УДК 004.942:656.02

О. Ф. Кузькін, канд. техн. наук, доц; А. Е. Мовчан

АНАЛІЗ КОМПЛЕКСНИХ МЕРЕЖ МАРШРУТНОГО ТРАНСПОРТУ ЗАГАЛЬНОГО КОРИСТУВАННЯ ВЕЛИКИХ МІСТ УКРАЇНИ

Проведено статистичний аналіз мереж маршрутного транспорту загального користування великих міст України. Розраховані основні статистичні показники маршрутних мереж у різних представленнях та подано їх аналіз з використанням положень теорії комплексних мереж.

Вступ

Маршрутна мережа транспорту загального користування (ММТЗК) у сучасному великому місті задовольняє потреби його мешканців у пересуваннях, формується і розвивається одночасно з розвитком міста. Мета функціонування ММТЗК — надання транспортних послуг пасажирам з пересування міською територією з відповідним рівнем якості обслуговування та економічно ефективним функціонуванням транспортних підприємств. Якість транспортного обслуговування пасажирів є комплексним поняттям і визначається низкою показників, серед яких витрати часу на пересування, рівень пересадочності, комфортабельність та доступність транспортної системи [1].

Рівень розвитку ММТЗК, що визначає доступність транспортної системи та пересадочність сполучення, залежить від топологічних властивостей маршрутної мережі міста. Останню зручно зображувати у вигляді графа. Цей граф для крупного міста має значну кількість вершин та ребер, йому притаманні нетривіальні топологічні властивості, що є предметом дослідження теорії комплексних мереж [2]. Ці властивості розглядаються безвідносно до фізичної природи мережі та суттєво визначають її функціонування. Математичний апарат теорії комплексних мереж дозволяє виконувати моделювання розвитку мережі, та оцінювати її показники на підставі статистичних характеристик мережі, що є актуальною задачею на сучасному етапі розвитку маршрутних систем великих міст.

На сьогодні статистичний аналіз маршрутних мереж виконано для низки великих міст різних країн світу — Польщі [3]; США, Німеччини, Туреччини, Великої Британії, Російської Федерації, Франції, Італії, Австралії, Бразилії, Китаю [4]; України [5]. Отримані результати виявили подібність та відмінності топологічних структур та статистичних показників маршрутних мереж досліджуваних міст, дозволяють виконати моделювання еволюції їх розвитку.

Метою роботи є розрахунок та порівняльний аналіз статистичних показників ММТЗК великих міст України — Запоріжжя та Кривого Рогу з позицій теорії комплексних мереж.

Основна частина

Запоріжжя та Кривий Ріг є великими адміністративними центрами Україні і згідно з ДБН 360–92** «Містобудування, Планування і забудова міських і сільських поселень» відноситься до групи великих міських поселень. Міський маршрутний транспорт у містах представлений автобусним (з маршрутним таксі включно), тролейбусним і трамвайним видами транспорту. Крім того, у Кривому Розі діє лінія швидкісного трамваю. Основні показники досліджуваних міст та їх маршрутних мереж показані у табл. 1 [4, 6].

Таблиця 1

Основні показники досліджуваних міст та їх маршрутних мереж

Показник	Значення показника для міста	
	Запоріжжя	Кривий Ріг
1. Площа міста, км^2	331	430
2. Населення на 01.01.2011 р., тис. чол.	776,5	667,9

© О. Ф. Кузькін, А. Е. Мовчан, 2012

Продовження табл. 1

Показник	Значення показника для міста	
	Запоріжжя	Кривий Ріг
3. Загальна кількість маршрутів міського транспорту, у тому числі:	135	146
автобус	113	113
тролейбус	12	19
трамвай	10	14
3. Довжина маршрутної мережі, км	315	268,02
4. Сумарна довжина маршрутів, км	2148,3	2554,2
5. Маршрутний коефіцієнт	6,82	9,53
6. Щільність маршрутної мережі, км/км^2	0,91	1,235

Топологія міської маршрутної мережі та способи її подання

Будь-яка мережа у широкому розумінні цього поняття складається з *вузлів* (вершин, точок) та *зв'язків* між ними у вигляді ребер (ланок, дуг). У математиці такому поняттю відповідають *графи*. Граф міської маршрутної мережі в залежності від мети дослідження можна подати у різний спосіб (у різних *представленнях*). У попередніх дослідженнях фахівців у галузі комплексних мереж пропонується подавати топологію міської маршрутної мережі у таких представленнях [2, 3]:

