

**М. В. Васильська**, асп.;  
**В. М. Кичак**, д-р техн. наук, проф.;  
**В. А. Северілов**, канд. техн. наук, доц.

## УЗАГАЛЬНЕНА ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ РОЗВИТКУ СИСТЕМИ МОБІЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ

*Запропоновано і програмно реалізовано узагальнену модель розвитку системи мобільного зв'язку на основі методу оптимального агрегування і розв'язання варіаційної задачі розвитку. Модель обчислювально-ефективна і не має обмежень за видом цільової функції.*

### Вступ

Системи надання послуг мобільного зв'язку сьогодні являють неозорий конгломерат з інтелектуальних радіосистем, культу мобільних телефонів, постійно зростаючого спектра послуг і постійної конкуренції між операторами мобільного зв'язку. В умовах, коли в галузі науки мобільного зв'язку ще не стабілізувалася термінологія, задача побудови «узагальненої моделі» мобільного зв'язку вимагає пошуку нових підходів до формалізації. Ці підходи повинні інтегрувати різноманітні аспекти мобільного зв'язку: радіотехнічний, сервісний і соціальний, пов'язаний із специфікою потреб в послугах мобільного зв'язку. Розглянемо коротко перспективні напрями розвитку цього сектора і відповідні терміни: «системи мобільного зв'язку четвертого покоління (4G)» — нове покоління бездротових широкосмугових мереж. Мобільна система 4G повинна включати IP пакетну транспортну платформу і забезпечувати високі швидкості передачі. Основні технічні вимоги до систем мобільного зв'язку 4-го покоління сформульовано в рамках проекту Міжнародного союзу електрозв'язку (ITU) за такими напрямами:

- проєкт LTE/SAE/EPS від Форуму 3GPP;
- проєкт UMB від Форуму 3GPP2;
- проєкт Mobile WiMAX та інші проєкти.

Для побудови моделей розвитку викликає інтерес Проєкт довгострокової еволюції (Long Term Evolution) — запропонований 3GPP Форумом проєкт з модернізації радіоінтерфейсу для сімейства 3G мобільних технологій з використанням нової радіотехнології Ортогонального багаточастотного адаптивного мультиплексування (OFDMA) на каналі «вниз», і метод частотного розділення з однією несучою (SC-FDMA) на каналі «вгору».

Подібний характер має Проєкт Еволюції системної архітектури (SAE/EPS), запропонований 3GPP Форумом проєкт з модернізації мережевої і транспортної платформ на базі IP. Для підвищення стабільності за певних завдань і високих завантажень ведуться дослідження у напрямках: «Множинний доступ з ортогональним частотним рознесенням» (OFDMA); «Множинний доступ з частотним розділенням однієї несучої» (SC-FDMA); Інтелектуальні антени — підклас антенних решіток, що використовує алгоритми обробки сигналів для визначення напрямку прибуття сигналу і для обчислення векторів діаграми спрямованості для розташування променя антени в потрібному напрямі.

Подальший розвиток стільникового рухомого зв'язку здійснюється в рамках уніфікованої системи радіодоступу, що об'єднує існуючі стільникові і «бездротові» системи з інформаційними службами. Вони матимуть архітектуру єдиної мережі, що надає послуги зв'язку абонентам. Принципово новим кроком у розвитку систем стільникового рухомого зв'язку стали схвалені міжнародною організацією стандартів (ISO) концепція інтелектуальних мереж зв'язку і моделі відкритих систем (OSI). Концепція побудови інтелектуальної мережі використовується сьогодні для створення всіх нових цифрових стільникових мереж з мікро- і макросотами. Вона передбачає об'єднання систем стільникового рухомого зв'язку, систем радіовиклику і персонального зв'язку за умов оперативного надання абонентам каналів зв'язку і розвитку послуг. Моделі OSI інтерпретують процес передачі повідомлень як взаємодію функціонально зв'язаних рівнів, кожен з яких має вбудований інтерфейс на суміжному рівні.

