УДК 621.37:621.391

В. В. Палагін, канд. техн. наук, доц.

ПОЛІНОМІАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ МЕТОДІВ І СТРУТУР СУМІСНИХ АЛГОРИТМІВ РОЗРІЗНЕННЯ СИГНАЛІВ І ОЦІНЮВАННЯ ЇХ ПАРАМЕТРІВ

Показано використання поліноміального підходу до розв'язання задачі сумісного розрізнення сигналів і оцінки їх параметрів на основі використання методу максимізації полінома і моментного критерію якості для розв'язання багатоальтернативних задач перевірки статистичних гіпотез. Врахування тонкої структури негаусівських завад дозволяє збільшувати точність вимірювань та ефективність системи розрізнення сигналів.

Вступ

Під час розгляду загальної теорії статистичної обробки сигналів виділяються два самостійні напрями, які добре вивчені і знайшли широке своє застосування під час розв'язання багатьох практичних задач. Перший напрям стосується питань перевірки статистичних гіпотез і використовується для вирішення таких прикладних завдань, як виявлення сигналів, розрізнення і розпізнавання сигналів на тлі завад, де рішення вноситься з певної дискретної множини. Другий напрям стосується оцінювання параметрів сигналів на тлі завад, які, як правило, є безперервними величинами. З іншого боку існує велика кількість завдань, де необхідно сумістити ці два напрями теорії статистичної обробки сигналів, що приводить до побудови двохфункціональних правил вибору рішень за сумісного розрізнення сигналів і оцінювання їх параметрів [1].

Показано [1], що узагальнені методи, які застосовуються для побудови таких двофункціональних правил (Байесовський метод, метод максимальної правдоподібності та ін.), не обмежують клас випадкових величин, проте на практиці широке застосування знайшли, в основному, гаусівські моделі випадкових сигналів, що в більшості пояснюється зручністю використання математичного апарату.

З іншого боку інтерес до негаусівських моделей сигналів і завад, як найбільш узагальнених, постійно росте і використання «класичних» підходів викликає певні труднощі, пов'язані як з отриманням таких рішень у разі використання негаусівських щільностей розподілу випадкових величин, так і їх реалізацією [2—4].

Для альтернативного вирішення поставлених завдань пропонується використання не щільності розподілу для опису випадкових величин, а таких математичних характеристик, як математичне очікування, дисперсія, моменти вищих порядків [5]. Такий підхід дозволяє описувати випадкові негаусівські величини і ефективно використовувати поліноміальні підходи для вирішення завдань виявлення, розпізнавання сигналів, оцінки їх параметрів [6—10].

Метою роботи є підвищення ефективності сумісних алгоритмів розрізнення сигналів і оцінювання їх параметрів, використовуючи поліноміальний підхід до побудови двохфункціональних правил вибору рішень і застосовуючи моментно-кумулянтний опис випадкових величин.

Постановка задачі

Нехай на інтервалі спостереження T приймальної системи розглядається випадковий процес $x(t)$, який доступний для реєстрації і може знаходитися в одному із r станів $s_0, s_1, \ldots, s_r$, які відповідають заданому типу сигналу. Вважатимемо, що якщо $x(t)$ знаходиться в стані s_i, то реалізується гіпотеза H_i з певною ймовірністю p_i, $i = \overline{0,r}$, причому гіпотези H_i випадкові і складають повну групу, де $\sum_{i=0}^{r} p_i = 1$. Хай з випадкового процесу проводиться вибірка об'ємом n вибіркових значень $\vec{x} = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$. Тоді розв'язання про реалізацію гіпотези H_i проводиться на підставі отриманої вибірки випадкових величин з щільністю ймовірності розподілу $P_i\left(\vec{x}, \vec{\vartheta}_i\right)$, де

$\vec{\vartheta}_i = \{\vartheta_{1i}, \vartheta_{2i}, \cdots, \vartheta_{ki}\}$ — вектор параметрів, що приймає значення з множини Θ. Набір $P_i\left(\vec{x}, \vec{\vartheta}_i\right)$ дає повний імовірнісний опис вибіркового вектора $\vec{x}$ і, отже, процесу $x(t)$ на інтервалі спостереження T для гіпотези H_i.

За випадкового вектора параметрів $\vec{\vartheta}_i$ вводять його імовірнісний опис у вигляді щільності ймовірності $P_i\left(\vec{\vartheta}\right)$. При цьому вводиться умовна щільність ймовірності вектора $\vec{x}$ для гіпотези H_i і за фіксованого значення випадкового параметра $\vec{\vartheta}_i$, яку позначимо через $P_i\left(\vec{x}\middle|\vec{\vartheta}_i\right)$. Необхідно зазначити, що розмірність і фізичний сенс окремих компонент вектора $\vec{\vartheta}_i$ за різних гіпотез H_i в загальному випадку може бути різним. Таким чином, набір апріорних даних

$$p_i\,,\ P_i\left(\vec{\vartheta}\right),\ \vec{\vartheta}_i \in \Theta_i\,,\ P_i\left(\vec{x}\middle|\vec{\vartheta}_i\right),\ i = \overline{0,r} \tag{1}$$

визначатиме загальну імовірнісну модель процесу $x(t)$ на інтервалі спостереження T.