1) *простір зупинок* (***L***-простір) — простий граф, вершинами якого є *зупинки* міського транспорту. Вершини є суміжними у тому випадку, якщо зупинки, яким вони відповідають, є послідовно розташованими хоча б на одному з маршрутів, який обслуговує обидві зупинки одночасно. Розширення ***L***-простору до мультиграфа, кратність ребер якого відповідає кількості маршрутів, на яких відповідна пара зупинок є суміжною, приводить до розгляду ***L′***-простору;

2) *простір пересаджень* (***P***-простір) — простий граф, вершинами якого є *зупинки* міського транспорту. Вершини є суміжними у тому випадку, якщо між відповідними їм зупинками можна проїхати без пересадки хоча б одним з маршрутів. Аналогічним чином ***P′***-простір є мультиграфом, кратність ребер якого визначається кількістю таких безпересадкових маршрутів;

3) *простір маршрутів* (***C***-простір) — простий граф, вершинами якого є *маршрути* міського транспорту. Вершини є суміжними у тому випадку, якщо маршрути, яким вони відповідають, мають хоча б одну спільну зупинку. ***C′***-простір є мультографом, кратність ребер якого визначається кількістю спільних зупинок відповідних маршрутів.

На рис. 1 показаний фрагмент міської маршрутної мережі, що складається з семи зупинок 1—7, які обслуговуються трьома маршрутами *A*–*C*, та його графічне представлення у різних просторах.

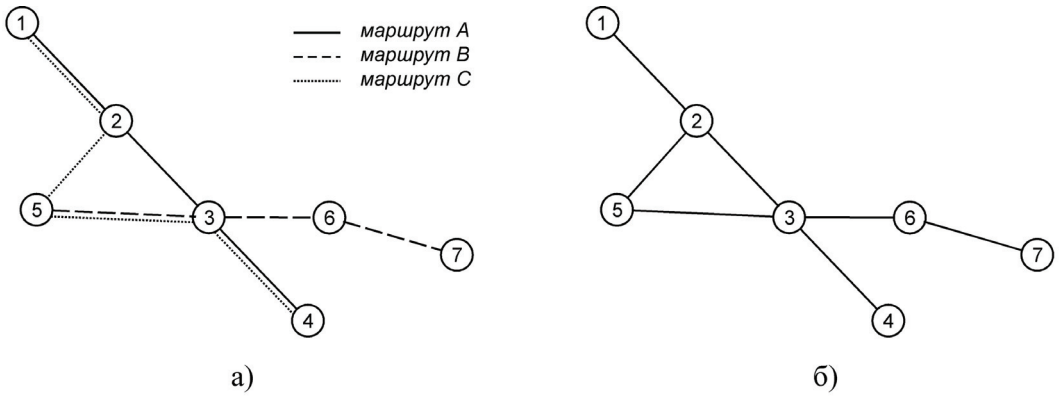
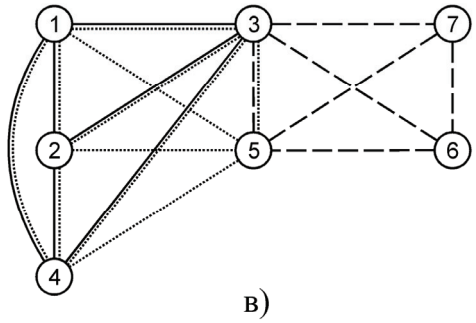
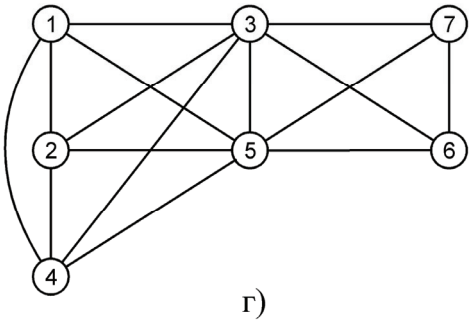


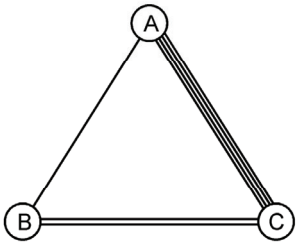
Рис. 1. Способи представлення графа міської маршрутної мережі:
а — ***L′***-простір; б — ***L***-простір



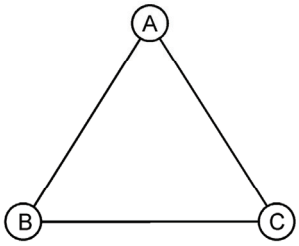
в)