## Постановка проблеми

Очевидно, що не тільки неможливо, але й нерационально намагатися створити єдину модель, проте можливо створити систему узагальнених робочих моделей для окремих аспектів систем мобільного зв'язку. Ці моделі природно упорядкувати (стратифікувати) за рівнями опису — від схемотехніки до динаміки глобального ринку послуг мобільного зв'язку. Задовільне планування і прогнозування для систем мобільного зв'язку можливо, якщо буде побудована багаторівнева система моделей систем мобільного зв'язку. Сьогодні найменше розроблені моделі верхніх рівнів. Головна причина — не стільки складність цих моделей, скільки їх «нічийність», міждисциплінарність. Хто повинен розробляти моделі взаємодії операторів мобільного зв'язку і користувачів — економіст, маркетолог, соціолог, психолог? Відповідь на це питання: розробники радіотехнічних засобів і продуктів мобільного зв'язку, із залученням виключно на рівні консультантів названих вище фахівців.

## Постановка задачі

Цій розробці передували дві моделі: модель системи мобільного зв'язку як багатоканальної і багатофазної системи масового обслуговування [1]; — модель системи мобільного зв'язку, як розподіленої системи «виробники (оператори), продукти (види послуг мобільного зв'язку), користувачі» [2].

У цій роботі розглядаємо конкретну, формалізовану модель оптимального розвитку системи мобільного зв'язку. Формуємо модель так, щоб зміною параметрів її можна було налаштувати на відтворення поведінки конкретних операторів мобільного зв'язку. Ставимо окрему задачу, але ключову для моделювання систем мобільного зв'язку, задачу розробки моделі, що працює з безперервними і квантованими функціями.

## Розробка моделі процесу оптимального розвитку агрегованої системи мобільного зв'язку

Близьких аналогів для моделі, що розробляється, не знайдено. Типовим прикладом численних робіт з питань стратегічного управління може бути стаття [3]. У цій статті проектування системи стратегічного управління ґрунтується на «запропонованому визначенні стратегії підприємства як «попереджувачої дії» на поточний і прогнозований вплив середовища». Зміст роботи — емпіричні правила, математична модель розвитку відсутня.

Об'єкти новизни нашої моделі: подання елементів системи мобільного зв'язку як технологічних перетворювачів інформаційних і матеріальних ресурсів в продукти, коротко — «витрати—випуск»; подання системи мобільного зв'язку як замкнутої динамічної системи; використання методу оптимального агрегування, що дозволяє зняти звичайні обмеження на розмірність системи і вид функцій «витрати—випуск». На рис. 1 показана схема агрегованої системи мобільного зв'язку як об'єкта, що розвивається.

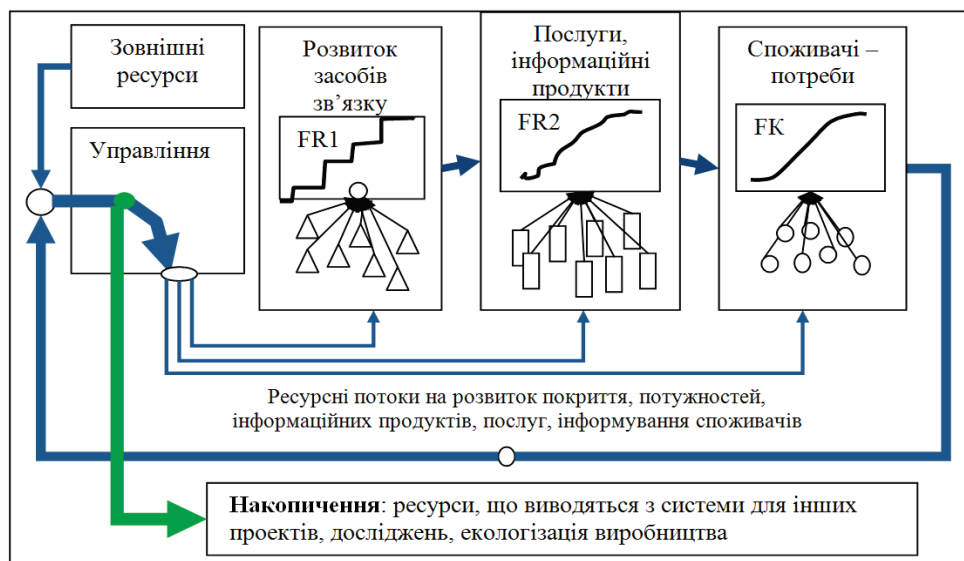


Рис. 1. Схема агрегованої системи мобільного зв'язку як об'єкта розвитку

На схемі умовно показано агрегування паралельно працюючих технічних засобів, використову-

ваних видів послуг і клієнтів.