Якщо параметри (1) відомі спостерігачеві, то має місце повна апріорна інформація, інакше необхідно використовувати адаптацію системи до визначення цих параметрів.

Оскільки випадковий процес може знаходитися в одному з випадкових станів s_i, то зручно скористатися поняттям параметра стану системи λ_i з множини Ω, де $\Omega = \{\lambda_0, \lambda_1, \cdots, \lambda_r\}$. В цьому випадку зручно прийняти умову, якщо λ набуває значення λ_i, то реалізується стан випадкового процесу, який визначається гіпотезою H_i з ймовірністю $P(\lambda = \lambda_i) = p_i$, $i = \overline{0,r}$.

Випадкові значення $\vec{\vartheta}_i$ і λ_i також можна розглядати як одне значення $\vec{\varphi}_i$ складового вектора $\vec{\varphi}_i = \left\{\vec{\vartheta}_i, \lambda_i\right\}$ з множини Ψ, де складова λ_i — дискретна величина, яка відповідає i-му стану системи і що набуває значення з множини Ω, а $\vec{\vartheta}_i$ — безперервна величина з множини, що характеризує поточне значення параметрів системи в i-му стані.

Оскільки $\vec{\vartheta}_i$ і λ_i є випадковими величинами, то сумісна щільність розподілу $P\left(\vec{\vartheta}, \lambda\right)$ задає дискретний розподіл для параметра λ і умовний розподіл для векторного параметра $\vec{\vartheta}$. Тоді з урахуванням складового вектора $\vec{\varphi}_i$ можна записати таку імовірнісну модель процесу $x(t)$ на інтервалі спостереження T:

$$P_i\left(\vec{\varphi}_i\right),\ \vec{\varphi}_i \in \Psi\,,\ P_i\left(\vec{x}\middle|\vec{\varphi}_i\right), \tag{2}$$

де

$$P_i\left(\vec{\varphi}_i\right) = P\left(\vec{\vartheta}_i, \lambda_i\right);\ P_i\left(\vec{x}\middle|\vec{\varphi}_i\right) = P_i\left(\vec{x}\middle|\vec{\vartheta}_i, \lambda_i\right).$$

Зазначимо, що в (2) складовий параметр $\vec{\varphi}_i$ є особливим, оскільки одна його складова λ_i є дискретною величиною, від зміни якої залежатимуть як самі значення параметрів $\vec{\vartheta}_i$, так і їх фізичний сенс.

Використовуючи (2), запишемо в загальному випадку математичну модель завдання сумісного розрізнення $(r+1)$-го сигналу і оцінювання його параметрів на тлі завад. Припустимо, що у разі реалізації гіпотези H_i випадковий процес $x(t)$ має вигляд

$$x(t) = s_i\left(t, \vec{\vartheta}_i\right) + \eta_i(t),\ \ i = \overline{0,r}\,, \tag{3}$$

де $s_i\left(t, \vec{\vartheta}_i\right)$ — корисний сигнал, що приймається, з випадковими параметрами $\vec{\vartheta}_i$, які відповідають i-му стану системи, $\eta_i(t)$ — адитивна завада, характерна для i-го стану системи.

У разі використання параметра стану $\vec{\varphi}$ випадковий процес, що приймається, можна записати у вигляді

$$x(t) = s\left(t, \vec{\varphi}\right) + \eta(t, \lambda)\,. \tag{4}$$

На основі наведених моделей випадкових процесів (3) і (4) необхідно синтезувати алгоритми сумісного розрізнення $r+1$ сигналів і оцінювання їх параметрів. Наприклад, якщо $r=1$, то побудова таких алгоритмів зводиться до виявлення сигналу, тобто перевірки гіпотези H_1 проти альтернативи H_0 і оцінці його інформативних параметрів $\vec{\vartheta}_1=\{\vartheta_1,\vartheta_2,\cdots,\vartheta_k\}$.

Синтез структурної схеми сумісного алгоритму розрізнення сигналів і оцінювання їх параметрів

Показано, що вихідні сигнали двофункціонального правила залежать один від одного і повинні бути реалізовані єдиною оптимальною системою обробки статистичних даних вхідної вибірки $\vec{x}$ [1]. Тоді відповідне двохфункціональне правило $\Delta[\vec{x}]$ можна розглядати як функціонал від функцій розрізнення сигналів $\Delta_p[\vec{x}]$ і функцій оцінювання їх параметрів $\Delta_o[\vec{x}]$:

$$\Delta[\vec{x}]=F\left\{\Delta_p[\vec{x}],\,\Delta_o[\vec{x}]\right\}. \qquad (5)$$

Правило (5) визначатиме перетворення, які необхідно виконати над вхідними вибірковими значеннями $\vec{x}$ для винесення сумісних рішень. Такі рішення назвемо діями певними способами над вибірковими значеннями або алгоритмами.