г)



д)



е)

Продовження рис. 1. Способи представлення графа міської маршрутної мережі:
в — ***P′***-простір; г — ***P***-простір; д — ***C′***-простір; е — ***C***-простір

Аналіз розподілів степенів вершин мереж

Степінь вершини мережі визначається кількістю інцидентних їй ребер. Характер розподілу ступенів вершин $p(k)$ комплексної мережі є однією з її найважливіших характеристик. Середній степінь вершини у ***L***-просторі характеризує кількість альтернативних напрямів поїздки пасажира, у ***L′***-просторі — кількість альтернативних варіантів поїздки, що відрізняються один від одного маршрутами, у ***P***-просторі — кількість альтернативних безпересадочних поїздок (кількість зупинок на мережі, які досяжні без зміни маршруту), у ***P′***-просторі — кількість безпересадочних поїздок, що відрізняються одна від одної маршрутами, у просторах ***C*** та ***C′***, відповідно ступінь дублювання маршрутів та зупинок на маршрутах. На рис. 2 показані графіки розподілів степенів вершин маршрутних мереж міст Запоріжжя (позначені квадратами) і Кривого Рогу (позначені ромбами). Графіки розподілу степенів вершин у просторах ***L*** (рис. 2а), ***L′*** (рис. 2б), ***P*** (рис. 2в), ***P′*** (рис. 2г) подані у лінійно-логарифмічній системі координат. Графіки розподілу степенів вершин у просторах ***C*** (рис. 2д) та ***C′*** (рис. 2е) — у лінійній системі координат.

Для згладжування флуктуацій для всіх просторів окрім ***L***-простору використане інтегральне перетворення функції розподілу згідно з формулою

$$P(k) = \int_{k}^{k_{\max}} p(k)dk = \sum_{i=k}^{k_{\max}} p(i). \qquad (1)$$

Як випливає з рис. 2, характер розподілу степенів вершин маршрутних мереж розглядуваних міст у просторах ***L***, ***L′***, ***P*** та ***P′*** є близьким до експоненціального

$$p(k) = Ae^{-\alpha k} \text{ або } P(k) = Ae^{-\alpha k}, \qquad (2)$$

а у просторах ***C*** та ***C′*** спостерігається лінійне спадання (рівномірність) розподілів