Використані в роботі терміни мають різні тлумачення. Конкретизуємо їх щодо цієї задачі. *Ресурси* — матеріальні, інформаційні, фінансові ресурси, використовувані в процесах функціонування і розвитку засобів виробництва. *Власні і зовнішні ресурси* — системне аналітичне поняття, залежне від того, як визначені межі системи. *Продукт* — результат виробництва, який знайшов споживача, або внутрішнє використання: вироби, матеріали, послуги, інформація і ін. *Виробничий елемент* — в цій роботі — радіотехнічні модулі, що забезпечують покриття території та ін. *Функція виробництва* (ФВ) — залежність між кількістю «продукту» і необхідними для цього ресурсами, може бути імовірнісною, нечіткою. Формально це нестрого позитивна, нестрого монотонна обмежена функція. *Функція розвитку* (ФР) — залежність між об'ємом ресурсів, які укладаються в розширення виробничої потужності (= максимального значення ФВ) і приростом виходу «продукції» (користувачів).

У першому наближенні моделі блоків «розвиток засобів зв'язку», «послуги, інформаційні продукти», «споживачі, потреби» — нелінійні статичні залежності. У другому наближенні моделі блоків — зв'язані нелінійні диференціальні рівняння класу «зростання з обмеженням»:

$$\frac{d}{dt} x_1 := F_1(x_1, Vp_1, Vv_1); \quad \frac{d}{dt} x_2 := F_2(x_1, x_2, Vp_2, Vv_2); \quad \frac{d}{dt} x_3 := F_3(x_2, x_3, Vp_3, Vv_3),$$

де  $x_1, x_2, x_3$  — змінні стану;  $Vp_1, Vp_2, Vp_3$  — вектори параметрів;  $Vv_1, Vv_2, Vv_3$  — вектори зовнішніх збурень для відповідних функціональних моделей.

Функції  $F_i(\cdot)$  мають загальну структурну особливість — добуток вигляду  $x_i(X_{oi} - x_i)$  — зростання пропорційно рівню  $x_i$  і об'єму вільних ресурсів. Найприродніші такі моделі в екології, проте і технічні системи розвиваються відповідно до екологічних моделей. Можлива подальша деталізація моделей, виправдана за умови задовільної повноти, точності і детермінованості емпіричних даних.

З погляду оператора мобільного зв'язку споживач — також елемент, що замикає контур «виробничої системи». Це дає нам можливість строгої постановки оптимізаційної задачі. Сформулюємо ціль оптимізації процесу розвитку системи — максимізація інтегрального критерію («накопичення», див. рис. 1) за певний «плановий період».

*Плановий період* — інтервал часу від початку розвитку до моменту, коли це виробництво вичерпує свої можливості, замінюється принципово іншими за технологіями і продуктами. Приклад: закінчення ери відеомагнітофонів, радіотелефонів перших поколінь.

Коли визначені технології узагальненого виробництва і технології розширення виробництва, природно поставити задачу максимізації накопиченого прибутку за рахунок оптимального розподілу власних і зовнішніх ресурсів між накопиченням і розширенням виробництв, а також розподілу ресурсів між напрямками розвитку системи мобільного зв'язку.

*Мета розробки* — програмна система моделювання процесів розвитку для підтримки прийняття рішень. На базі теоретичних моделей варіаційної задачі розподілу розробляємо інструмент, що дозволяє знаходити оптимальну стратегію управління процесом розвитку. Моделювання процесу розвитку системи повинне до певної міри замінити і доповнити неповну і «коротку» статистику.

### Формалізація задачі

Система мобільного зв'язку — специфічна виробничая система, що надає послуги і постачає інформаційні продукти. Це створює масу труднощів для теорії і практики. Прикладом вирішення цих труднощів може бути банківська практика, де розробляють і продають саме «банківські продукти». Для системи мобільного зв'язку можна виділити два рівні продуктів: створення засобів передачі і обробки радіосигналів і створення і надання «інформаційних продуктів», для яких можна визначити витрати на створення і доведення до користувача, оцінити цінність продукту, і на основі «справедливого розподілу цінності» призначити ціну продукту (корисність для виробника). Цей аспект відображений на рис. 1. Таким чином, для споживача зрештою оператор виставляє набір інформаційних продуктів.