Означення. Алгоритми, що складаються з правил розрізнення сигналів і оцінювання їх параметрів називатимемо сумісними алгоритмами розрізнення—оцінювання.

У цій роботі пропонується використовувати математичний апарат, заснований на моментно-кумулянтному описі випадкових величин, використанні поліноміальних вирішальних правил, оптимальних за моментними критеріями якості, а також метод максимізації полінома (ММП — метод Кунченка) [6], що дозволяє, з одного боку, спростити сумісні алгоритми розрізнення сигналів і оцінювання їх параметрів для негаусівських моделей завад, а з іншого боку збільшити їх ефективність у вигляді зменшення ймовірності помилок вирішальних правил і зменшення дисперсій оцінок під час урахування тонкої структури негаусівських завад, які описуються кумулянтами третього і вище порядків.

На основі двофункціонального правила (5) на рис. 1 показана структурна схема сумісного алгоритму розрізнення сигналів і оцінювання їх параметрів, що містить в собі нові методи та дозволяє збільшити ефективність обробки сигналів. Проілюструємо принципи дії таких методів.

У систему надходять вибіркові значення $\vec{x}$ обсягом n, на підставі яких необхідно винести рішення на користь реалізації гіпотези H_i про прийняття корисного сигналу $s_i(t)$ (блок 1) і провести оцінювання його параметрів (блок 2). Нехай сигнали, що приймаються, містять адитивну суміш корисного сигналу $s_i(t)$ і негаусівської завади $\eta(\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4,\ldots,\gamma_\mu)$, яка описується кінцевою послідовністю кумулянтів γ_i, $i=\overline{1,\mu}$. Для зручності візьмемо, що негаусівська завада приймається з нульовим математичним очікуванням $(\gamma_1=0)$ і дисперсією $\gamma_2=\chi_2$, а також описується кумулянтами вищих порядків, не рівних нулю. Якщо параметри завади апріорі не відомі, то пропонується провести їх вимірювання в блоці 3 методом моментів (ММ). Таке вимірювання можна співставити з адаптацією системи під задані характеристики негаусівської завади.

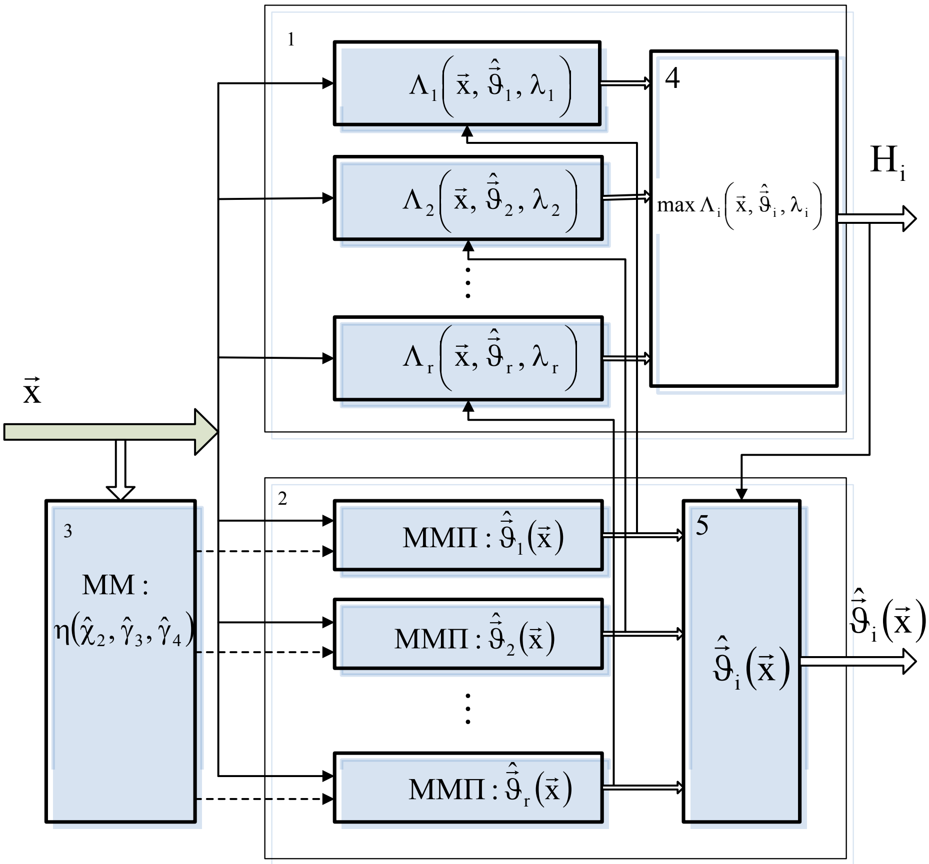


Рис. 1. Структурна схема сумісного алгоритму розрізнення сигналів і оцінювання їх параметрів