$$p(k) = A(B - k). \qquad (3)$$

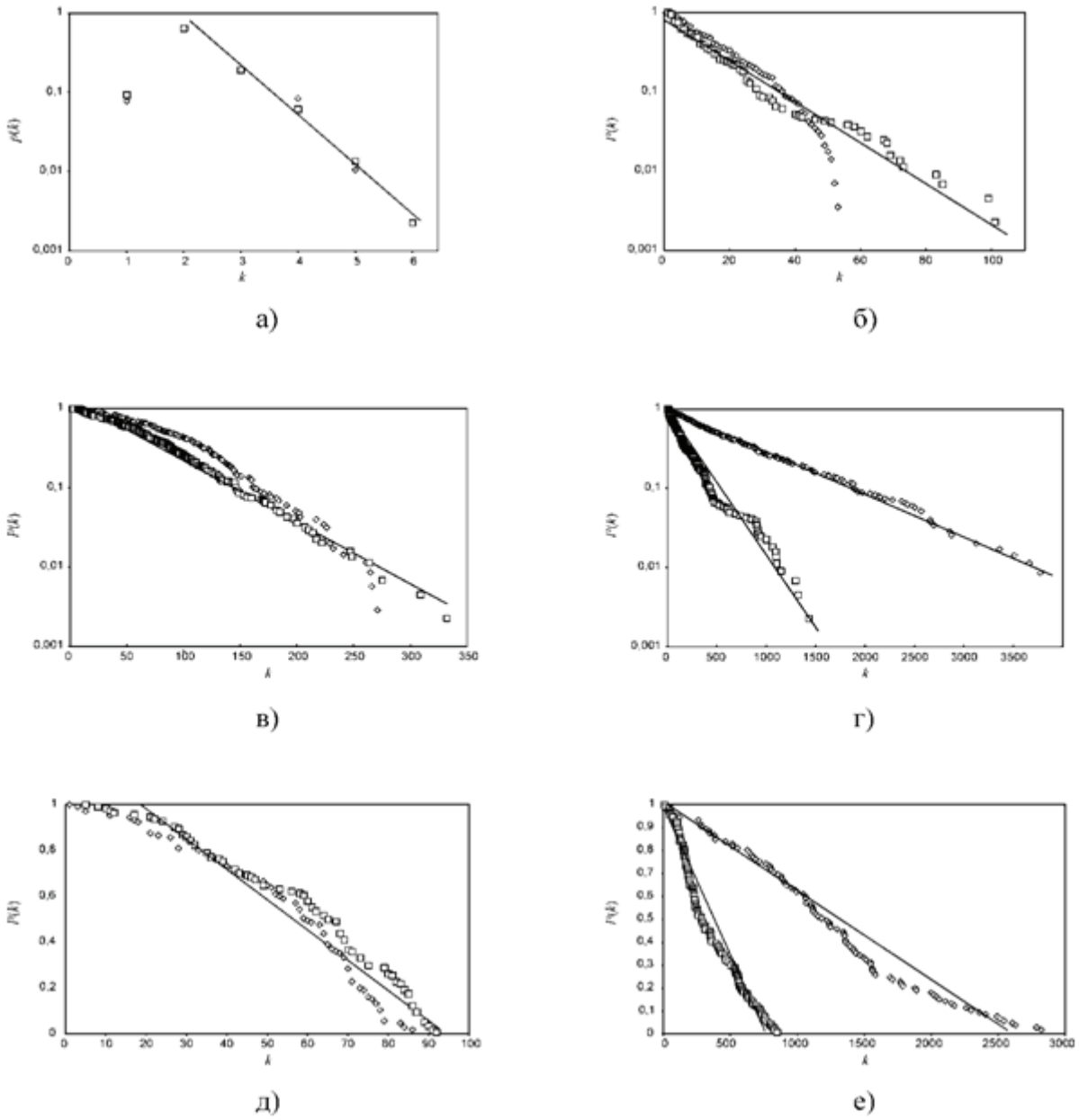


Рис. 2. Розподіли степенів вершин мережі

У табл. 2 показані порівняльні дані про кількість вершин N та ребер M мереж, математичне очікування степеня вершини $\langle k \rangle$ та значення параметрів розподілів (2)—(3). Числа у *чисельнику* відповідають маршрутній мережі Запоріжжя, у *знаменнику* — маршрутній мережі Кривого Рогу.

Таблиця 2

Параметри розподілів степенів вершин у різних просторах

Показник	Значення показника для просторів					
	L	***L′***	***P***	***P′***	***C***	***C′***
N	$\frac{442}{351}$		$\frac{442}{351}$		$\frac{114}{105}$	
M	$\frac{502}{405}$	$\frac{5503}{2938}$	$\frac{16202}{16218}$	$\frac{41088}{136434}$	$\frac{3346}{2796}$	$\frac{20140}{65022}$
$\langle k \rangle$	$\frac{2,27}{2,31}$	$\frac{24,90}{16,74}$	$\frac{73,31}{92,41}$	$\frac{185,92}{777,4}$	$\frac{58,70}{53,26}$	$\frac{353,32}{1238,51}$

Продовження табл. 2

Показник	Значення показника для просторів					
	L	***L′***	***P***	***P′***	***C***	***C′***
α	1,199 / 1,146	0,0553 / 0,0647	0,0182 / 0,0187	0,0039 / 0,0012	—	—
A	7,01 / 6,28	0,6999 / 1,1427	1,4291 / 2,1322	0,7389 / 0,9405	0,0116 / 0,0122	0,0012 / 0,0004
B	—	—	—	—	102,3 / 95,5	774,08 / 2496,7

Експоненціальний розподіл степенів вершин дозволяє висунути припущення про еволюцію маршрутної мережі шляхом приєднання вершин випадковим чином, що може пояснюватись великою кількістю факторів, що зумовлюють розвиток міста, його транспортної і маршрутної мережі.