Темпи випуску продуктів  $x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_l(t), \dots, x_N(t)$ . Для базової моделі вважаємо, що темп виробництва не перевищує виробничі потужності (пропускну спроможність). Рівняння динаміки виробничих потужностей  $\frac{d}{dt} x(t)_i = \text{fin}(y(t)_i, i) = \text{fin}(x_s(t)u_i, i)$ , де  $\text{fin}(y(t)_i, i)$  —

функція розвитку (ФР) для  $i$ -го виробництва;  $x_s(t) = \sum_{j=1}^N x(t)_j$  — сумарне виробництво в момент  $t$ ;  $0 \leq u(t)_i \leq 1$  — управління, змстовно, це частка сумарних поточних ресурсів, яка виділяється для розширення виробничих потужностей за  $i$ -м продуктом. Нормуємо управління:  $\sum_j u(t)_j + unak(t) = 1$ , де  $unak(t)$  — частина ресурсів, яка йде в накопичення. Шукаємо *оптимальну стратегію розвитку*, що максимізує сумарне (за всіма продуктами) накопичення за плановий період:

$$JN = \int_0^T x_s(t) \cdot unak(t) dt. \quad (1)$$

**Врахування кінцевої вартості фондів.** Серйозна проблема для операторів мобільного зв'язку — швидка зміна стандартів і моделей — апаратні засоби необхідно замінювати задовго до вичерпання ресурсу. Модель легко модифікувати для врахування цих аспектів. Запишемо вираз для наближення функції Гамільтона  $H(x, u)$  з урахуванням вартості фондів в кінці планового періоду (позитивною або негативною)

$$JN = \int_0^T [x(t) \cdot (1 - u(t)) + fin(x(t) \cdot u(t)) \cdot pri cov ar] dt; \quad (2)$$

$$H(x, u) = x(t) \cdot (1 - u(t)) + fin(x(t) \cdot u(t)) \cdot (T - t + pri cov ar), \quad (3)$$

де  $prikovar$  — приведений коефіцієнт вартості фондів, що характеризує час, протягом якого ще можуть працювати фонди.

**Використання зовнішніх ресурсів.** У моделі легко врахувати використання зовнішніх ресурсів. Навіть якщо в реальних умовах зовнішні ресурси безкоштовні, в математичній моделі слід ввести ціну зовнішніх ресурсів для збіжності оптимізації. Підкреслимо — це в останню чергу банківські кредити. Визначимо *оптимальну стратегію розвитку з урахуванням використання зовнішніх ресурсів* — скільки брати зовнішніх ресурсів на кожному кроці процесу і як повертати ресурси, щоб максимізувати критерій.

Формально в оптимізаційній задачі буде *дві змінних управління*: поточний розмір зовнішнього ресурсу  $xkr(t)$  і частка поточних ресурсів системи  $u1(t)$ , яка виділена для розвитку. Потрібно знайти дві *функції часу*  $u1op(t)$  — *стратегію розвитку*,  $xkrop(t)$  — *кредитну стратегію*, що дають максимум сумарного накопичення за плановий період  $Tr$ . На кожному кроці замість максимуму функції (2) слід шукати максимум функції двох змінних:

$$H(x, u, xkr) = x_s(1 - u) + fin(x_s \cdot u, p) \cdot (T - t + prcv) - xkr [1 + prc(T - t)], \quad (4)$$

де  $x_s(t) = x(t) + xkr(t)$  — сумарні поточні ресурси;  $x(t)$  — поточні виробничі потужності;  $u(t)$  — поточна частка ресурсу в інвестиції;  $xkr(t)$  — поточний кредит (темп кредитів);  $prc$  — ціна зовнішніх ресурсів;  $fin(.)$  — функція розвитку;  $Tr$  — плановий період;  $prcv$  — приведений коефіцієнт кінцевої вартості фондів.