Реалізація функціонала $\Delta_p\left[\vec{x}\right]$ про розрізнення сигналів проводиться в блоці 1, де відношення правдоподібності подається у вигляді поліноміальних вирішальних правил (ВП) $\Lambda_i\left(\vec{x}, \hat{\vec{\vartheta}}_i, \lambda_i\right)$, $i = \overline{0, r}$, оптимальні коефіцієнти яких вибираються за одним із моментних критеріїв якості і залежать як від самих вибіркових значень, так і від оціночних значень параметрів сигналів $\hat{\vec{\vartheta}}_i$, які визначаються параметром λ_i. Оцінювання невідомих параметрів сигналу $\hat{\vec{\vartheta}}_i$ проводиться функцією оцінювання параметрів $\Delta_o\left[\vec{x}\right]$ в блоці 2 на основі використання ММП. Необхідно зазначити, що на практиці немає необхідності розглядати весь широкий спектр випадкових негаусівських величин, класифікація яких наведена в [6]. Часто можна обмежитися випадковими величинами, представленими в класі асиметричних, ексцесних і асиметрично-ексцесних випадкових величин, які описуються кумулянтними коефіцієнтами третього і четвертого порядків. Тому блок 3 може реалізувати алгоритм сумісної оцінки параметрів $\chi_2,\ \gamma_3,\ \gamma_4$ методом моментів, як найпростішим.

Отриману оцінку параметрів $\hat{\vec{\vartheta}}_i$, $i = \overline{0, r}$ можна назвати псевдооцінкою, оскільки прив’язати її до конкретного сигналу в блоці 2 не можливо. Така оцінка вибирається з множини Θ в блоці 5 на основі винесення рішення про реалізацію гіпотези H_i на користь сигналу $s_i\left(t\right)$ в блоці 4 на підставі вибору максимального значення ВП $\Lambda_i\left(\vec{x}, \hat{\vec{\vartheta}}_i, \lambda_i\right)$.

Зазначимо, що синтез і аналіз сумісних алгоритмів розрізнення—оцінювання можливий для різних степенів стохастичних поліномів, що дозволяє не тільки врахувати різну апріорну інформацію з вибіркових значень у вигляді моментів і кумулянтів вищих порядків, але і підвищити ефективність системи в цілому.

Застосування методу максимізації полінома для сумісного оцінювання параметрів

Метод максимізації полінома (метод Кунченка) знайшов своє широке застосування для розв'язання багатьох прикладних задач, особливістю якого є зручність використання негаусівських моделей сигналів і завад [8] та висока ефективність у вигляді зменшення дисперсії оцінок, що позитивно позначається на точності вимірювань.

Як приклад розглянемо синтез сумісних алгоритмів розрізнення постійних сигналів і оцінювання їх параметрів, які мають місце в післядетекторній обробці, прийомі дискретних повідомлень і т. д.

Як показано в постановці задачі, під час побудови двофункціональних правил виникає необхідність оцінювати не один параметр, а декілька параметрів. Таким чином, параметр $\vec{\vartheta} = \{\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_d\}$ є векторним розмірністю $\vartheta_r \in (a_r, b_r)$. В цьому випадку, згідно з ММП, оцінки складових вектора $\vec{\vartheta}$ знаходяться з сумісного розв'язання системи d рівнянь

$$\sum_{i=1}^{s} h_{i(r)}(\vec{\vartheta}) \sum_{v=1}^{n} \left[x_v^i - m_i(\vec{\vartheta}) \right] \Bigg|_{\vec{\vartheta}=\hat{\vec{\vartheta}}} = 0, \tag{7}$$

де в кожному *r*-му рівнянні коефіцієнти $h_{i(r)}(\vec{\vartheta})$ знаходяться з розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^{s} h_{j(r)}(\vec{\vartheta}) F_{i,j}(\vec{\vartheta}) = \frac{d}{d\vartheta_r} m_i(\vec{\vartheta}), \quad i = \overline{1,s}, \quad r = \overline{1,d}\,.$$

Ефективність оцінювання визначатиметься у вигляді дисперсії векторної оцінки $\hat{\vec{\vartheta}} = \left(\hat{\vartheta}_1, \hat{\vartheta}_2, \dots, \hat{\vartheta}_d\right)$, яка зворотно пропорційна матриці кількості здобутої інформації про векторний параметр:

$$\sigma_{sn}\left(\vec{\vartheta}\right) = J_{sn}^{-1}(\vec{\vartheta}) = \left\| J_{sn}^{(r,k)}(\vec{\vartheta}) \right\|^{-1}, \ \ r,k = \overline{1,d}\,,$$

де $J_{sn}^{(r,k)}(\vec{\vartheta}) = n \sum_{i=1}^{s} h_{i(k)}(\vartheta) \frac{d}{d\vartheta_r} m_i(\vartheta)$.