Аналіз розподілів довжини найкоротших шляхів на мережах

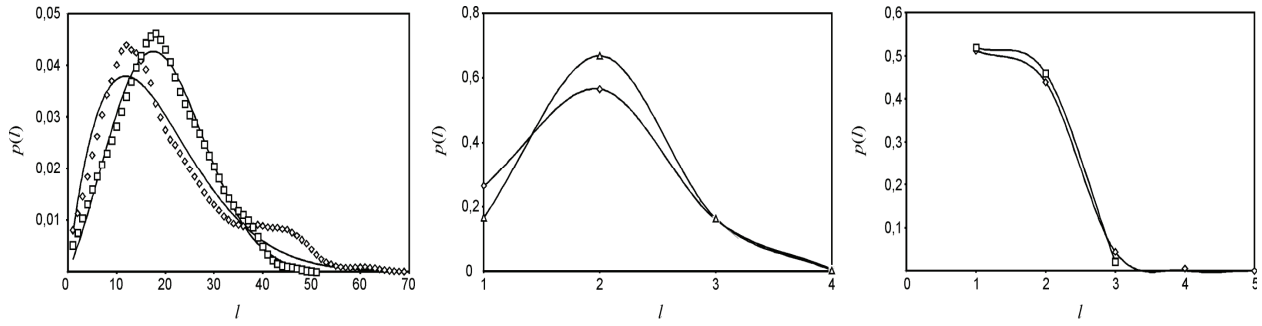
Середній найкоротший шлях між вершинами на мережі визначається за формулою [7]

$$\langle l \rangle = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{\substack{j=1 \\ i>j}}^{N} \tilde{l}_{ij} , \qquad (4)$$

де $\tilde{l}_{ij}$ — найкоротший шлях між вершинами i та j у цьому просторі, що вимірюється кількістю ребер, які щонайменше необхідно подолати на шляху між відповідними вершинами мережі.

Таким чином, для маршрутної мережі у ***L***-просторі величина $\langle l \rangle$ визначає середню довжину поїздки між двома випадково обраними зупинками, у ***P***-просторі — середню кількість пересадок протягом такої поїздки, у ***C***-просторі — середню кількість пересадок, необхідних для поїздки з використанням двох випадково вибраних маршрутів.

На рис. 3 показані графіки розподілу довжини найкоротших шляхів у просторах ***L*** (рис. 3а), ***P*** (рис. 3б), та ***C*** (рис. 3в). Кратність ребер мережі не впливає на довжину шляхів, тому інші простори не розглядаємо.



а б в

Рис. 3. Розподіли довжини найкоротших шляхів:
а — у ***L***-просторі; б — у ***P***-просторі; в — у ***C***-просторі

Як випливає з рис. 3, розподіли довжини найкоротших шляхів у всіх просторах є унімодальними, зсунутими ліворуч. Як і у попередніх дослідженнях [3—5], криві розподілів добре апроксимуються функцією

$$p(l) = Ale^{-Bl^2+Cl} . \qquad (5)$$

У табл. 3 показані результати аналізу розподілів довжини найкоротших шляхів транспортних мереж Запоріжжя (чисельник) та Кривого Рогу (знаменник), а також знайдені методами нелінійного оцінювання постійні коефіцієнти рівняння (5).

Таблиця 3

Параметри розподілів довжини найкоротших шляхів у різних просторах

Показник	Значення показника для просторів		
	L	***P***	***C***
$l_{\max}$	$\frac{51}{69}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{3}{5}$
$\langle l \rangle$	$\frac{18{,}94}{19{,}80}$	$\frac{2{,}00}{1{,}92}$	$\frac{1{,}50}{1{,}54}$
A, $\times 10^{-3}$	$\frac{2{,}231}{7{,}689}$	$\frac{6{,}697}{43{,}41}$	$\frac{80{,}733}{186{,}71}$
B	$\frac{0{,}00364}{0{,}00087}$	$\frac{1{,}2570}{0{,}8696}$	$\frac{1{,}3390}{0{,}9285}$
C	$\frac{0{,}06720}{-0{,}0637}$	$\frac{4{,}469}{2{,}676}$	$\frac{3{,}200}{1{,}937}$

Числові значення максимальної і середньої довжини найкоротших шляхів свідчить про високий рівень подібності досліджуваних мереж та наявність у них ознак «тісного світу» [7].

Аналіз кластерності та асортативності мереж

Кластеризація є локальною характеристикою комплексної мережі, яка характеризує ступінь взаємодії найближчих суміжних вершин взятої вершини і визначається *кластерним коефіцієнтом* вершини. Останній розраховується за формулою [7]

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}, \tag{6}$$

де E_i — кількість ребер, що зв'язують між собою k_i — суміжні вершини взятої i-ї вершини.

Інакше кажучи, значення кластерного коефіцієнта вершини C_i визначають імовірність того, що дві випадково вибрані суміжні вершини взятої вершини теж є суміжними, тобто зв'язані між собою ребром.