### Оптимальне агрегування елементів, що паралельно функціонують

На рис. 2 схематично показана заміна множини «виробничих» елементів еквівалентним оптимальним елементом.

Використання методу оптимального агрегування дозволяє зняти половину проблем моделювання і оптимізації систем великої розмірності. На відміну від аналогів замінюємо деяку систему елементів одним еквівалентним елементом за умови, що обмежений узагальнений ресурс розподілений з умови оптимізації сумарного ефекту всіх елементів.

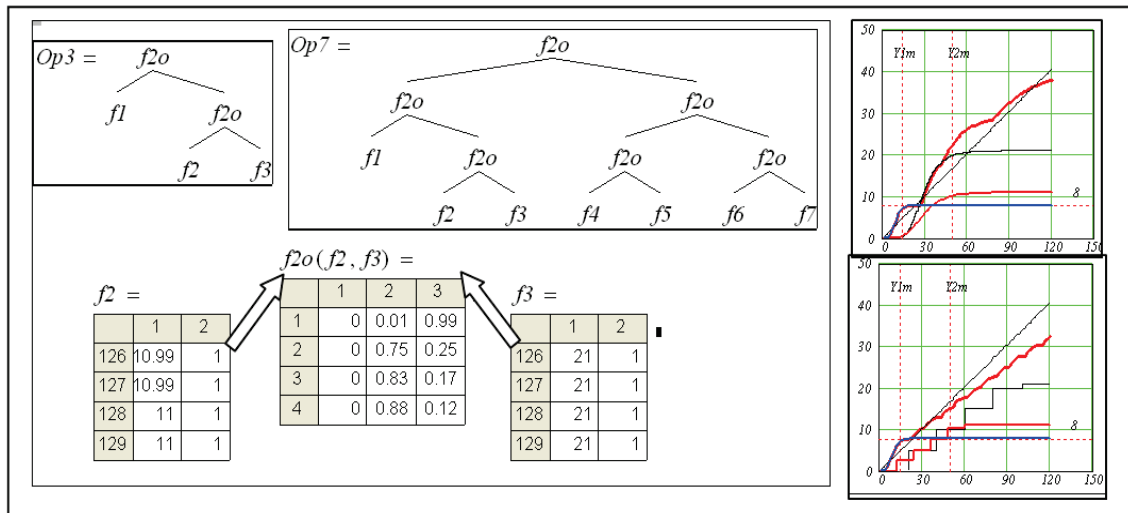


Рис. 2. Оптимальне агрегування виробничих функцій

На рис. 3 подано оператор оптимального агрегування і результати його застосування [4]. Головна особливість цього методу полягає в тому, що він не має обмежень за видом виробничих функцій елементів. Це важливо тому, що змінні управління можуть бути дискретизовані. У системах мобільного зв'язку заміна і розширення апаратних засобів проводиться деякими стандартними апаратними модулями.