Як приклад розглянута побудова алгоритмів сумісного оцінювання параметрів постійних сигналів, що приймаються на тлі асиметричної негаусівської завади першого типу першого виду [6], яка описується дисперсією χ_2 і кумулянтним коефіцієнтом γ_3, який характеризує асиметрію завади. В цьому випадку оцінювання параметрів сигналів і завад проводитиметься в блоці 2 (див. рис. 1), використовуючи метод максимізації полінома для оцінювання векторного параметра $\vec{\vartheta}$ для степеня полінома $s = 3$. Самі аналітичні вирази не наводяться через їхню громіздкість.

Зазначимо, що дисперсії отриманих оцінок збігаються з результатами, отриманими в разі використання методу моментів, і мають такі значення:

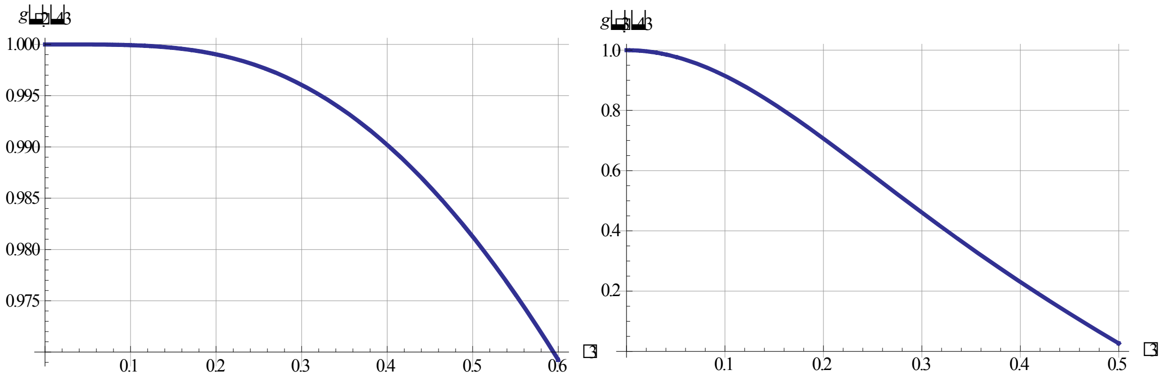
$$\sigma_{\hat{a}}^2 = \frac{\chi_{20}}{n}; \ \ \sigma_{\hat{\chi}_2}^2 = \frac{2\chi_{20}^2}{n}; \ \ \sigma_{\hat{\gamma}_3}^2 = \frac{6}{n}\left(1 - \frac{3}{4}\gamma_{30}^2\right).$$

Зі збільшенням степеня полінома до $s = 4$ також отримані аналітичні вирази у вигляді сумісної системи рівнянь, які дозволяють знайти самі оцінки шуканих параметрів.

Для кількісного визначення зменшення дисперсії оцінок $\hat{a}$, $\hat{\chi}_2$ і $\hat{\gamma}_3$ за їх сумісного оцінювання у разі збільшення степеня полінома обчислено коефіцієнт зменшення дисперсії для степенів стохастичного полінома $s = 3$ і $s = 4$:

$$g_{(a)43}\left(\vec{\vartheta}\right) = 1; \ \ g_{(\chi_2)43}\left(\vec{\vartheta}\right) = \frac{4 + 24\gamma_3^2 - 3\gamma_3^4}{4\left(1 + 6\gamma_3^2\right)}; \ \ g_{(\gamma_3)43}\left(\vec{\vartheta}\right) = \frac{16 - 60\gamma_3^2 - 9\gamma_3^6}{4\left(4 + 21\gamma_3^2 - 18\gamma_3^4\right)}. \tag{8}$$

На рис. 2 показано графіки, що ілюструють отримані результати (8). З них видно, що зі зростанням степеня полінома і з урахуванням коефіцієнта асиметрії γ_3 негаусівської завади відбувається зменшення дисперсії оцінок параметрів χ_2 і γ_3, що свідчить про збільшення точностних характеристик отриманих результатів.



а) б)

Рис. 2. Залежність коефіцієнта зменшення дисперсії сумісної оцінки параметрів χ_2 (а) і γ_3 (б) від зміни значення коефіцієнта асиметрії γ_3

Таким чином, можна зробити висновок, що враховуючи тонку структуру негаусівської завади у вигляді коефіцієнта асиметрії γ_3, окреслюються результати сумісного оцінювання у вигляді зменшення дисперсій оцінок в порівнянні з відомими результатами.

Моментний критерій якості для багатоальтернативних задач перевірки статистичних гіпотез

Сформулюємо задачу розрізнення сигналів на тлі завад, яка вирішується в блоці 1 (див. рис. 1), використовуючи моментний критерій якості [11]. Нехай на інтервалі часу $(0,T)$ спостерігаються випадкові сигнали $\xi_i(t)$, $i=1,N$, по яких прийматимуться рішення про реалізацію відповідної гіпотези H_i. Сигнали $\xi_i(t)$, що приймаються, є адитивною сумішшю корисного сигналу $s_i(t)$ та негаусівської завади $\eta_i(t)$, яка характеризується нульовим математичним очікуванням, дисперсією χ_2 і послідовністю моментів і кумулянтів.

