УДК 656.7.052.001.57(045)

А. А. Тунік, д-р техн. наук, проф.;
О. П. Басанець, асп.;
М. М. Комнацька

СИНТЕЗ СИСТЕМИ НАВЕДЕННЯ ОБЕРТОВОГО БЕЗПІЛОТНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА НА ОСНОВІ ЛІНІНИХ МАТРИЧНИХ НЕРІВНОСТЕЙ

Розглянуто метод синтезу системи наведення обертового безпілотного літального апарата за неповних вимірювань вектора фазових координат. Статичний регулятор за станом у ланцюзі зворотного зв'язку визначається шляхом використання апарату лінійних матричних нерівностей. Вектор стану системи відновлюється за допомогою спостерігача пониженого порядку Люенбергера.

Вступ

В наш час актуальним питанням теорії управління польотом залишається задача синтезу оптимальних стабілізувальних законів керування. Для її розв'язання можуть використовуватися методи класичної теорії управління, робастного та нечіткого управління, штучного інтелекту [1—3]. Різноманітність існуючих методів теорії управління дозволяє обрати для розв'язання найприйнятніший метод, виходячи з умов поставленої задачі. В цій роботі пропонується використовувати методи теорії лінійних матричних нерівностей (ЛМН). В основі такого підходу лежать фундаментальні положенні теорії стійкості Ляпунова, які подані в роботі [4]. Перевагою використання цього методу для розв'язання задач стабілізації є можливість конструювання робастного регулятора досить нескладним шляхом [5, 6]. Так як досліджується питання стабілізації безпілотного літального апарата (БПЛА) з неповною інформацією про стан об'єкта, синтез регулятора здійснюється після відновлення повного вектора стану за допомогою спостерігача пониженого порядку Люенбергера.

Постановка задачі

За вихідну математичну модель об'єкта керування беремо систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}x(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + B_g g(t); \\ &y(t) = C_i x(t) + D_i u(t), \end{aligned} \tag{1}$$

де A_i, B_i — елементи політопу, для яких виконується умова

$$[A \quad B] \in Co\,\{[A_1 \quad B_1],\ldots,[A_N \quad B_N]\},\ i = 1,\ldots,N\,.$$

За вектор стану об'єкта прийнятий вектор змінних: $x = [y, \dot{y}, \ddot{y}]$, а за керуючу величину — u - відхилення рулів δ_p у каналі тангажу; $g(t)$ — збурення, що діють на об'єкт (в цьому випадку використовується модель турбулентого вітру для моделювання збурень). В задачі розглядається неповний вектор стану об'єкта, а саме $C = [1\ 0\ 0]$. Це означає, що для вимірювання доступно лише відхилення БПЛА від центру променя, по якому відбувається наведення. В такій системі наведення сигнали керування формуються за вимірюваним відхиленням БПЛА від осі променя, що рухається в просторі відповідно до прийнятого методу наведення. Величина і напрям відхилення БПЛА від центру променя визначаються вимірювальним приладом, що знаходиться на борту [7].

Для заданої матриці виміру C за неповного вимірювання фазових координат об'єкта поставимо задачу синтезу оптимального спостерігача, який мінімізує похибку спостереження фазових координат об'єкта. Зробимо припущення, що усі фазові координати об'єкта вимірюються ідеально. Поставимо задачу синтезу регулятора, що мінімізує інтегральний квадратичний критерій якості. Тоді послідовне з'єднання об'єкта керування, регулятора і спостерігача буде описуватися рівняннями

$$\dot{x}(t) = A_{reg}x(t) + B_{reg}u(t);$$

$$y(t) = C_{reg}x(t) + D_{reg}u(t),$$

де A_{reg}, B_{reg}, C_{reg}, D_{reg} — матриці подання у просторі стану послідовного з'єднання об'єкта керування, регулятора і спостерігача. Загальний вигляд розглянутої системи керування схематично показаний на рис. 1.

Відмітимо, що оскільки ми зробили припущення про ідеальність відновлення, то отриманий регулятор буде субоптимальним.