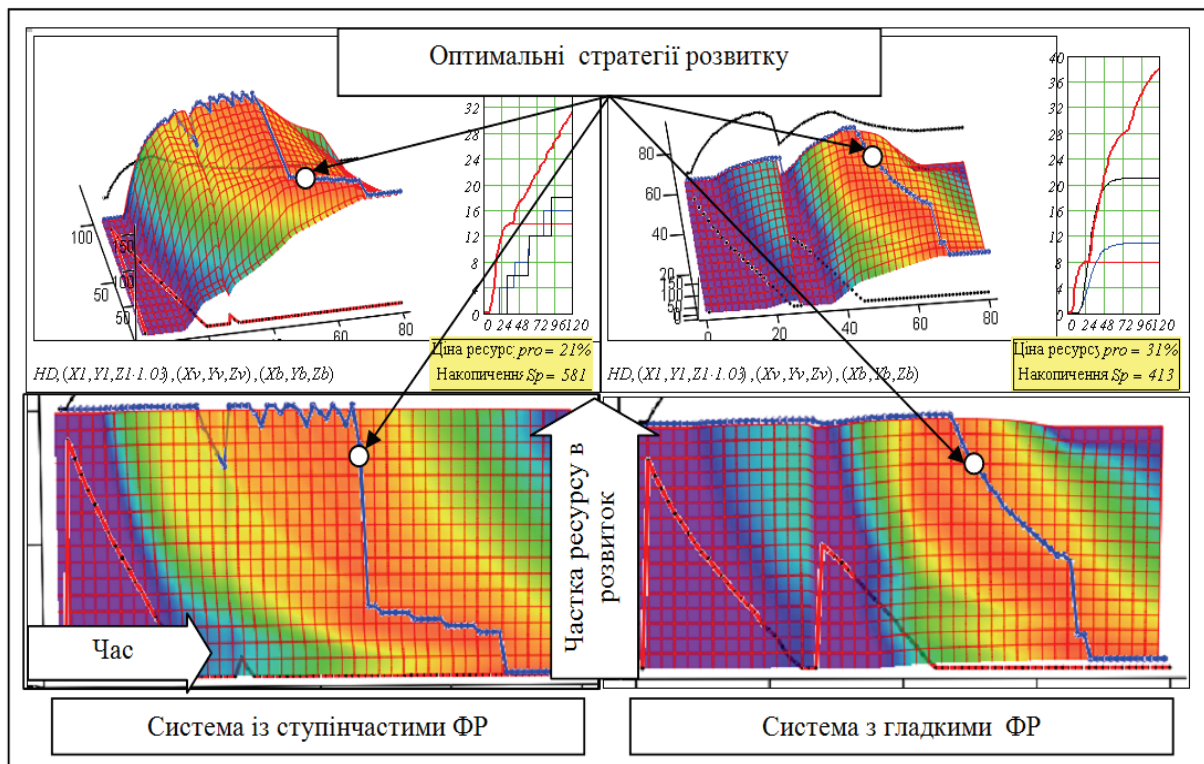


Рис. 3. Функції Гамільтона і оптимальні стратегії для систем з трьох елементів для двох класів ФР

На верхньому графіку (див. рис. 3) бачимо поверхню, утворену послідовністю функцій Гамільтона (для кожного кроку процесу). Поверхня складна, тому складна і траєкторія максимумів — стратегія оптимального управління. На більшості кроків процесу функція має по три локальні максимуми — згідно з числом елементів системи. Також поданий графік частки кредитів в ресурсі. На рис. 4 показано графіки відповідних оптимальних процесів розвитку.