Кожному сигналу, що приймається, відповідає свій моментно-кумулянтний опис, поданий у вигляді кінцевої послідовності $m_i\left[\left\{\alpha_{i1},\alpha_{i2},\ldots,\alpha_{i\mu}\right\},\left\{0,\chi_{i2},\gamma_{i3},\gamma_{i4},\ldots,\gamma_{i\mu}\right\}\right]$, де $\alpha_{i1},\alpha_{i2},\ldots,\alpha_{i\mu}$ — початкові моменти, що описують ознаки сигналу $s_i(t)$; γ_{i2}, γ_{i3}, γ_{i4}, $\ldots,\gamma_{i\mu}$ — кумулянтні коефіцієнти, що описують ознаки негаусівської завади $\eta_i(t)$.

Розглянемо в загальному випадку $N+1$ гіпотез, щодо яких необхідно ухвалити рішення на користь однієї. Тоді, замінивши безперервний час спостереження t на дискретні відліки v об'ємом n, проведені із спостережуваних сигналів $\xi_i(t)$, і розглядаючи стаціонарні негаусівські завади, запишемо:

$$H_i:\ \xi_{iv}=s_{iv}(\alpha_k)+\eta_i(\gamma_k),\ i=\overline{1,N},\ k=\overline{1,\mu},\ v=\overline{1,n};$$

$$H_0:\ \xi_{0v}=\eta_0(\gamma_k),$$

де $s_{iv}(\alpha_k)$ — i-й сигнал з відомими (оціночними) параметрами α_k; $\eta_i(\gamma_k)$ — випадкова негаусівська завада з відомими (оціночними) параметрами у вигляді кумулянтів γ_k.

Згідно з класичним імовірнісним підходом [4] оптимальний байєсовський алгоритм розрізнення сигналів знаходяться з умови мінімуму середнього ризику. Тоді оптимальний алгоритм розрізнення сигналів подається у вигляді

$$p_iP\left(\vec{x}\mid H_i\right)=\max_{j=\overline{0,N}}\left\{p_jP\left(\vec{x}\mid H_j\right)\right\},\ i=\overline{0,N} \tag{9}$$

або

$$\ln P\left(\vec{x} \mid H_i\right) + \ln p_i = \max_{j=0,N}\left\{\ln P_j\left(\vec{x} \mid H_j\right) + \ln p_j\right\},\ i = \overline{0,N},$$

де $p_i = P\left(H_i\right)$ — ймовірність появи гіпотез H_i.

Відомо, що мінімальною достатньою статистикою для поставленої задачі є N скалярних функцій векторної вибірки $\vec{x}$ відношення правдоподібності

$$\Lambda_i(\vec{x}) = P\left(\vec{x} \mid H_i\right) \Big/ P\left(\vec{x} \mid H_0\right)$$

або, використовуючи критерій максимуму апостеріорної ймовірності, рішення про передачу сигналу $s_i(t)$ (реалізація гіпотези H_i) ухвалюється тоді, коли

$$\ln \Lambda_i(\vec{x}) + \ln p_i = \max_{j=0,N}\left\{\ln \Lambda_j(\vec{x}) + \ln p_j\right\}, \quad \Lambda_j(\vec{x}) p_j / p_0 \geq 1,$$

і рішення про те, що сигнали відсутні (реалізація гіпотези H_0), якщо

$$\Lambda_j(\vec{x}) p_j / p_0 < 1,\ j = \overline{1,N}.$$

Не дивлячись на загальний підхід (9) до побудови ВП, розв’язання подібних задач відбилося, в основному для випадку, коли розглядається нормальний закон розподілу $P\left(\vec{x} \mid H_i\right)$ випадкових величин. Для інших випадків, як правило, не вдається знайти саму щільність розподілу і, відповідно, отримати розв’язок. В цьому випадку можна скористатися аналогічним прийомом розкладання відношення правдоподібності перевірки статистичних гіпотез H_m і H_r в стохастичний поліном кінцевого степеня s [9—11], який за простих матриць втрат і рівноімовірній появі гіпотез прийме вигляд

$$\Lambda^{(mr)}\left(\vec{x}\right)_{sn} = \sum_{i=1}^{s} k_i^{(mr)} \sum_{v=1}^{n} x_v^i + k_0^{(mr)} \underset{H_r}{\overset{H_m}{\gtrless}} 0, \quad r,m = \overline{0,\ N-1},\ r \neq m, \tag{10}$$

де невідомі коефіцієнти $k_i^{(mr)}$, $k_0^{(mr)}$ знаходяться згідно із заданим критерієм якості [11];

$$Yu(E,G)^{(mr)} = \frac{\left[\left(G_m^{(mr)}\right)^{0,5} + \left(G_r^{(mr)}\right)^{0,5}\right]^2}{\left[E_m^{(mr)} - E_r^{(mr)}\right]^2}, \quad r,m = \overline{0,N},\ r \neq m, \tag{11}$$