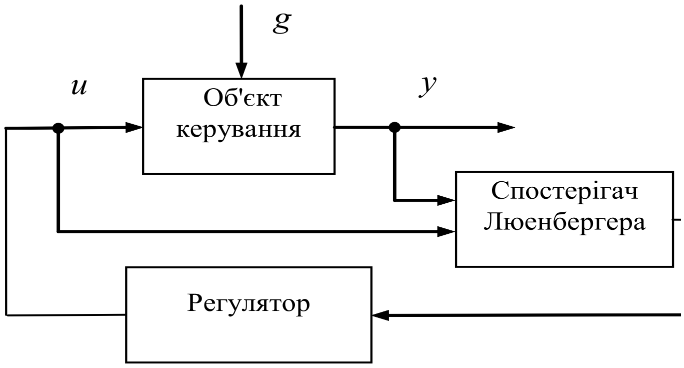

Рис. 1. Система керування зі спостерігачем та регулятором

Як було сказано вище, система наведення БПЛА використовує вимір тільки однієї з компонентів вектора стану, тому для синтезу оптимального регулятора в першу чергу необхідно відновити повний вектор стану системи за допомогою спостерігача, отримавши тим самим оцінки відсутніх змінних вектора стану. У цій задачі застосовується спостерігач пониженого порядку — спостерігач Люенбергера, тому що не ставиться задача фільтрації шумів вимірів і придушення шумів стану. Як відомо, спостерігач Люенбергера є простішим, хоча і менш точним у порівнянні з фільтром Калмана. У той же час спостерігач Люенбергера володіє більшою робастністю відносно моделі зовнішнього збурення, що в умовах її невизначеності має велике практичне значення, оскільки для синтезу спостерігача конкретний вид збурення не використовується.

Таким чином, побудова оптимального закону керування складається з таких етапів:

— на першому етапі відбувається оцінювання вектора стану системи (використовуючи спостерігач Люенбергера),

— на другому — розробляється регулятор зі зворотним зв'язком від оцінки вектора стану за обраним алгоритмом (у цьому випадку використовується регулятор на основі ЛМН).

Синтез спостерігача Люенбергера та відновлення повного вектора стану

Для системи, що описується рівнянням (1)

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

частина вектора стану, що доступна для вимірів, описується таким рівнянням:

$$y(t) = Cx(t),$$

причому $A \in R^{nxn}$, $C \in R^{lxn}$, де $l < n$. Оскільки частина доступних вимірів l менша, ніж кількість змінних стану n, необхідно відновити повний вектор стану $\hat{x}$ та визначити такий вектор F, який мінімізує норму похибки $\varepsilon = x - \hat{x}$.

Позначимо вектором $p(t)$ ті змінні, які недоступні для вимірювання:

$$p(t) = C'x(t),$$

де C' — матриця змінних, які необхідно відновити.

Відомо, що спостерігач пониженого порядку описується таким диференціальним рівнянням [8]:

$$\dot{q}(t) = \left[C'AL_2 - FCAL_2\right]q(t) + [C'AL_2F + C'AL_1 - FCAL_1 - FCAL_1F]y(t) + [C'B - FCB]u(t), \quad (3)$$

де $\left(L_1,\ L_2\right) = \left(C \quad C'\right)'$.

Відновлений стан системи $\hat{x}(t)$ визначається через $q(t)$ таким чином [8]:

$$\hat{x}(t) = L_2q(t) + \left(L_1 + L_2F\right)y(t). \quad (4)$$

Рівняння (3), (4) описують спостерігач пониженого порядку.

Таким чином, задача синтезу спостерігача полягає у виборі матриці коефіцієнтів підсилення спостерігача F, яка забезпечує задане розташування власних чисел матриці стану $\left(C' - FC\right) AL_2$ на комплексній площині.

Синтез оптимального лінійно-квадратичного управління методом лінійних матричних нерівностей

Припустимо, що повний вектор стану відомий, замінивши доступний стан відновленим. Тоді розглянемо задачу синтезу оптимального лінійно-квадратичного управління об’єктом (1) яка полягає у знаходженні стабілізувального управління у випадку, коли всі змінні вектора стану системи вимірюються

$$u = Kx(t),$$

що мінімізує функціонал якості

$$J = \int_0^\infty \left(x(t)^T Qx(t) + u(t)^T Ru(t)\right)dt = \int_0^\infty x(t)^T \left(Q + K^T RK\right)x(t)\,dt, \tag{5}$$

де $Q,\ R$ — позитивно визначені вагові матриці.