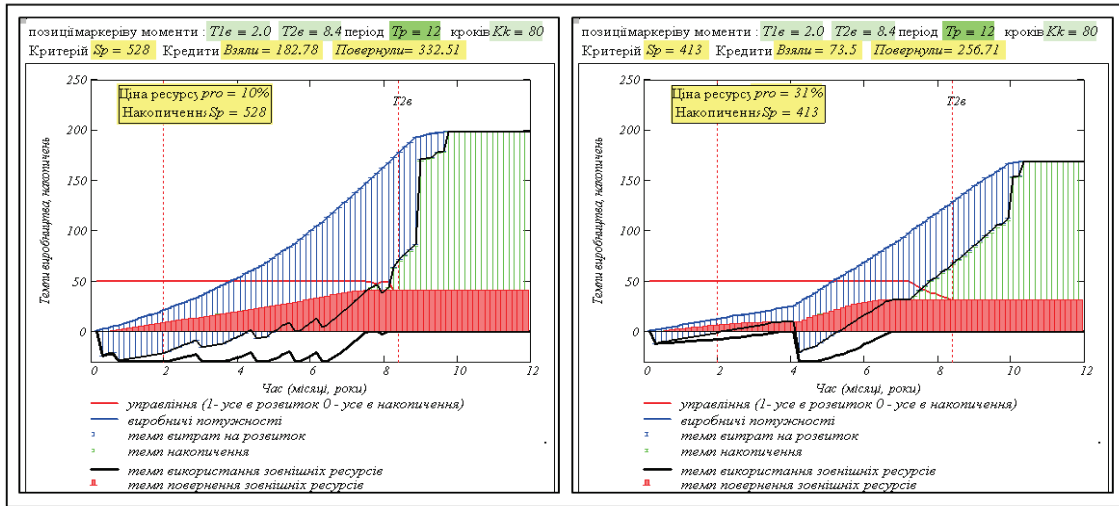


Рис. 4. Порівняння двох процесів розвитку для ступінчастих і гладких функцій

**Аналіз розподілу ресурсів для розвитку окремих виробництв**

Обчисливши оптимальне управління для еквівалентної агрегованої системи, бачимо, наскільки оптимальне управління є «необчислюваним» для класичних методів. Після оптимізації агрегованої системи виконується зворотна операція — дезагрегування. Для кожного елемента системи обчислюються оптимальні значення інвестицій і темпів «виробництва» (послуг, об'ємів передачі даних). Словесно це описується так: беремо поточне абсолютне значення ресурсу, визначаємо найближче дискретне значення (індекс) вектор-функції оптимального розподілу ресурсу і множимо її компоненти на значення ресурсу. На рис. 5 подано відповідний програмний модуль, а на рис. 6 — результати роботи модуля: розподіл ресурсів розвитку між елементами системи і розподіл «навантаження» між елементами у функції часу.

```

OpDr(opa, invr) :=
    N ← cols(opa)
    ops ← submatrix(opa, 1, Kto, 2, N)T
    for k ∈ 1..Kk
        ind ← min[ max[ round[ ( invrk ÷ dx ), 0 ], I ], Kto ]
        rore(k) ← ops(ind)
    stm ← invr
    for q ∈ 2..N - 1
        stm ← augment(stm, invr)
    drdr ← (stm · roreT)
    drdr
    
```

Рис. 5. Програмний модуль — «дезагрегування»

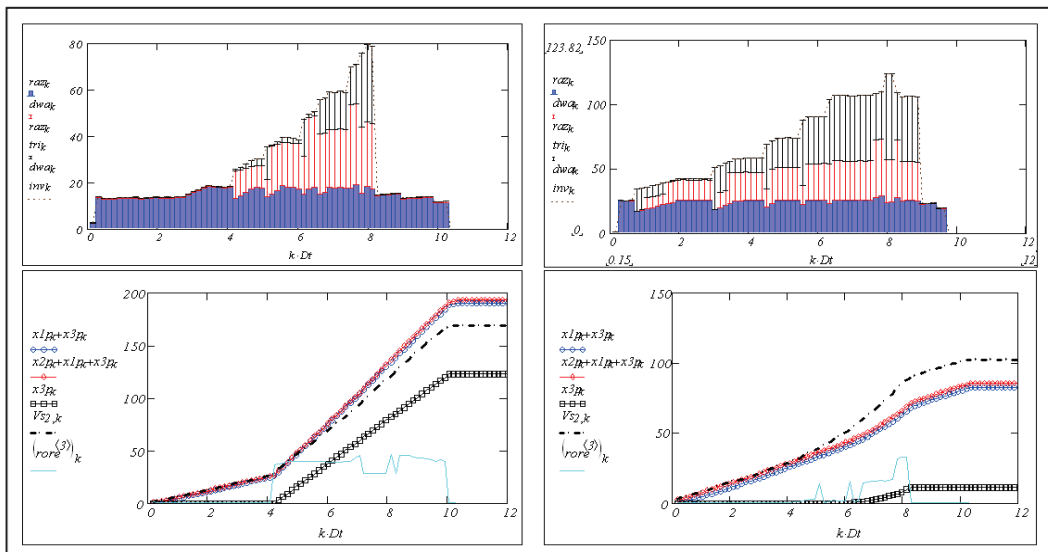


Рис. 6. Розподіл інвестицій і навантаження між підсистемами

Звернемо увагу на складний характер зміни в часі розподілів ресурсів розвитку (рис. 6, верхня частина) і простоту залежностей темпів «виробництва» (нижня частина). У разі неопуклих, дискретних ФР оптимальні управління розривні, але ця розривність забезпечує безперервне оптимальне зростання темпів «виробництва».

Як побічний наслідок використаних методів досягається недосяжний для класичних методів результат: визначення моментів «відключення» менш продуктивних елементів і «включення» продуктивніших, але таких, що вимагають великих стартових витрат.

На рис. 7 показано ще один етап аналізу оптимальних розподілів для двох процесів розвитку: для ступінчастих і гладких функцій розвитку.

