізичну інтерпретацію і цьому результату. Внаслідок нахилу площини підйому на кут  $\gamma$  сила тертя кочення, яка є пропорційною силі ваги і нормальною до площини кочення, під час підйому, як і під час спуску, зменшується, але одночасно за рахунок тангенціальної складової сили ваги з'являється додаткова гальмівна сила. Тож для підтримання заданої лінійної швидкості під

час руху на підйом необхідно збільшувати силу тяги, створювану тяговим електроприводом електровоза, що досягається заміною коефіцієнтів  $C_0$ ,  $C_1$  в моделі струму (1) їх значеннями з множини (16).

### Висновки

1. В цій роботі досліджено особливості оптимізації руху незавантаженого електричного транспортного засобу на спусках і підйомах.

2. Показано, що структура математичної моделі оптимального струму тягового електропривода електровоза під час руху на спусках і підйомах не змінюється у порівнянні зі структурою математичної моделі струму, що забезпечує оптимальний рух незавантаженого електричного транспортного засобу відрізком прямолінійної горизонтальної колії, але суттєвої зміни зазнають коефіцієнти цієї структури.

3. Розроблено алгоритм визначення коефіцієнтів математичної моделі оптимального струму електровоза під час руху незавантаженого електричного транспортного засобу на спусках та підйомах.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Олександр Борисович. Особливості моделювання руху електричних транспортних засобів з врахуванням залежності навантаження від рельєфу місцевості [Електронний ресурс] / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Наукові праці ВНТУ. — 2010. — № 1. — С. 1—6. — Режим доступу до журн. : [http://www.nbu.gov.ua/e%2Djournals/VNTU/2010-1/uk/10mbidot\\_uk.pdf](http://www.nbu.gov.ua/e%2Djournals/VNTU/2010-1/uk/10mbidot_uk.pdf).

2. Мокін Борис Іванович. Математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем для задач оптимізації (частина 1) / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2008. — № 6. — С. 55—58.

3. Мокін Борис Іванович. Математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем для задач оптимізації (частина 2) / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2009. — № 1. — С. 28—33.

4. Мокін Олександр Борисович. Оптимізація руху порожнього електричного транспортного засобу по прямолінійній горизонтальній колії / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2010. — № 3. — С. 28—33.

5. Мокін Олександр Борисович. Відносні моделі руху електричного транспортного засобу по горизонтальному прямолінійному відрізьку колії / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2010. — № 2. — С. 20—24.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів

Надійшла до редакції 25.10.10  
Рекомендована до друку 5.11.10

**Мокін Олександр Борисович** — завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів.

Вінницький національний технічний університет