Зауважимо, що значення функціоналу залежить від траєкторії $x(t)$ таким чином, що найгірше значення фунціоналу відповідає найгіршій траєкторії $x(t)$. Задача полягає у знаходженні матриці коефіцієнтів підсилення K та квадратичної функції Ляпунова P, що мінімізує границю $x_0^T(t)Px_0(t)$ найгіршого значення функціоналу J. В термінах лінійних матричний нерівностей (ЛМН) така задача зводиться до визначення матриці K та функції Ляпунова, за якої значення функціоналу якості гарантовано мінімізується згідно з (5). Таким чином, в роботі розв’язується така оптимізаційна задача:

$$\text{minimize}\, x_0^T P x_0$$

$$\text{за умови, що } P = P^T > 0,\ \left(A_i + B_iK\right)^T P + P\left(A_i + B_iK\right) + Q + K^T RK < 0. \tag{6}$$

Введемо матриці Y та W такі, що $Y = P^{-1},\ W = KP^{-1}$. Проведемо заміну змінних Y та W замість P та K у (6) та, домноживши зліва та справа на Y, отримуємо нерівність

$$YA_i^T + A_iY + W^TB_i^T + B_iW + YQY + W^TRW < 0. \tag{7}$$

Використовуючи лему Шура [5], нерівність (7) можна записати у вигляді ЛМН

$$\begin{bmatrix} YA_i^T + A_iY + W^TB_i^T + B_iW & Y & W^T \\ Y & -Q^{-1} & 0 \\ W & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0, \tag{8}$$

де матриці Q та R такі, що мають зворотну матрицю.

Для того, щоб уникнути залежності функціоналу якості від початкових умов, припускається, що закон розподілу початкових значень можна описати випадковим процесом з нульовим математичним очікуванням та одиничною матрицею коваріації, тобто:

$$\begin{cases} E\left\{x(0)\right\} = 0; \\ E\left\{x(0)x(0)^T\right\} = I, \end{cases}$$

де E — знак математичного очікування.

Таким чином, задача полягає в мінімізації функціоналу якості J з урахуванням усіх можливих початкових умов з нульовим математичним очікуванням та одиничною матрицею коваріації. В результаті задача зводиться до знаходження роз’язку системи лінійних матричних нерівностей

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} YA_i^T + A_iY + W^TB_i^T + B_iW & Y & W^T \\ Y^T & -Q^{-1} & 0 \\ W & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0; \\ \begin{bmatrix} Z & I_n \\ I_n & Y \end{bmatrix} > 0, \end{cases} \qquad (9)$$

де Z — граничне значення квадратичної функції Ляпунова, а саме $Z = Y^{-1}$.

В свою чергу коефіцієнти підсилення регулятора визначаються як

$$P = Y^{-1}, \ K = WY^{-1}.$$

Отже, в результаті розв'язання системи ЛМН (9) отримано регулятор, що стабілізує об'єкт (1) з відновленим станом (4), одночасно забезпечуючи мінімум функціонала якості (5).

Практичне застосування розробленої методики на прикладі синтезу системи наведення обертового БПЛА

Розглянемо роботу одного з каналів обертового БПЛА, параметри якого [7, 9]: маса $m = 14,26$ кг, момент навколо вертикальної осі $Iz = 0,827$ кг·м^2, площа крила $S = 0,00769$ м^2, довжина виробу $L = 0,896$ м. Вектор стану об'єкта: $[y, \dot{y}, \ddot{y}]$, y — відхилення обертового БПЛА від центру променя у вертикальній площині, $\dot{y}$, $\ddot{y}$ — перша та друга похідні відхилення, відповідно; вектор управління: $[\delta_p]$, δ_p — відхилення рулів.

Матриці простору стану номінальної (для швидкості $V = 377,7$ м/с) та збуреної моделей (для швидкості $V = 256$ м/с) [4] мають вигляд

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -241200 & -14,33 \end{bmatrix}; \quad A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -91970 & -6,887 \end{bmatrix};$$

$$B_n = \begin{bmatrix} 0 & 0,097 & 113800. \end{bmatrix}'; \ B_p = \begin{bmatrix} 0 & 0,074 & 284510 \end{bmatrix}'.$$

Отриманий вектор коефіцієнтів підсилення регулятора

$K_y \ K_{\dot{y}} \ K_{\ddot{y}} \ = [-4,278 \ -0,02303 \ -0,0004251 \ ]$.

Результати роботи номінальної та збуреної систем показано на рис. 2.