який відображає асимптотичні $(n \to \infty)$ ймовірності помилок функцій $\Lambda^{(mr)}\left(\vec{x}\right)$ перевірки гіпотез H_m і H_r, де математичні очікування і дисперсії ВП (10) за гіпотез H_m и H_r відповідно мають вигляд

$$E_m^{(mr)} = n\sum_{i=1}^{s} k_i^{(mr)} m_i^{(m)};\ E_r^{(mr)} = n\sum_{i=1}^{s} k_i^{(mr)} m_i^{(r)};$$

$$G_m^{(mr)} = n\sum_{i=s}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_i^{(mr)} k_j^{(mr)} F_{(i,j)}^{(m)};\ G_r^{(mr)} = n\sum_{i=s}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_i^{(mr)} k_j^{(mr)} F_{(i,j)}^{(r)},$$

де $F_{(i,j)}^{(m)} = m_{(i+j)}^{(m)} + m_i^{(m)} m_j^{(m)}$; $F_{(i,j)}^{(r)} = m_{(i+j)}^{(r)} + m_i^{(r)} m_j^{(r)}$ — центральні корелянти випадкової величини ξ (i,j)-го порядку за гіпотез H_m и H_r відповідно; $m_i^{(m)}$, $m_i^{(r)}$ — початкові моменти i-го порядку випадкової величини ξ за гіпотез H_m и H_r відповідно.

Використовуючи (11), оптимальний коефіцієнт $k_0^{(mr)}$, який мінімізує ймовірності помилок ВП (10), має вигляд

$$k_0^{(mr)} = -\frac{E_m^{(mr)}\left(G_r^{(mr)}\right)^{0,5} + T_r^{(mr)}\left(G_m^{(mr)}\right)^{0,5}}{\left(G_m^{(mr)}\right)^{0,5} + \left(G_r^{(mr)}\right)^{0,5}}. \qquad (12)$$

Тоді оптимальні коефіцієнти $k_i^{(mr)}$ (10), які мінімізують функціонал (11), знаходяться з розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^{s} k_j^{(mr)}\left[\left(1 + R^{(mr)}\right)F_{(i,j)}^{(r)} + \left(1 + \frac{1}{R^{(mr)}}\right)F_{(i,j)}^{(m)}\right] = m_i^{(m)} - m_i^{(r)},\ i = \overline{1,s}, \qquad (13)$$

де $R^{(mr)} = \left[G_m^{(mr)} / G_r^{(mr)}\right]^{0,5}$.

За такого поліноміального підходу до оптимального вибору ВП розрізнення сигналів на тлі завад математична структура вибору гіпотези H_m, по аналогії з (9), буде мати вигляд

$$H_m:\ \max_{m=\overline{1,N}}\left\{\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_i^{m0} x_v^i + k_0^{m0}\right\} > 0;\quad H_0:\ \max_{m=\overline{1,N}}\left\{\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_i^{m0} x_v^i + k_0^{m0}\right\} < 0;$$

$$\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_i^{m0} x_v^i + k_0^{m0} > \sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_i^{r0} x_v^i + k_0^{r0},\quad m, r = \overline{1,N},\ r \neq m. \qquad (14)$$

На основі побудови нового методу перевірки статистичних гіпотез побудовані лінійні $(s = 1)$ та нелінійні $(s \geq 2)$ ВП, причому останні характеризуються меншою ймовірністю помилок в порівнянні з лінійними ВП, які еквівалентні відомим результатам (9) в припущенні використання моделей гаусівських випадкових величин.

Характерною рисою нових ВП для $s \geq 2$ є те, що вибіркові значення x_v^i підлягають нелінійній обробці в степені i і враховується структура випадкових сигналів не тільки у вигляді їх дисперсій χ_2, але і кумулянтних коефіцієнтів третього і вищих порядків. Врахування таких параметрів дозволяє описувати випадкові сигнали, розподіл яких відрізняється від нормального.

У роботі досліджувався вплив асиметричної негаусівської завади першого типу першого виду, на ефективність нелінійних ВП розрізнення сигналів. Ефективність оцінювалася по сумарній асимптотичній ймовірності помилок ВП розрізнення сигналів для різних поліноміальних перетворень у вигляді ступеня s, що в результаті відображене у вигляді відношення R_s/R_1 на рис. 3. Показник R_s/R_1 характеризує відношення ймовірності помилок нелінійних ВП для степеня полінома $s = 2-5$ до ймовірності помилок лінійних ВП для $s = 1$ за різних параметрів сигналів і завад, де $q_r = \dfrac{a_r^2}{\chi_2}$ — відношення сигнал/завада за потужністю, $r = 1, 2$. З графіків видно, що з урахуванням параметра γ_3 ймовірність помилок нелінійних ВП зменшуються, про що свідчить відношення R_s/R_1, яке менше одиниці. Максимальне зменшення досягається у разі досягнення коефіцієнта γ_3 області допустимих значень (ОДЗ) [5, 6]. Причому, зі збільшенням степеня полінома s ОДЗ параметра γ_3 зменшується, що в цілому характеризується збільшенням ефективності обробки.