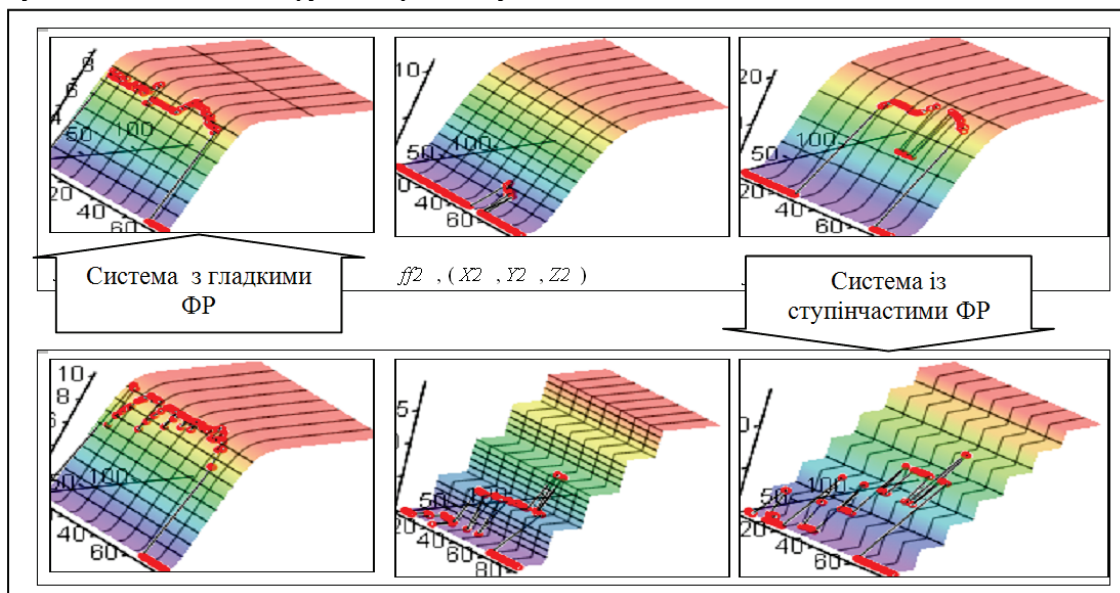


Рис. 7. Контроль навантаження підсистем для двох класів ФР: гладких і ступінчастих

## Висновки

Запропоновано, реалізовано і протестовано модель процесу оптимального розвитку агрегованої системи мобільного зв'язку. Головна особливість моделі — можливість оптимізації систем з безперервними і дискретними узагальненими виробничими функціями. Розроблена модель процесу оптимального розвитку дозволяє виконувати оптимізацію систем з безперервними і дискретними узагальненими виробничими функціями. На базі отриманої моделі може бути побудована програмна система для «що буде якщо» аналізу, ризик аналізу і аналізу функцій чутливості.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Васильская М. В. Конструирование имитационной модели для системы мобильной связи / М. В. Васильская, Т. Н. Боровская, В. А. Северилов // Динамика на съвременната наука — 2010 : материали за VI международна научна практична конференция, София (България). — 07.07 — 15.07.2010. — София : «Бял ГРАД-БГ» ООД, 2010. — Том 9. — С. 49—53.
2. Васильська М. В. Дворівнева модель вибору споживачів на лінії продуктів / М. В. Васильська, В. А. Северилов, С. П. Хомин // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2008. — № 6. — С. 35—40.
3. Кокодей Т. А. Модель системи стратегічного управління оператором сотової зв'язи и алгоритм її проектування / Т. А. Кокодей // Економіка промисловості. — 2009. — № 3. — С. 95—102. — Бібліогр. : 5 назв. — рос. 4.
4. Боровська Т. М. Метод оптимального агрегування в оптимізаційних задачах : монографія / Т. М. Боровська, І. С. Колесник, В. А. Северилов. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2009. — 229 с. — ISBN 978-966-641-285-3.

Рекомендована кафедрою телекомунікаційних систем та телебачення

Стаття надійшла до редакції 4.03.11

Рекомендована до друку 16.03.11

**Васильська Майя Валеріївна** — аспірантка, **Кичак Василь Мартинович** — професор.

Кафедра телекомунікаційних систем та телебачення; Вінницький національний технічний університет, Вінниця

**Северілов Віктор Андрійович** — доцент кафедри інформаційних технологій.

Вінницький соціально-економічний інститут, Вінниця