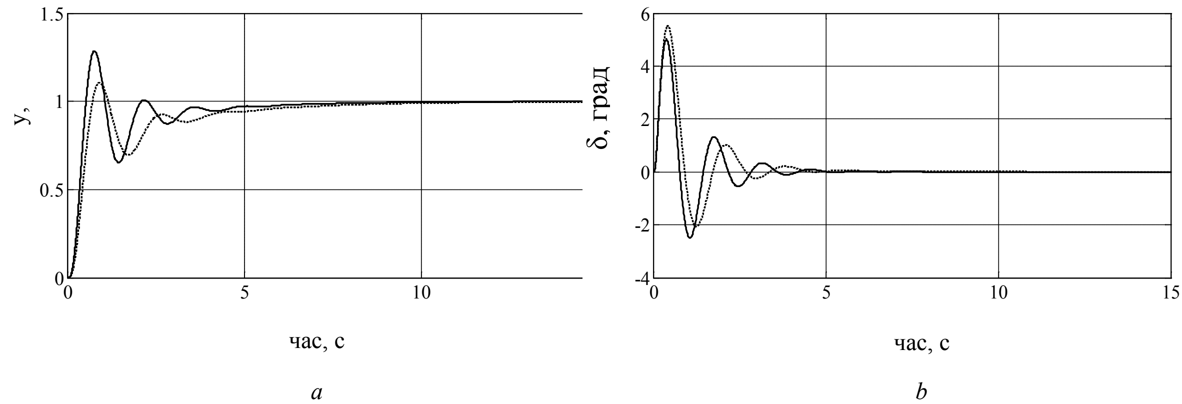

Рис. 2. Результати моделювання номінальної та параметрично збуреної моделей:
a — похибка по висоті, м; *b* — відхилення рулів, градуси

У якості кількісних показників функціонування синтезованої замкненої системи обчислено H_2-норми та H_∞-норми номінальної та параметрично збуреної моделей. Такі показники використовуються для оцінки якості (H_2-норми) та робастності (H_∞-норми) систем. Для цієї задачі вищевказані показники мають такі значення:

$$H_2^n = 0{,}1012;\quad H_2^p = 0{,}0905;\quad H_\infty^n = 0{,}3818;\quad H_\infty^p = 0{,}0191.$$

Висновок

Розглянуто методику синтезу системи наведення обертовим БПЛА за неповних вимірювань вектора стану шляхом поєднання спостерігача та регулятора за станом, синтезованим з використанням апарату лінійних матричних нерівностей.

Розроблений на основі спостерігача Люенбергера та лінійних матричних нерівностей регулятор володіє певним ступенем робастності, про що свідчить якість перехідних процесів номінальної та параметрично збуреної моделей, а також обчисленні показники функціонування системи.

Результати моделювання процесу наведення обертового БПЛА свідчать про ефективність розроблених алгоритмів керування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. McLean D. Automatic Flight Control Systems / D. McLean. — Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs. — 1990. — 593 p.
2. Magni J.-F. Robust Flight Control. A Design Challenge / Magni J.-F., Bennani S., Terlouw J. — Springer-Verlag, Berlin, New York. — 1997. — 649 p.
3. Passino K. M. Fuzzy Control / K. M. Passino, S. Yurkovich. — Addison — Wesley. — Menlo Park, Reading, Harlow, Berkley, Sidney, Bonn, Amsterdam, 1998. — P. 502.
4. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения / А. М. Ляпунов. — М. : Гостехиздат, 1950. — 464 с.
5. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory / [S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan] — Philadelphia, PA SIAM, 1994. — 416 p.
6. Баландин Д. В. Синтез оптимальных линейно-квадратичных законов управления на основе линейных матричных неравенств / Д. В. Баландин, М. М. Коган // Автоматика и телемеханіка. — 2007. — № 3. — С. 3—18.
7. Теоретические основы проектирования ствольных управляемых ракет / Под ред. О. П. Коростелева. — К. : Defense Express Library, 2007. — 455 с.
8. Квакернаак Х. Линейные оптимальные системы / Х. Квакернаак, Р. Сиван. — М. : Мир, — 1977. — 653 с.
9. Тунік А. А. Синтез робастних дискретних систем наведення твердого тіла під час неповного виміру вектору стану / А. А. Тунік, О. П. Басанець // Вісник НАУ. — 2010. — № 2(43). — С. 76—84.

Рекомендована кафедрою комп’ютерних систем управління

Стаття надійшла до редакції 11.02.11
Рекомендована до друку 28.02.11

Тунік Анатолій Азарійович — професор, ***Басанець Ольга Павлівна*** — аспірант, ***Комнацька Марта Миколаївна*** — асистент.

Кафедра системи управління літальними апаратами, Інститут аерокосмічних систем управління Національного авіаційного університету, Київ