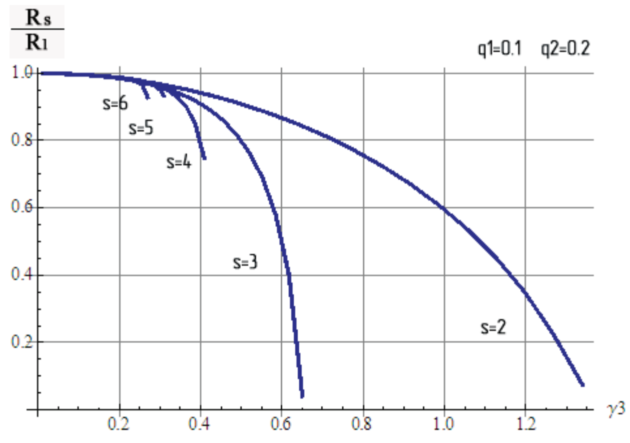


Рис. 3. Відношення ймовірностей помилок ВП для $s = 2-5$ до ВП для $s = 1$ від значень коефіцієнта асиметрії γ_3 за різних відношень сигнал—шум $q1$ и $q2$, $n = 100$

Таким чином, застосовуючи в блоці 1 (див. рис. 1) поліноміальну обробку вибіркових значень і враховуючи тонку структуру негаусівських завад, вдалося збільшити ефективність ВП розрізнення сигналів у вигляді зменшення ймовірностей помилок в порівнянні з використанням традиційних лінійних ВП і гаусівських моделей випадкових величин.

Висновки

У роботі запропоновано використання поліноміального підходу до розв'язання задачі сумісного розрізнення сигналів і оцінки їх параметрів на основі використання методу максимізації полінома і розробки нового методу розрізнення сигналів для розв'язання багатоальтернативних задач перевірки статистичних гіпотез. Показано, що врахування тонкої структури негаусівських завад у вигляді параметра асиметрії дозволяє, з одного боку, збільшити точність оціночних значень параметрів завади у вигляді зменшення їх дисперсій, а з іншого боку, дозволяє зменшити ймовірність помилок самих ВП розрізнення сигналів, що збільшує ефективність системи обробки даних двофункціональним правилом в цілому.

Отримані результати рекомендується використовувати в навігаційних, телекомунікаційних системах, системах зв'язку, застосовуючи негаусівські моделі сигналів та завад.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Трифонов А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М. : Радио и связь, 1986. 264 с.

2. Шелухин О. И. Негаусовские процессы в радиотехнике / О. И. Шелухин. — М., 1998., 310 с.

3. Тихонов В. А. Обобщенные модели линейного предсказания негаусовых процессов и их применение в задачах статистической радиотехники / В. А. Тихонов // Праці Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негаусівських процесів» пам'яті професора Кунченка Ю. П. : тези доповідей. — Черкаси : ЧДТУ, 2007. — С. 53—55.

4. Безрук В. М. Теоретические основы проектирования систем распознавания сигналов для автоматизированного радиоконтроля : моног. / В. М. Безрук, Г. М. Певцов — Х. : Коллегиум, 2007 — 430 с.

5. Малахов А. Н. Кумулянтный анализ негауссовских процессов и их преобразований / А. Н. Малахов. — М. : Сов. радио, 1979. — 376 с.

6. Кунченко Ю. П. Стохастические полиномы / Ю. П. Кунченко. — Киев : Наукова думка. — 2006. — 275 с.

7. Кунченко Ю. П. Проверка статистических гипотез при использовании полиномиальных решающих правил, оптимальных по моментному критерию суммы асимптотических вероятностей ошибок / Ю. П. Кунченко, В. В. Палагин // Радиоэлектроника и информатика. — 2006. — № 3(34). — С. 4—11.

8. Палагін В. В. Застосування та адаптація методу максимізації поліному для оцінки параметрів радіосигналу на тлі ексцесних 1-го типу 1-го виду завад при неоднаково розподілених вибіркових значеннях / В. В. Палагін, Д. В. Куликов. // Електроніка і інформатика. — 2007. — № 2. — С. 17—23.

9. Палагін В. В. Поліноміальне вирішення задач розпізнавання випадкових сигналів / В. В. Палагін, О. М. Жила // Вісник ЧДТУ. — 2008. — № 2. — С. 31—35.

10. Палагин В. В. Построение моментного критерия проверки статистических гипотез при использовании полиномиальных решающих правил / В. В. Палагин // Электронное моделирование. — 2008. — Т. 30. — С. 57—72.

11. Палагин В. В. Адаптация моментного критерия качества для многоальтернативной задачи проверки гипотез при использовании полиномиальных решающих правил / В. В. Палагин // Электронное моделирование. — 2010. — Т. 32. — № 4. — С. 17—33.

Рекомендована кафедрою захисту інформації

Стаття надійшла до редакції 11.11.10
Рекомендована до друку 16.11.10

Палагін Володимир Васильович — доцент кафедри радіотехніки.

Черкаський державний технологічний університет, Черкаси