Кластерний коефіцієнт мережі в цілому визначається як середнє арифметичне локальних кластерних коефіцієнтів всіх її вершин [7]

$$C = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}. \tag{7}$$

Іншою важливою характеристикою комплексної мережі є *коефіцієнт асортативності*, який визначає тенденцію вершин мережі бути зв'язаними з іншими вершинами з такою ж кількістю зв'язків. Кластерний коефіцієнт визначається як лінійний коефіцієнт кореляції Пірсона між степенями її суміжних вершин [7]

$$r = \frac{M\sum\limits_{m=1}^{M} i_m j_m - \left[\sum\limits_{m=1}^{M}\frac{i_m + j_m}{2}\right]^2}{M\sum\limits_{m=1}^{M}\frac{i_m^2 + j_m^2}{2} - \left[\sum\limits_{m=1}^{M}\frac{i_m + j_m}{2}\right]^2}. \tag{8}$$

Знак коефіцієнта асортативності свідчить про переважне приєднання вершин з малим степенем до вершин з великим степенем (від'ємне значення, дисасортативна мережа) чи тенденцію про переважне з'єднання між собою вершин з однаковими чи близькими за значенням степенями (додатне значення, асортативна мережа).

Значення кластерного коефіцієнта та коефіцієнта асортативності для маршрутних мереж досліджуваних міст показані у табл. 4.

Таблиця 4

Кластерні коефіцієнти та коефіцієнти асортативності

Показник	Значення показника у просторах					
	L	***L′***	***P***	***P′***	***C***	***C′***
C	0,0308 / 0,0478	0,0308 / 0,0478	0,5399 / 0,5914	0,5399 / 0,5914	0,7555 / 0,7714	0,7555 / 0,7714
r	0,0183 / –0,0025	–0,0002 / –0,0042	0,0170 / 0,0143	0,0026 / 0,0001	–0,0033 / 0,0004	–0,0012 / –0,0003

Як випливає з табл. 4, значення кластерного коефіцієнта досліджуваних маршрутних мереж значно перевищують аналогічні значення класичного випадкового графа. Невеликі абсолютні значення коефіцієнтів асортативності свідчать про належність маршрутних мереж Запоріжжя і Кривого Рогу до некорельованих мереж.

Висновки

Результати статистичного аналізу маршрутних мереж транспорту загального користування міст Запоріжжя та Кривого Рогу показав, що вони є некорельованими мережами з експоненціальним розподілом степенів вершин, відносно високою кластеризацією та проявою ознак «тісного світу». Таким чином, досліджувані мережі посідають проміжне місце між класичним випадковим графом Ердоша-Рені та безмасштабним графом, що не дозволяє застосувати існуючі алгоритми моделювання еволюції їх розвитку та потребує подальших досліджень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Цибулка Я. Качество пассажирских перевозок в городах / Я. Цибулка. — М. : Транспорт, 1987. — 239 с.

2. Складні мережі / [Ю. Головач, О. Олємской, К. фон Фербер та ін.] // Журнал фізичних досліджень. — 2006. — Т. 10, № 4. — С. 247—289.

3. Sienkiewicz J. Statistical analysis of 22 public transport networks in Poland [Електронний ресурс] / J. Sienkiewicz, J. A. Holyst. — Режим доступу : http://arxiv.org/PS_cache/physics/pdf/0506/0506074v2.pdf.

4. Von Ferber C. Public transport networks: empirical analysis and modeling [Електронний ресурс] / C. von Ferber, T. Holovatch, Y. Holovatch, V. Palchykov. — Режим доступу : http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0803/0803.3514v1.pdf.

5. Кузькін, О. Ф. Статистичний аналіз маршрутної мережі громадського транспорту Запоріжжя / О. Ф. Кузькін, А. Е. Мовчан // Вісник Донецької академії автомобільного транспорту. — 2011. — № 1. — С. 34—42.

6. Горбачов, П. Ф. Комплексна оцінка функціонування маршрутної мережі міста Кривий Ріг / П. Ф. Горбачов, В. О. Вдовиченко, О. В. Россолов, О. С. Колій // Східноєвропейський журнал передових технологій. — 2009. — № 2/6 (38). — С. 4—7.

7. Newman, M. E. J. The structure and function of complex networks [Електронний ресурс] / M. E. J. Newman. — Режим доступу : http://arxiv.org/PS_cache/cond-mat/pdf/0303/0303516v1.pdf.

Рекомендована кафедрою автомобілів та транспортного менеджменту

Стаття надійшла до редакції 6.04.12
Рекомендована до друку 5.06.12

Кузькін Олексій Феліксович — доцент кафедри транспортних технологій;
Мовчан Анастасія Едуардівна — студентка.
Запорізький національний технічний університет, Запоріжжя